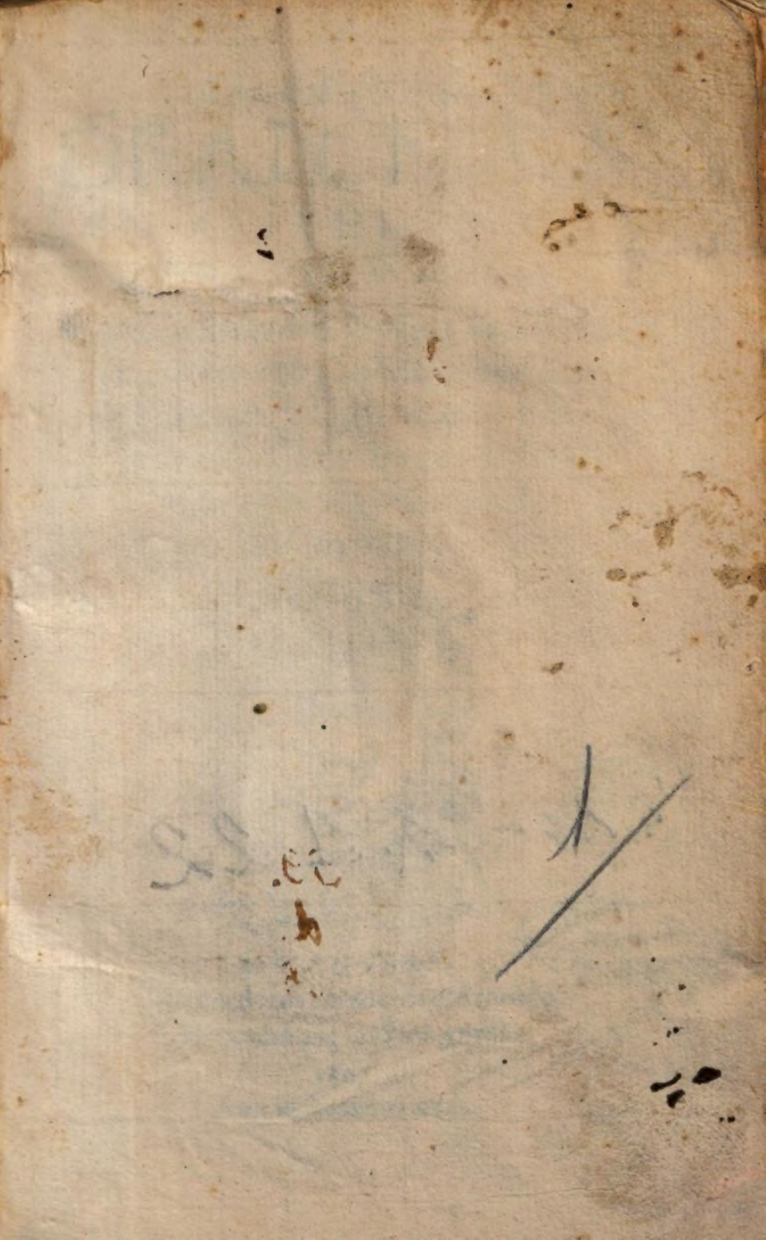
54
d

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu

~~II. 5. 2~~

Digitized by Google

Digitized by Google



Il bello sta nella 2.a carta

14-24. A. 22

Digitized by Google

Coll. Rom. Soc. Jesu

# LIBRO
# DE ALGEBRA
## EN ARITHMETICA Y GEOMETRIA.

12
22
K
8

Compueſto por el Doctor Pedro Nuñez, Coſmographo Mayor del Rey de Portugal, y Cathedratico Iubilado en la Cathedra de Mathematicas en la Vniuerſidad de Coymbra.

BIBLIOTECA NAZ.
ROMA
VITTORIO EMANUELE

EN ANVERS.
En caſa de los herederos d'Arnoldo Birckman a la Gallina gorda.
1567.
CON PRIVILEGIO REAL.

# Priuilegio.

Consintio la M. del Rey nuestro Señor, a la Biuda y herederos de Iuan Steltio, imprimir y vender la presente obra de Algebra de Pedro Nũnez, como paresce en el original del Priuilegio, firmado

Baue.

# AO MVITO ALTO ET MVITO EXCELLENTE Principe o Cardeal Iffante Dom Anrique,

## Carta do Autor deſta obra.

E todollos Liuros que nas Sciencias Mathematicas tenho compoſto, muito alto & muito excellente Principe, nenhum he de tanto proueito como eſte de Algebra, q̃ he conta facil & breue para conhecer a quantidade ignota, em qualquer propoſito de Arithmetica & Geometria, & en toda outra arte que vſa de conta & de medida, como ſam Coſmographia, Aſtrologia, Architectura, & Mercantil. E poſto que os principios deſta ſubtiliſſima arte ſejam tirados dos Liuros elementarios de Euclides, nam ſe pode porem ſem ella ter a practica dos meſmos liuros, & dos de Archimedes. He Algebra nome Arauigo que ſignifica reſtauracaõ, por que tirando o ſobejo, & reſtaurando o diminuto, vimos em conhecimento do que buſcamos. A outros pareſce que ſe chama aſſi, por que dizem que ho



BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

inuētor desta arte foy hum Mathematico Mouro, cujo nome era Gebre, & ha em alguãs Liurarias hum pequeno tractado em Arauigo, que contem os capitulos de q̃ vsamos. Mas Ioanne de Monteregio em huã oracaõ que fez dos lonnores das Mathematicas, faz mencaõ dos Liuros que Diophante autor Grego desta arte escreueo, que ajnda nam sam diuulgados. Ho primero Liuro que de Algebra se imprimio, he o que Frey Lucas de Burgo compos em lingoa Veneciana, mas tam obscuramente & tam sem methodo, que pasa de . 60 . annos que foy impresso, & ajnda oje em Espanha ha muy poucos que tenham noticia de Algebra. E ha porem em Italia algũs homẽs muy exercitados nesta arte, por que em todallas cidades ha Mesters salariados de conta em Arithmetica & Geometria, & se da este partido por opposicaõ. Por aqui vera V. A. quanta mais razaõ seria, que ouuesse esta doctrina nesta opulentissima cidade de Lixboa, onde tanto negocio ha desdo extremo oriente, & occidente, & ilhas do mar Oceano, & onde el Rey noso Señor tem corenta contadores de sua fazenda. Por esta causa vendo en quãto seja vtil para ho vso dos homẽs esta arte que trada dos numeros & medidas, pretendi nesta

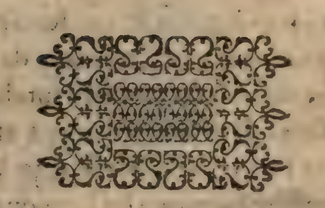
min-

BIBLIOTECA ... AMOR ... EMANUEL

minha obra que ſem preceder doctrina de ſciẽcia eſpeculatiua, na qual ſe gaſta mais tempo, a poſſam per ſi aprender & em pouco tempo, E facilmente, ſem mais ajuda de meſtre. Por que as demõſtracões que neſte liuro trago que tem neceſſidade de outros principios, mais ſam para ſatisfazer aos que duujdarem as regras nam ſe cõtentando com as outras prouas, & para perfeicaõ deſta obra, que para execuçaõ do q̃ queremos ſaber. E porque em todallas artes ho exercicio he a principal parte, por eſta cauſa para milhor ſe ſaber eſta arte, eſcolhi muitos & muy varios caſos em Arithmetica & Geometria, q̃ pollas regras que trazemos com ſeus diſcurſos demonſtratiuos ſe praticam. Eſta obra ha perto de.xxx.annos que foy per my cõpoſta, mas por que deſpois fuy occupado em eſtudo de couſas muy differentes, & de mera eſpeculacaõ, poſto que alguãs vezes âreuiſſe, & conferiſſe com o q̃ outros deſpois eſcreuerãõ, a deixey de pubricar ategora, que debaxo do nome & tutela de V.A. a mando fora. E primeiramente a eſcreuj em noſſa lingoa Portugueſa, & aſſi auio V.A. mas deſpois conſiderando que ho bem quanto mais cõmum & vniuerſal, tanto he mais excellente, & porque a lingoa Caſtelhana he mais cõmum em

 toda

toda Eſpanha que a noſa, por eſta cauſa aquis traſladar em lingoa Caſtelhana, para nella ſe auer de imprimir, porq̃ nam careça della aquella nacaõ tanto noſa vizinha, com aqual tanto cõmunicamos, & tanta amizade temos. E deſte men trabalho tenho por muy juſto premio aproueitarenſe delle os que deſta Arte carecem, & folgar V. A. com iſſo, cuja vida & muito alto & muito excellente eſtado noſſo Señor ſempre guarde & proſpere, para conſeruacaõ & augmento deſtes regnos, que ao preſente gouerna. Em Lixboa, o primeiro de Dezembro, de 1564.



*¶ Esta obra es partida en tres partes principales.*

*Y la primera parte tiene. 6. Capitulos.*

Qual sea el fin de la Algebra, y de sus conjugaciones y reglas cap. 1. fol. 1
Practica de las reglas. cap. 2. fol. 2
Demonst. delas reglas delas conjug. simpl. ca. 3. 5
Demonst. delas reglas delas conjug cõp. cap. 4. 6
Que hecha la ygualacion, se deue todo de reduzir a vn censo. cap. 5. 18
Como conosceremos si el caso es impossible, o necessario a toda quantidad. cap. 6. 19

*¶ La segunda parte principal tiene tres partes.*

*Y la primera dellas tiene. 11. Cap.*

De la denominacion de las dignidades. cap. 1. 24
Sumar las dignidades enteras. cap. 2. 24
Diminuir las dignidades. cap. 3. 25
Multiplicar las dignidades. cap. 4. 26
Partir las dignidades. cap. 5. 30
Los quebrados de segunda intencion, como se deuen de reduzir a vna misma denominacion y naturaleza. cap. 6. 34
Abreuiar estos quebrados. cap. 7. 36
Sumar estos quebrados. cap. 8. 38
Diminuir estos quebrados. cap. 9. 38
Multiplicar estos quebrados. cap. 10. 39
Partir estos quebrados. cap. 11. 40

*¶ La segunda parte desta segunda parte principal tiene. 12. Cap.*

Quantas differencias ha de raizes, y sus definiciones. cap. 1. 43
Como auemos de reduzir las raizes de diuersas naturalezas a otras de vna misma naturaleza y de-

y denominacion, con ſu demonſtraciō.ca.2.46
Multiplicar las raizes. cap. 3. 48
Demonſtraciō del multiplicar las raizes.ca.4.50
Sumar las raizes. cap.5. 52
Demonſtracion del ſumar las raizes. cap.6. 54
Regla general del ſumar las raizes. cap.7. 54
Demonſtracion deſta regla general. cap. 8. 55
Diminuir las raizes, con ſu demonſt. cap. 9. 56
Regla general para diminuir las raizes.ca.10. 57
Demonſtracion deſta regla general. cap. 11. 58
Repartir las raizes. cap. 12. 59

¶ *La tercera parte deſta ſegunda parte principal tiene cap.15. y es el tratado delas proporciones.*

Definicion de la proporcion. cap.1. 66
Diuiſion de la proporcion. cap. 2. 70
De la quantidad y denominacion de las proporciones racionales. cap.3. 75
Como conoſceremos en los 5 generos los numeros dela propor. por el nomb.q̄ tiene.ca.4.75
Siendo nos propueſtos dos numeros, como conoſceremos la ſu proporcion. cap.5. 76
Comparacion entre eſtos 3 generos, proporciō de igualdad, ꝓporcion de mayor deſigualdad, y proporcion de menor deſigualdad.cap.6. 77
De la compoſicion de las proporciones.ca.7.78
Como conoſceremos por los term.dela propor. q[illegible] mo auemos de ſacar la vna dela otra.cap.8. 82
Siendo nos propueſtas dos proporciones, como conoſceremos qual es la q̄ dellas es cōpueſta, y quales ſon cōmenſurables, y quales incommenſurables, cap.9. el qual cōtiene 25 docu. 83

Pri-

Primero doc. Si vna proporciõ fuere juſtamẽte compueſta de dos,o de muchas proporciones racionales,neceſſariamente ſera racional. 87
2.docu. Ninguna proporcion racional es juſtamente compueſta de vna proporcion racional,y de otra irracional. 87
3.docu. La proporcion de mayor deſigualdad puede juſtamente ſer compueſta de vna proporcion de igualdad,y de otra de mayor deſigualdad,y de otra de menor deſigualdad. 87
4.doc. Que no podra ſer compueſta de muchas proporciones de ygualdad juſtamente, ny de muchas de menor deſigualdad, ny de vna de ygualdad,y otra de menor deſigualdad. 87
5.doc. Que ninguna ꝑporciõ de mayor deſigualdad puede juſtamente ſer compueſta de otras proporciones de mayor deſigualdad entreſi iguales o deſiguales,que ſean mayores q̃ ella, aun que la proporcion de menor deſigualdad puede juſtamente ſer compueſta de otras de menor deſigualdad mayores que ella. 87
6.docu. Qualquier proporcion de mayor deſigualdad puede conſtar de infinitas proporciones de mayor deſigualdad,cõuiene a ſaber de mayor y mayor numero de proporciones de mayor deſigualdad,ſin q̃ eſto tenga fin. 87
7.doc. Que ninguna proporciõ multip. puede juſtamẽte ſer cõpueſta de muchas proporciones yguales racionales q̃ no ſean multiplices. 87
8.docu. Toda proporcion que de multiplices es juſtamente compueſta, ora ſean yguales, ora deſiguales, es multiplice. 87
9.docu. Que ninguna proporcion ſuperparti-
 cular

cular puede juſtamente ſer compueſta de muchas proporciones iguales racionales. 87
10.docu. Que ninguna proporcion podra ſer parte aliquota de vna racional multiplice, y de otra racional no multiplice. 88
11.doc. Que ninguna proporció racional puede ſer cõpueſta de vna o muchas proporciones ſuperparticulares yguales, con parte o partes aliquotas de la miſma ſuperparticular. 88
12.doc. La proporcion ſuperparciente, y la multiplice ſuperparciente, y la multiplice ſuperparticular, de que proporciones iguales puedan juſtamente ſer compueſtas. 88
13.doc. Si dos proporciones de mayor deſigualdad racionales, no tuuieren parte aliquota cõmun, q̃ ſea proporció racional, ny la vna fuere parte aliquota de la otra, no podrã cõmunicar en parte aliquota, q̃ ſea ꝓporció irracional. 89
14.docu. Que eſtas tales proporciones no ſeran commenſurables. 89
15.docu. Qualquier proporcion multiplice es commenſurable con algunas otras multiplices, pero no ſera commenſurable con otras proporciones de otro genero. 90
16.doc. Si dos proporciones multiplices fuerẽ de vna miſma orden, ſeran commenſurables, y ſi fueren comenſurables, ſeran de vna orden. 90
17.doc. Ninguna proporcion ſuperparticular es commenſurable con otra ſuperparticular. 91
18.docu. Alguna ſuperparticular es commenſurable con alguna ſuperparciente. 91
19.docu. Alguna ſuperparticular es cõmenſurable con alguna multiplice ſuperparticular. 91

20.docu. Alguna ſuperparticular es cõmenſurable con alguna multiplice ſuperparciente. 91
21.docu. Alguna ſuperparciente es commenſurable con alguna ſuperparciente. 91
22.docu. Alguna ſuperparciente es commenſurable cõ alguna multiplice ſuperparticular. 91
23.docu. Alguna ſuperparciente es commenſurable cõ alguna multiplice ſuperparciente. 91
24. docu. Alguna multiplice ſuperparticular es cõmenſurable con otra multiplice ſuperparticular, y algunas multiplices ſuperparciẽtes ſon entreſi commenſurables, y alguna multiplice ſuperparticular con alguna multiplice ſuperparciente. 91
25.doc Siendo nos propueſtas dos proporciones racionales de mayor deſigualdad, como conoſceremos ſi ſon cõmenſurab. o ſi no lo ſon. 91
Cap. 10. Siendo nos propueſtas dos proporciones, la vna racional, y la otra irracional, o entrambas irracionales, como conoſceremos ſi ſon commenſurables. 96
Cap. 11. De la compoſicion de proporciones, que ſe haze por la compoſicion de los terminos, con ſus documentos. 97
Cap. 12. Como en las proporciones por lo noto conoſceremos lo ignoto. 99
Cap. 13. Del multiplicar y partir en las proporciones. 103
Cap. 14 Delos medios proporcionales. 104
Cap. 15. De las raizes de los binomios. 112

*Tercera parte principal.*

Cap. primero: Como ſe deue de hazer la ygualac[illegible]
105

los quebrados y raizes. 125

Cap. 2. De las nueftras reglas, que refponden a las tres de las conjugaciones compueftas, que eftan en la primera parte. 142

Cap. 3. De las reglas femejantes a las fimples de la primera parte. 147

Cap. 4. De la regla general para las conjugaciones compueftas, en las quales las dignidades fueren proporcionales. 149

Cap. 5. De la practica delas reglas de Algebra en los cafos de Arithmetica, que fon 110. 151

1. Partir 30 en tales dos partes, que dando a la primera 3. y a la fegunda 5. refulte la primera el duplo de la fegunda. 151

2. Bufcar vn numero que multiplicado en fi mifmo, y el producto por 4 y de lo que fe hiziere facando 20. quedan 100. 152

3. Partir 12 en tales dos partes, que el quadrado de la mayor exceda al quadrado de la menor en 30. 152

4. Bufcar dos numeros, que la differencia dellos fea 2. y la delos quadrados fea 10. 152

5. Partir 20 en tales dos partes, que partiendo la mayor por la menor vengan 20. 152

6. Bufcar vn numero, que facandole los fus $\frac{1}{7}$. y multiplicando lo que quedare por $5\frac{1}{4}$. hagamos tanto como fi al mifmo numero juntafemos los mifmos $5\frac{1}{4}$. 152

7. Partir 30 en tales dos partes, que la menor fea $\frac{3}{5}$ de la mayor, y mas 4. 153

8. Bufcar dos numeros en proporciō dupla, que multiplicando vno por otro hagan 10. 153

9. Bufcar vn numero que facandolo de 18. y de

15. los numeros que quedaren tengan entre si proporcion sesquialtera. 153
10. Iuntar con estos 2 numeros 3, y 2. otros dos numeros en la proporcion de 5 para 1. y que sean tales que hecha esta addicion, resulte el vno duplo del otro. 153
11. Buscar dos numeros en proporciõ dupla, que multiplicando el vno por el otro, y los quadrados de entrambos, todo junto sea 70. 154
12. Partamos 10 en tales dos partes, que el ducto dellas sea quadruplo dela menor parte. 154
13. Buscar vn numero q̃ multiplicado en si mismo, y el producto por 6. haga dos vezes tanto como si lo multiplicasemos en si dos vezes, que es el su cubo. 154
14. Partir 20 en tales dos partes, que la vna multiplicada por 4. haga p̃. 5. que la otra multiplicada por 6. 154
15. Partamos 20 en tales dos partes, que la vna multiplicada por 4. haga tres vezes tanto como la otra por 5. 154
16. Partamos 20 en tales dos partes, que partiendo la vna por 4. venga tres vezes tanto como partiendo la otra por 5. 155
17. Busquemos 3 numeros en proporcion sesquialtera, y que seã tales q̃ multipl. el primero por el segũdo, hagamos ygual numero, o la mitad, o diez vezes mas q̃ el tercero, y en qualquier proporcion que nos fuere demandada. 155
18. Partamos 20 en tales 3 partes, que la primera multiplicada por 2. y la segunda por 4. y la tercera por 8. resulten numeros en proporcion tripla. 156
19. Par-

19 Partamos 20 en tales 3 partes,que tanta haga la primera multiplicada por 2. como la ſegunda por 3. y tanto haga la ſegunda por 4. como la tercera por 5. 156

20. Partamos 100 en tales 3 partes,que la primera partida por 3. y la ſegunda multiplicada por 4. y la tercera partida por 5. reſulten quantidades iguales. 156

21. Partamos 100 en tales 3 partes, q̃ tanto venga partiendo la primera por 2. como la ſegunda por 3. y como la tercera por 4. 157

22. Partamos 100 en tales 3 partes, que partiendo la primera por 4. y la ſegunda por 5. y la tercera por 6. los tres quocientes guarden entreſi proporcion tripla. 157

23. Partamos 10 en tales 2 partes, que tanto exceda el miſmo 10. la parte mayor, quanto la parte mayor excede la menor,que es proporcion Arithmetica. 157

24. Buſquemos dos numeros en proporcion dupla, y que el quarto del menor multiplicado por el tercio del mayor haga 20. 158

25. Buſquemos vn numero q̃ multiplicado por 4. y por lo que ſe hiziere partiendo el numero 30. ſea lo que viniere ſeſquialtero del miſmo numero. 158

26. Buſquemos 3 numeros en proporciõ ſeſquialtera, que multiplicando el primero por el ſegundo, y el ꝓducto por el tercero, hagã 12. 158

27. Buſquemos vn numero que multiplicado por la ſu raiz quadrada haga 4. 159

28 Buſquemos vn numero que la ſu raiz quadrada ſea ſeſquialtera dela ſu raiz cubica. 159

29. Par

29. Partamos 10 en tales dos partes, que el sumquadrado y los de las partes guarden entre si proporcion Arithmetica. 159
30. Busquemos dos numeros que multiplicando el vno por el otro, sea el producto sesquialtero del vno, y sesquitercio del otro. 159
31. Partamos 60 en 6 partes proporcionales segũ proporciõ Arithmetica por 3 de differẽcia. 160
32. El numero 60 esta partido en 6 partes ꝑporcionales segun proporcion Arith. y la primera parte es 5. y queremos conoscer las otras. 160
33. Partamos 12 en tales dos partes, que la primera con $\frac{1}{3}$ de la segunda haga 7. 160
34. Partamos 12 en tales dos partes, que la primera con $\frac{1}{6}$ de la segunda haga tanto como la segunda con $\frac{1}{5}$ de la primera. 160
35. Busquemos dos numeros, que el primero cõ $\frac{1}{5}$ del segundo haga 8. y el segundo con $\frac{1}{6}$ del primero haga 11. 161
36. Busquemos dos numeros, que sacando el numero 2 del segũdo, y dandolo al primero, resulte el primero duplo del segundo, y q̃ sacando el mismo numero 2. del primero, y dandolo al segũdo, resulte el segũdo triplo del primero. 161
37. Tenemos estos dos numeros 8. y 12. y juntádo con el 8. vn numero ignoto, y juntando con el 12. la octaua parte del mismo numero ignoto, resultan yguales el 8. y el 12. hecha la tal addicion, y queremos conoscer el ignoto. 161
38. Tenemos 5 numeros, y los 4 dellos sin el primero valen 127 y los 4 sin el segũdo valen 119. y los 4 sin el tercero valẽ 109. y los 4 sin el quarto valen 104. y los 4 sin el quinto valen 97. y que-

quemos ſaber quanto es cada vno dellos. 161

39. Buſquemos vn numero q̃ los quadrados de la ſu mitad, y del ſu tercio, y del ſu quarto, todos juntos hagã tanta sũma, como es el miſ. nu. 162

40. Partamos 100 en tales 5 numeros, que el ſegundo exceda al primero en 3. y el tercero al ſegundo en 7. y el quarto al tercero en 10. y el quinto al quarto en 20. 162

41. Tenemos 3 numeros, q̃ el primero y ſegundo con la mitad del tercero hazen 100. y el ſegundo y tercero con $\frac{1}{3}$ del primero hazen 100. y el tercero y primero cõ $\frac{1}{4}$ del ſegũdo hazẽ 100. y queremos ſaber quãto es cadavno dellos. 162

42. Tenemos 3 numeros, que el primero cõ $\frac{2}{3}$ del ſegũdo y del tercero hazẽ 100. y el ſegũdo cõ $\frac{3}{4}$ del primero y del tercero hazẽ 100. y el tercero cõ $\frac{4}{5}$ del primero y del ſegũdo hazẽ 100. y q̃remos ſaber quanto es cadavno dellos. 164

43. Tenemos 4 numeros, q̃ el primero con $\frac{2}{3}$ del ſegundo y del tercero y del quarto hazen 40. y el ſegundo con los $\frac{3}{4}$ del primero y del tercero y del quarto hazen 40. y el tercero cõ los $\frac{4}{5}$ del primero y del ſegundo y del quarto hazen 40. y el quarto cõ los $\frac{5}{6}$ del primero y del ſegundo y del tercero hazen 40. y queremos ſaber quanto es cada vno dellos. 164

44. Tenemos 3 numeros, que el primero con la mitad del ſegundo haze 60. y el ſegundo con $\frac{1}{3}$ del tercero haze 60. y el rercero cõ $\frac{1}{4}$ del primero haze 60. y queremos ſaber quanto es cada vno dellos. 165

45. Tenemos vn numero partido en tales tres partes, q̃ dando la primera el tercio de ſi miſma,

ma,y la ſegunda dando ¼ de ſi miſma,y dando la tercera el ⅕ de ſi miſma,y haziendo vna sũma de lo q̃ las tres partes han dado,y partiendo eſa sũma en 3 partes yguales,y boluiendo a cadavna no lo que ha dado,mas el tercio de la dicha sũma,que fue partida en 3 partes iguales,quedan ordenadas por tal manera las primeras partes del dicho numero,q̃ la primera es la mitad del miſmo numero,y la ſegunda es el tercio, y la tercera es el ſexto, y queremos ſaber quanto es eſte primero numero,y quanto es cada vna delas partes,en las quales eſta eſta partido, y eſto en enteras. 166

46. Buſquemos dos numeros que multiplicando el vno por el otro,y partiendo el ꝓducto por la differencia dellos,vengan 20. 167

47. Buſquemos dos numeros,que el primero cõ 8 del ſegundo reſulte ſeis vezes mayor que lo que queda del ſegundo,y el ſegundo cõ 7 del primero reſulte ſeis vezes mayor que lo que queda del primero. 167

48. Buſquemos 3 numeros que el primero cõ 10 del ſegũdo reſulte ygual a lo que reſta del ſegundo,y el ſegundo con 10 del tercero reſulte duplo de lo que reſta del tercero, y el tercero con 10 del primero reſulte triplo de lo que reſta del primero. 168

49. Buſquemos 4 numeros, que el primero cõ el quarto juntos ſean 100. y eſto ſea el duplo de los otros dos, y el ſegundo con el quarto ſean 115. y ſean el triplo de los otros dos, y el tercero con el quarto ſean 120. y ſean el quadruplo de los otros dos. 168

50. Busquemos 2 numeros, que el 1 con $\frac{1}{3}$ del 2 y mas 4. resulte duplo de lo que queda del 2, y el 2 con la mitad del 1 y mas 6. resulte 5 vezes mas que lo que queda del primero. 169
51. Busquemos 3 numeros, q̃ el 1 con la mitad del 2 y del 3 haga 32. y el 2 con $\frac{1}{3}$ del 1 y del 3 haga 28. y el tercero con $\frac{1}{4}$ del 1 y del 2 haga 31. 169
52. Partamos 10 en tales dos partes q̃ las sus raizes quadradas juntas hagan 4. 170
53. Partamos 10 en tales dos partes, q̃ partiendo vna por otra, y la otra por la otra, entrambos los quocientes hagan $2\frac{16}{21}$. 170
54. Partamos 10 en tales 2 partes, q̃ partiendo la mayor por la menor, lo q̃ viniere sea la mitad de lo q̃ se haze mult. la mayor por la menor. 170
55. Partamos 8 en tales 2 partes, q̃ partiendo los quadr desas partes el vno por el otro, y el otro por el otro, entrãbos los quociẽtes hagã $18\frac{2}{3}$. 172
56. Busquemos 2 numeros en proporcion dupla sesquialtera, q̃ la differentia dellos sea 9. 172
57. Busquemos vn numero que multiplicado por el su tercio haga 20. 173
58. Partamos 12 en 4 partes proporcionales en continua proporcion, y q̃ sean tales que la 1 y 3 juntas sean 4. y la segunda con la quarta 8. 173
59. Busquemos vn numero que el duplo del y el su quadrado todo junto sea 15. 173
60. Busquemos vn numero q̃ multiplicado en si, y esto por 3, y juntando mas el quadruplo del mismo numero, todo esto junto sea 20. 174
61. Busquemos vn numero q̃ juntandole 4. y multiplicando todo por el mismo nu. haga 21. 174
62. Busquemos vn numero que juntandole 20.

sea

sea tanto como el su quadrado. 174
63. Busquemos vn nu.que multipl.por 6.haga tanto como el su quadrado sũmado cõ 8. 174
64.Partamos 8 en tales 2 partes,q̃ los sus quadr. y la multiplic. de la vna en la otra sea 49. 174
65.Partamos 12 en tales 2 partes q̃ la raiz de la vna multiplic.por la raiz de la otra haga 5. 175
66.Busquemos 2 nu.q̃ el vno multip.por el otro haga 6.y la differẽcia de los quadrados sea 5. 175
67.Partamos 18 en tales 2 partes que la differencia delas raizes desas partes sea 2. 176
68. Partamos 10 en tales dos partes que los sus quadrados juntos hagan 60. 177
69.Partamos 8 en tales dos partes,q̃ los sus quadrados junto excedan en 20 lo q̃ se haze multiplicando la vna parte por la otra. 178
70.Partamos 10 en tales dos partes,que multiplicando la vna por la otra hagan 20. 179
71.Busquemos 2 nu.cuyos quadrados jũtos hagã 30.y la multipl.del vno por el otro haga 10. 179
72. Partamos 10 en tales 2 partes q̃ el quadrado dela mayor sea triplo del quad.dela menor. 181
73.Busquemos 2 numeros cuyos quadrados juntos sean 34. y lo que se haze multiplicando el vno por el otro, puesto en vna sũma con los mismos dos numeros,todo junto haga 23. 181
74.Busquemos 2 nu. q̃ multip elvno por el otro haga 10.y q̃ los quadrados desos 2 nu.puestos en vna sũma con ellos mismos hagan 36. 182
75.Partamos 12 en tales 2 partes,q̃ el quadrado de la vna parte partido por la otra parte,y el quadrado de la otra parte partido por la otra, los dos quocientes sean 18. 183

76. Busquemos dos numeros, que tomando el primero 30 del segũdo, resulte mayor que lo q̃ queda del segundo vn tanto y dos tercios, y dando al segundo tal parte del primero, qual 30 es del mismo segundo, resulte 7 vezes mayor que lo que resta del primero. 183

77. Busquemos dos numeros, que recibiendo el primero tal parte del segundo, qual 9 es del mismo primero, resulte el primero mayor q̃ lo que resta del segundo en 18. y recibiendo el segundo tal parte del primero, qual 10 es del mismo segundo, resulte el segundo mayor que lo que resta del primero por 24. 184

78. Partamos 26 en tres partes proporcionales, que multiplicando la primera por 2. y la segunda por 3. y la tercera por 4. estas tres multiplicaciones hagan 94. 186

79. Busquemos 2 numeros en proporcion de 4 para 5, que recibiẽdo el primero tal parte del segũdo, qual 4 es del mismo primero, resulte el primero triplo de lo que resta del segundo. Y q̃ recibiendo el segundo tal parte del primero, qual 5 es del mismo segundo, resulte el segundo quadruplo delo q̃ resta del primero. 188

80. Partamos 26 en 3 partes proporcionales, de tal manera, que la primera, que es la menor, multiplicada por 3. y la segunda por 5. sean entrambas juntas yguales a la tercera multiplicada por 2. 189

81. Partamos 12 en 3 partes proporcionales, que los sus quadrados juntos hagan 96. 190

82. Busquemos 2 numeros, que tanto hagan sũmados como multiplicados, y que los sus qua-

dra-

drados y los mismos numeros todo junto hagan 90. 192
83. Partamos 60 en 4 partes proporcionales en continua proporcion, y que la primera parte cō la segunda juntas sean 6. y la tercera y quarta juntas sean 54. 192
84. Partamos 80 en 4 partes proporcionales en continua proporcion, y que la segunda con la tercera juntas sean 24. y la primera cō la quarta juntas sean 56. 193
85. Busquemos dos numeros, cuya differencia sea 4. y los sus quadrados juntos sean 80. 195
86. Busquemos 4 numeros proporcionales en cōtinua proporcion, y q̄ todos juntos sean 80. y la multiplicacion del primero y segūdo juntos por el tercero y quarto jūtos haga 576. 195
87. Busquemos dos numeros en proporcion de 7 para 4. que sacando el mayor de 9. y el menor de 8. queden numeros yguales. 196
88. Busquemos dos numeros, q̄ el primero cō la raiz del segundo exceda lo q̄ resta del segunda en la vnidad, y q̄ el segundo con la raiz del primero exceda lo que resta del primero en 10. 198
89. Partamos 20 por vn tal numero, que el quociente exceda al partidor en 4. 198
90. Partamos 14 en 3 partes proporcionales, que multiplicando la primera por la segunda, y el producto por la tercera, sea esto 64. 199
91. Partamos 10 en 3 partes proporcionales, que multiplicando la primera por la segunda, y la segunda por la tercera, y la tercera por la primera hagan 30. 200
92. Partamos 10 en tales tres partes proporcionales,

nales,q̃ el quadrado de la primera con el quadrado de la ſegũda juntos ſean iguales al quadrado de la tercera. 201
93. Buſquemos dos numeros, q̃ tanto el mayor multiplicado por el menor, como la differencia dellos en ſi miſma, y que los quadrados juntos ſean 20. 203
94. Buſquemos 2 numeros q̃ la differencia dellos multiplicada por la differencia de los ſus quadrados haga 10. y que la sũma de los numeros por la sũma de los quadrados haga 20. 204
95. Buſquemos 4 numeros proporcionales en continua proporcion, que el primero multiplicado por el tercero haga 5. y el ſegũdo por el quarto haga 15. 206
96. Buſquemos 4 numeros proporcionales en cõtinua proporciõ, que el 1 multiplicado por el 2 haga 5. y el 3 por el 4 haga 10. 206
97. Buſquemos 3 numeros proporcionales, que el quadrado del primero y del ſegũdo entrambos jũtos ſeã iguales al quadrado del tercero, y q̃ el primero multip. por el ſegũdo, haga 10. 208
98 Partamos 12 en tales dos partes, que ſea la vna dellas medio proporcional entre la otra y el numero 10. 210
99. Buſquemos dos numeros que multiplicado el vno por el otro, haga 12 y que ſea el numero 2. tercero proporcional con ellos. 211
100 Buſquemos 4 numeros proporcionales en continua proporcion, y q̃ el primero multiplicado por el ſegundo, y el producto por el tercero, y eſte ꝓducto por el quarto, hagan 81. y q̃ el primero multiplicado por el 2. haga 6. 211

101. Busquemos 4 numeros proporcionales en continua proporcion, que el primero multicado por el segundo, y el producto por el tercero, y este producto por el quarto, hagã 100. y q̃ el primero y el quarto juntos hagã 7. 213
102. Busquemos 4 numeros proporcionales en cõtinua proporcion, que la sũma del primero y segundo, siendo multiplicada por la sũma del tercero y quarto, hagan 36. y que todos 4 numeros juntos en vna sũma, sean 13. 214
103. Partamos 15 en 4 partes proporcionales en continua proporcion, que los sus quadrados todos juntos sean 85. 215
104. Busquemos 3 numeros proporcionales, que el primero multiplicado por el segũdo, haga el tercero, y que el quadrado del primero con el quadrado del segundo sean entrambos juntos yguales al quadrado del tercero. 217
105. Partamos 10 en 3 partes proporcionales, y q̃ sean tales que la primera multiplicada por la tercera, haga tres tanto que la primera multiplicada por la segunda. 219
106. Tenemos 3 numeros q̃ el primero con la mitad del segũdo y la tercia parte del tercero haze 12. y el segundo con la quarta parte del primero, y vn tercio del tercero haze 15. y el tercero con el quarto del primero, y el quinto del segundo haze 20. y queremos saber quanto sea cadavno destos tres numeros. 219
107. Tenemos 3 numeros, que el primero con la mitad del segũdo, y el tercio del tercero haze 12. y el segundo con el quarto del primero y $\frac{1}{5}$ del tercero haze 15. y el tercero con $\frac{1}{6}$ del primero,

mero, y $\frac{1}{8}$ del ſegundo haze 20. y queremos ſaber quanto ſea cadavno. Y es eſte caſo diffe rente del paſado en los quebrados. 220
108. Tenemos 3 numeros, que el primero con la mitad del ſegundo y del tercero haze 90. y el ſegundo con la tercia parte del primero y del tercero haze 84. y el tercero cõ la quarta parte del primero y del ſegũdo y mas 6. haze 87. y q̃remos ſaber quãto ſea cadavno dellos. 221
109. Tenemos 3 numeros, que el primero juntan dole 10. reſulta duplo de los otros juntos, y el ſegundo cõ 10. reſulta triplo de los otros dos, y el tercero con 10. reſulta quadruplo de los otros dos, y queremos ſaber quanto es cadavno dellos. 221
110. Tenemos 3 numeros, que el primero con el tercio de los otros dos, y mas 4. haze 100. y el ſegundo con 60. que ſe le juntẽ ſacados de los otros dos, reſulta duplo menos 4. de lo q̃ reſta de los otros dos, y el tercero cõ el quarto de los otros dos, y mas 5. reſulta triplo de lo que reſta de los otros dos, menos 5 y queremos ſaber quanto es cadavno dellos. 222
Cap. 6. De la regla de la quantidad ſimple, o abſoluta, con ſus caſos. 224
Cap. 7. De la practica de Algebra en los caſos o exemplos de Geometria, y primeramente de los quadrados. 227
1. Si el lado del quadrado fuere conoſcido, la area ſera tambien conoſcida. 227
2. Si la area fuere conoſcida, el lado ſera cono. 228
3. Si el lado fuere conoſc. el diam. ſera conoſc. 228
4. Si el diam. fuere conoſc. el lado ſera conoſc. 228

5. Si la sũma del diametro y del lado fuere conoſcida, cadavno por ſi ſera conoſcido. 228
6. Si el ducto del diametro en el lado fuere conoſcido, cadavno dellos ſera conoſcido. 229
7. Si el exceſſo del diametro ſobre el lado fuere conoſcido, cadavno por ſi ſera conoſcido. 230
8. Si el ducto del lado enel exceſſo q̃ ſobrel tiene el diam. fuere conoſcido, todo ſera conoſc. 230
9. Si el ducto del diam. enel exceſſo q̃ tiene ſobre el lado fuere conoſcido, todo ſera conoſc. 231
10. Si el lado y la area todo junto en vna sũma fuere conoſcido, cadavno por ſi ſera conoſc. 231
11. Si el diam. y la area todo junto en vna sũma fuere conoſc. cadavno por ſi ſera conoſcido. 232
12. Si el lado y el diam. y la area todo junto fuere conoſcido, cadavno por ſi ſera conoſcido. 232
13. Si el ducto del lado en la area del quadr. fuere conoſcido, cadavno por ſi ſera conoſcido. 232
14. Si el ducto del diam. en la area del quadr. fuere conoſcido, cadavno por ſi ſera conoſc. 233

¶ *Quadrangulos rectangulos no quadrados.*

15. Si enel quadrãgulo rectangulo no quadrado los dos lados q̃ comprehenden el angulo recto fueren conoſcidos, la area ſera conoſcida. 234
16. Si la area fuere conoſcida, y el vno de los lados conoſcido, el otro lado que conel cõtiene el angulo recto, tambien ſera conoſcido. 234
17. Si el vno de los lados y el diametro fueren conoſcidos, la area ſera conoſcida. 234
18. Si la area fuere conoſcida, y los dos lados que contienen el angulo recto, entrambos juntos en vna sũma, fueren conoſcidos, cadavno de los lados por ſi ſera conoſcido. 234

19. Si la area fuere conoſcida, y el diametro conoſcido, los lados ſeran conoſcidos. 235
20. Si la area fuere conoſcida, y la proporciõ de los lados conoſcida, todo ſera conoſcido. 235
21. Si la area fuere conoſcida, y el exceſſo de vn lado ſobre el otro fuere conoſcido, cada vno de los lados ſera por ſi conoſcido. 236
22. Si el diametro fuere conoſcido, y la sũma de los dos lados tambien fuere conoſcida, cada vno de los lados y la area ſerã conoſcidos. 236
23. Si el vno de los dos lados fuere conoſcido, y la sũma del diametro y del otro lado fuere conoſcida, cadavno por ſi ſera conoſcido, y tambien la area. 236
24. Si el exceſſo del vn lado ſobre el otro fuere conoſcido, y la sũma de la area con el diametro fuere conoſcida, cadavno por ſi ſera conoſcido. 236
25. Si la sũma de los 2 lados cõ el diametro fuere conoſcida, y el exceſſo del diametro ſobre el vno de los lados fuere conoſcido; cadavno de los lados ſera conoſcido, y la area conoſc. 238
26. Si la sũma de los dos lados cõ el diametro fuere conoſcida, y el exceſſo del lado mayor ſobre el menor fuere conoſcido, cadavno por ſi y la area ſeran conoſcidos. 238
27. Si la sũma de los dos lados con la area fuere conoſcida, y el exceſſo de vn lado ſobre el otro fuere conoſcido, cadavno por ſi ſera conoſ. 239
28. Si el vno de los dos lados fuere conoſcido, y el ducto del otro lado en la area fuere conoſcido, cadavno por ſi ſera conoſcido. 239
29. Si el vno de los dos lados fuere conoſcido, y

el ducto del otro lado enel diametro fuere tãbien conoscido, cadavno por si sera conosc. 239
30. Si los excessos del lado mayor sobre el menor, y del diametro sobre el lado mayor fuerẽ conoscidos, cadavno por si sera conoscido. 240
31. Si la proporcion de los dos lados fuere conoscida, y la quantidad del diametro fuere conoscida, o si fuere conoscida la proporcion del diametro al vno de los dos lados, y el otro lado fuere conoscido, cadavno de los otros sera conoscido. 240
¶ *Triangulos.* fol. 241.
32. Si los tres lados del triangulo fueren conoscidos por ellos conosceremos si es rectangulo, o si es obtusiangulo, o si es oxygonio. 242
33. Si los tres lados del triangulo fueren conoscidos, el catheto y las partes de la base sobre que cae, seran conoscidos. 242
34. Si los 3 lados del triangulo fuerẽ conoscidos, la area sera conoscida por noticia del catheto, y si los lados del triangulo equilatero fueren numeros, la su area no podra ser numero, en lo que se engaño Oroncio. 247
35. Si el triangulo rectangulo tuuiere dos lados conoscidos, la area sera conoscida. 248
36. Si los tres lados del triangulo rectangulo todos juntos en vna sũma fueren conoscidos, y fueren proporcionales, queremos dezir, que el lado mayor, el qual es opposito al angulo recto, tenga tal proporciõ para el lado mayor de los dos que cõtienen el angulo recto, qual tiene este mismo lado para el menor, cadavno de los tres lados por si sera conoscido. 248
37. Si

37. Si los tres lados del triangulo fueren conoſcidos, podremos por ellos ſaber quanta ſea la area, ſin noticia de la perpendicular. 249
38. Si la area del triangulo fuere conoſcida, y la sũma de los 3 lados juntos tambiẽ fuere conoſcida, cadavno de los lados por ſi ſera conoſc. 259
39. Si la area del triangulo rectangulo fuere conoſcida, y la sũma de los tres lados conoſcida, cadavno de los lados por ſi ſera conoſcido. 262
40. Si la area del triangulo equilatero fuere conoſcida, ſera el ſu lado conoſcido, y el catheto tambien ſera conoſcido. 267
41. Si enel triangulo equilatero el catheto fuere conoſcido, la area ſera conoſcida, y el lado tambien ſera conoſcido. 268
42. Si las proporciones de los tres lados del triangulo fueren conoſcidas, y el catheto tambien conoſcido, ſerã loslados cognoſcidos. 268
43. Si la proporcion de los tres lados fuere conoſcida, y la area tambien fuere conoſcida, los lados ſeran conoſcidos. 268
44. Si en el triangulo la proporcion de los dos lados deſiguales fuere conoſcida, y las partes de la baſe, adonde cae el catheto, fueren conoſcidas, los lados ſeran conoſcidos. 268
45. Si dos lados del triangulo entrambos juntos fueren conoſcidos, y las partes de la baſe, adonde cae la perpendicular, fuerẽ conoſcidas, cadavno delos lados ſera por ſi conoſcido, y la area y el catheto tambiẽ ſerã conoſcidos. 269
46. Si el catheto fuere cognoſcido, y la baſe tambien conoſcida, y fuere ſabida la proporcion que entreſi tienẽ los dos lados, ſeran los lados

conoſcidos, y las partes de la baſe adonde cae la perpendicular. 270
47. Si la baſe del triangulo fuere conoſcida, y la perpendicular tambien fuere conoſcida, y la sũma de los dos lados conoſcida, cada vno por ſi ſera conoſcido. 271
48. Si las partes de la baſe del triangulo adonde cae la perpendicular fuerẽ conoſcidas, y la differencia de los dos lados fuere conoſcida, cadavno de los lados ſera conoſcido. 272
49. Si los dos lados del triangulo fueren conoſcidos, y la proporcion que entreſi tienen las partes de la baſe adonde cae la perpendicular fuere conoſcida, la baſe y la perpendicular y la area ſeran conoſcidas. 273
50. Si las partes de la baſe adonde cae la perpendicular fueren conoſcidas, y la proporcion de los lados fuere conoſcida, cadavno de los lados ſera conoſcido, y la perpendicular y la area. 273
51. Si la differencia que ha entre las partes de la baſe, adonde cae la perpendicular, fuere conoſcida, y la differẽcia que ha entre los dos lados tambien fuere conoſcida, y aſſi la perpẽdicular, las partes de la baſe y los lados ſerã conoſc. 273
52. Si la area del triangulo fuere conoſcida, y los dos lados conoſcidos, ſera el tercero lado conoſcido. 274
53. Si los lados del triangulo fueren conoſcidos, el ſemidiametro del circulo que enel es deſcripto, tocante los ſus lados, ſera conoſcido. 275
54. Si los lados del triangulo fueren conoſcidos, el ſemidiametro del circulo que lo cerca ſera conoſcido. 276
55. Si

55. Si el diametro del circulo enel qual es descripto el triangulo fuere conoſcido, y la proporciō de los lados fuere conoſcida, ſerā los lados conoſcidos en cōparacion del diametro. 277

56. Si el diametro del circulo deſcripto enel triangulo tocante los ſus lados, fuere conoſcido, y la proporcion que los tres lados entreſi tienen, fuere ſabida, ſeran los miſmos lados conoſcidos en comparacion del diametro. 277

57. Si los tres lados del triangulo fueren conoſcidos, y en el fuere deſcripto vn circulo tocante los ſus lados, el ſemidiametro del circulo ſera conoſcido, y las partes dos lados diuididos en los puntos de la contingencia, y las diſtancias del centro a los angulos del triangulo ſeran tambien conoſcidas. 277

58. Si enel triangulo fuere deſcripto vn circulo, tocāte los ſus lados, y el ſemidiametro fuere conoſcido, y tambien el vno de los lados del triangulo, y las partes del miſmo lado, diuidido enel punto de la contingencia, los otros 2 lados del triangulo ſeran conoſcidos. 278

59. Si los 3 lados del triangulo fuerē conoſcidos, la linea recta que ſaliere de qualquier de los angulos, y partiere el lado oppoſito en partes conoſcidas, ſera conoſcida. 279

60. Si el diametro del circulo fuere conoſcido, el lado del triangulo equilatero, que en el es deſcripto, ſera conoſcido. 280

61. Si el lado del triangulo equilatero fuere conoſcido, el lado del mayor quadrado que en el cabe ſera conoſcido. 281

62. Si

62. Si los lados del triangulo fueren desiguales y conoſcidos, y ſobre el vno de los lados fuere conſtituido vn quadrado que con dos angulos toque los otros dos lados, el lado deſe quadrado ſera conoſcido. 284

63. Si los lados del triangulo fuerẽ conoſcidos, por ellos podremos ſaber quãto el centro del peſo es apartado de cadavno de los ang. 287

64. Si los lados del triangulo fuerẽ conoſcidos, por ellos podremos ſaber quanto qualquier de los lados ſe puede eſtender o abreuiar, ſin auer mudança en los otros dos, y ſin la area creſcer o menguar de lo que antes era. 290

*Rombos. fol. 298.*

65. Si el lado del Rombo fuere conoſcido, y el vno de los diametros tambien fuere conoſcido, la area ſera conoſcida. 299

66. Si la area del Rombo fuere conoſcida, y el vno de los diametros conoſcido, el otro diametro ſera conoſcido, y el lado tambien ſera conoſcido. 299

67. Si la area del Rombo fuere conoſcida, y la proporcion de los diametros tambien fuere conoſcida, ſera el lado conoſcido. 299

68. Si la area del Rombo fuere conoſcida, y lo que viene en la particion del mayor diametro por el menor, tambien fuere conoſcido, los diametros ſeran conoſcidos, y el lado conoſcido. 300

69. Enel Romboide ſi los dos lados que comprehenden el angulo, y el diametro, fueren conoſcidos, la area ſera conoſcida. 302

¶ Tra-

¶ *Trapezios*. fol. 303.
70. Enel Trapezio que tiene 2 lados equidiſtantes, y todos 4 lados ſon conoſcidos, como podremos conoſcer el cõcurſo de los lados que no ſon equidiſtantes, y la area. 303
71. Enel miſmo Trapezio la qualidad de los angulos ſobre la baſe, y las perpendiculares que vienen de la cabeça, ſera conoſcida. 305
72. Enel miſmo Trapezio la area ſera conoſcida por otro modo differente del caſo 70. 309
73. Enel miſmo Trapezio ſaber todo lo ſobredicho por vna ſola regla con ſu demonſtr. 312
74. Si los 4 lados del Trapezio que no tiene lados equidiſtantes, y el diametro, fueren conoſcidos, la area ſera conoſcida. 317
¶ *Pentagonos, y otras figuras de muchos lados.*
75. Si los lados del Pentagono, o de otra qualquier figura de muchos lados fueren conoſcidos, la area ſera conoſcida con ayuda de inſtrumento mechanico. 317
76. Si el lado del Pentagono equilatero y equiangulo fuere conoſcido, el ſemidiametro del circulo circũſcripto, y del inſcripto, y la cuerda del angulo Pentagonico, y la area, ſeran conoſcidos. 319
77. Si el diametro del circulo fuere conoſcido, el lado del Pentagono enel deſcripto ſera conoſcido, y la cuerda del angulo pentagonico, y el ſemidiametro del circulo enel pentagono inſcripto, y la area del pentagono tambien ſera conoſcida. 321
¶ Carta a los Lectores, la qual es cenſura de la Algebra de Nicolao Tartalla, vieja y nueua. 323

FIN DELA TABLA DESTA OBRA.

# PARTE PRIMERA DESTA OBRA.

## *Cap. primero del fin de la Algebra, y de ſus Conjugaciones y Reglas.*

EN eſta Arte de Algebra el fin que ſe pretende, es manifeſtar la quantidad ignota. El medio de que vſamos para alcançar eſte fin, es ygualdad. Las principales quãtidades a q̃ por diſcurſos demõſtratiuos procuramos eſta ygualdad, dando les o quitandoles quanto cõuiene, como quien pone en balança, ſon tres: Numero, Coſa, Cenſo.

Numero en eſta Arte ſe dize qualquiera quantidad, quando la entendemos compueſta de vnidades, o ſea numero entero, o ſea quebrado, o ſea Raiz, aun q̃ ſea ſorda. Como quien dixieſſe: 8. 9. 10. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $8\frac{1}{2}$. $8\frac{1}{3}$. $8\frac{1}{4}$. Raiz de .8. Raiz de .9. Raiz de .10. Raiz de .$\frac{1}{2}$. Raiz de .$\frac{1}{3}$. Raiz de .$\frac{1}{4}$. Raiz de .$8\frac{1}{2}$. Raiz de .$8\frac{1}{3}$. Raiz de .$8\frac{1}{4}$. Coſa ſe dize la Raiz de qualquier quadrado, y Cenſo llamamos el quadrado que ſale de aquella Raiz.

Eſtas tres quantidades ſe pueden conjugar en la ygualdad, que el Arte ſiempre procura por ſeis modos. Porque ſon tres conjugaciones ſimples, y tres compueſtas.

Cõjugaciones ſimples:
1. Cenſos yguales a Coſas.
2. Cenſos yguales a Numero.
3. Coſas yguales a Numero.

Cõjugaciones compueſtas:
4. Cenſo y coſas yguales a numero.
5. Coſas y numero yguales a cenſo.
6. Cenſo y numero yguales a coſas.

A cada vna destas seis conjugaciones responde su regla: de suerte que son seis reglas, tres para las simples, y tres para las compuestas.

Primera Regla: Quando Censos fueren yguales a Cosas, partiremos el numero delas cosas por el numero de los censos, y lo q̃ viniere en la particion sera el valor de la cosa. Exemplo: Pongamos que siendo nos propuesto algun problema para resoluer, y procurando la ygualdad q̃ conuiene, hallamos q̃.4.censos son yguales a.20.cosas. Partiremos por tanto.20.por.4. y vernan.5. por valor dela cosa. E la experiencia assi lo dize: Porq̃.20.multiplicados por.5.q̃ es el valor de la cosa, hazen.100. y porq̃ siendo la cosa.5.el censo es.25.valdran por tanto.100. los.4.censos.

Segunda: Quando censos fueren yguales a numero. Partiremos el numero por los censos, y la raiz de lo que viniere en la particion sera el valor de la cosa. Exemplo: Pongamos que.7.censos son yguales al numero.63. Partimos.63. por.7. y vernan.9. cuya raiz que es.3. sera el valor de la cosa. Y assi es por que siendo el valor de la cosa.3. el censo sera.9. y siete censos valdran.63. porque.7.vezes.9. son.63.

Tercera: Quando las cosas fueren yguales a numero, partiremos el numero por las cosas, y lo que viniere en la particion, sera el valor de la cosa. Exemplo: Pongamos que.10.cosas son yguales a.25. partiremos.25.por.10. y lo q̃ viene que es.$2\frac{1}{2}$. sera el valor de la cosa, porque.10.vezes.$2\frac{1}{2}$. son los mesmos.25.

Quarta Regla, q̃ es la primera delas cõpuestas: Quando vn censo y las cosas fueren yguales a nu-

numero, multiplicaremos la mitad del numero de las cosas en sy mesma, criando quadrado, y a este quadrado juntaremos el numero ꝓpuesto, y de toda la sũma tomaremos la raiz. De laqual raiz quitaremos la mitad del numero de las cosas, y quedara manifesto el valor de la cosa. Exempla: Pongamos q̃ vn censo y diez cosas son yguales al numero .56. y q̃remos saber el valor de la cosa. Multiplicaremos en si .5. q̃ es la mitad del numero de las cosas, y haremos .25. los quales juntaremos con .56. y haremos .81. La raiz destes .81. es .9. y destes .9. quitaremos .5. que es la mitad del numero de las cosas, y quedaran .4. por valor de la cosa. E ansi es, porq̃ siendo .4. el valor de la cosa, sera el censo .16. los quales juntãdo con .40. q̃ es el valor de .10. cosas, haremos .56. q̃ pusimos ser yguales a .1. censo y .10. cosas.

Quinta Regla. que es la segunda delas compuestas: Quando cosas y numero fueren yguales a vn censo, multiplicaremos en si la mitad del numero de las cosas criando quadrado, y con este quadrado juntaremos el numero, como antes hezimos. Y de toda esta Sũma tomaremos la raix, con la qual juntaremos la mitad del numero delas cosas, y sera la Sũma el valor dela cosa. Exemplo: Pongamos q̃ .6. cosas con el numero 40. son yguales a vn censo. Multiplicaremos en si .3. q̃ es la mitad del numero de las cosas, y haremos .9. estes .9. con .40. hazen .49. cuya raiz q̃ es .7. juntaremos con los .3. y haremos .10. que sera el valor de la cosa. E la experiencia assi lo muestra, porque .6. cosas valen .60. los quales con .40. hazen .100. que es el censo de diez.

Sexta Regla, q̃ es la tercera de las compuestas: Quando vn censo y el numero fueren yguales a las cosas, multiplicaremos en si la mitad del numero de las cosas criando quadrado, del qual quitaremos el numero propuesto, y de lo que quedare tomaremos la Raiz. La qual juntando con la mitad del numero de las cosas, o quitandola si quisieremos, nos dara el valor de la cosa. Exemplo: Pongamos que vn censo con el numero .24. son yguales a .10. cosas, y queremos saber quãto sea el valor de la cosa. La mitad del numero de las cosas es .5. que multiplicados en si, hazen .25, de los quales quitando .24. queda vno, cuya raiz que es 1. juntaremos con .5, y haremos .6. que sera el valor de la cosa. E podremos tambien si nos pluguiere quitar .1. de .5. y quedaran .4. q̃ otro si puede ser valor de la cosa: mas en respeto de otro censo, y con entrambos los valores de la cosa, quadra el exemplo. E si acaeciere q̃ el numero propuesto sea ygual al quadrado de la mitad del numero de las cosas, en tal caso essa mitad del numero de las cosas sera el valor de la cosa. Exemplo: 1. censo con .9, sean yguales a .6. cosas. Digo que el valor de la cosa sera .3. Porque el quadrado de la mitad del numero de las cosas es .9. del qual quitando el numero q̃ otrosi es .9. queda cifra, la qual o quitada de .3. o añadida a los .3. siempre resultan .3.

## *Pratica destas Reglas. Cap. 2.*

PVesto q̃ la pratica destas reglas presuponga tener ya sabido el Algorithmo, de las quantidades de que tratamos, q̃ en la segunda parte

desta

desta obra escreuimos, todavia para que demos algun gusto a los q̃ esta arte de Algebra por este nuestro libro quieren deprender, hallando luego enel principio algun fructo, q̃ es hazer noto por estas Reglas lo que antes nos era ignoto, y para q̃ con mayor atencion lean todo lo que se sigue, como doctrina necessaria para lo q̃ la arte pretende, nos parecio por estas causas cosa muy conueniente mostrarmos el vso de las dichas reglas en algunos Problemas, que facilmente por ellas se pueden resoluer, sin que haga falta la doctrina de la dicha segunda parte. En el primero Problema praticaremos la primera Regla, y en las q̃ despues se siguen praticaremos las otras.

Busquemos dos numeros q̃ guardando entre si qualquiera ꝓporcion q̃ nos fuere propuesta, tanto hagan sumados, como multiplicados vno por el otro. Para que hallemos estes numeros, pornemos el menor dellos ser .1. cosa, y pongamos por exemplo, q̃ la proporcion que han de guardar entresi sea como de .3. para .1. que es tripla, y sera por tanto el mayor dellos .3. cosas, y entrambos en vna sũma seran .4. cosas. Multiplicaremos vno por otro .s. vna cosa por .3. cosas, y haran .3. censos, por quanto raiz multiplicada por raiz haze quadrado. Y porque tanto han de hazer siendo sumados como siendo multiplicados, yguales seran luego .4. cosas a .3. censos, que es la primera conjugacion, a que responde la primera regla. E cõforme a ella obrando, partiremos el numero de las cosas, que es .4. por el numero de los censos, que es .3. y verna .$1\frac{1}{3}$. por valor de la cosa, y este sera el menor nu-

numero,y porq̃ .1⅓. multiplicado por.3.haze.4. ſera por tanto el mayor numero.4.E manifeſto es,que tanto hazen sũmados como multiplicados,porq̃ la sũma dellos es.5⅓.y multiplicando el vno por el otro tambien hazen.5⅓.

*Pratica de la.2.Regla.*

Buſquemos dos numeros, q̃ guardando entreſi la proporcion q̃ nos fuere propueſta, y multiplicados el vno por el otro,hagan el numero q̃ quiſieremos.Como ſe nos dixeſſen aſſi:Buſquemos dos numeros en la proporcion de .5.para .4.que ſean tales, q̃ multiplicados el vno por el otro hagan.80. Pornemos el menor ſer.1.coſa, y ſera por tanto el mayor vna coſa y.¼.de coſa. Multiplicaremos.1.coſa por.1.coſa y .¼. de coſa, y haran.1.cenſo y.¼. de cenſo, por la razon ſobredicha,q̃ raiz multiplicada por ſi meſma haze quadrado,y la raiz ſe llama coſa,y el quadrado cenſo.E por que ſe propuſo que multiplicando vno de los numeros por el otro, han de hazer .80.yguales ſeran luego eſtes .80. a .1.cenſo y.¼. de cenſo,q̃ es la ſegunda conjugacion, a que reſponde la ſegunda regla.Partiremos.80. por.1¼. y ſera el quociente.64. cuya raiz quadrada,que es.8.ſera el valor de la coſa,y eſte ſera el menor numero,y por que el mayor era .1.coſa y .¼.ſera luego .10.el mayor.

*Pratica de la.3.Regla.*

Buſquemos dos numeros,cuya differencia ſea .4. y que ſean tales, que creciendo el menor en la porporciõ de.4. para.3.y el mayor en la proporcion de.3.para.2.deſpues deſtes creſcimientos reſulte el mayor duplo del menor.Eſta ſeruira

uira para fabrica de inſtrumentos de Muſica.
Pornemos el menor numero ſer .1. coſa, y ſera por tanto el mayor.1.coſa y mas.4. Acrecentaremos al menor ſu tercio,y reſultara.1.coſa y.$\frac{1}{3}$. y acrecentaremos al mayor ſu mitad, y reſultara.1.coſa y.$\frac{1}{2}$.y mas.6. Y porque deſpues deſtes creſcimientos reſulta el mayor duplo del menor,ſera por eſta cauſa .1. coſa y media y mas.6. el duplo de 1.coſa y.$\frac{1}{3}$. de coſa.Doblemos agora .1.coſa y.$\frac{1}{3}$.de coſa,multiplicando por 2 y haremos .2. coſas y .$\frac{2}{3}$.de coſa, q̃ neceſſariamente ſeran yguales a.1.coſa y.$\frac{1}{2}$. y mas.6. Eſto ſe prueua por aquel principio, que ſi dos quãtidades fueren el doble de vna tercera quantidad, ſera neceſſario que eſſas dos quantidades ſean yguales entreſi. Tenemos otro principio comun,el qual dize, que ſi de dos quantidades yguales tanto quitaremos de la vna como dela otra,las quantidades q̃ quedaren ſeran entreſi yguales. Quitaremos por tanto.1.coſa y.$\frac{1}{2}$. de la quantidad, que era .1. co.$\frac{1}{2}$. y mas.6. y quedaran ſolamente los.6. E quitaremos otro tanto de ſu ygual, la qual era.2.coſas y.$\frac{2}{3}$.de coſa,y quedara ſolamẽte .1.coſa y .$\frac{1}{6}$. de coſa,ygual ſera por tanto el numero.6. a vna coſa y.$\frac{1}{6}$. de coſa,que es la tercera conjugacion a que reſponde la tercera regla. Partiremos luego.6.por .1$\frac{1}{6}$.y vernan.5$\frac{1}{7}$.por valor dela coſa,q̃ puſimos ſer el numero menor. E ſera el mayor eſſo meſmo con .4.mas,q̃ ſon.9$\frac{1}{7}$. La prueua o experiencia aſſi lo mueſtra, porq̃ creciendo .5$\frac{1}{7}$. en ſu tercio,reſultara .6$\frac{6}{7}$ y creciendo.9$\frac{1}{7}$. en la mitad mas, reſultara .13$\frac{5}{7}$.y manifieſto es,que duplo es. 13$\frac{5}{7}$.de.6$\frac{6}{7}$.

*Pratica dela.4.Regla.*

Partamos .60.por vn tal numero que lo que viniere en la particion exceda al partidor en.4. Pongamos el partidor ser.1.cosa,y sera por tanto.1. cosa, y mas .4. el numero que ha devenir en la particion. Multipliquemos .1.cosa por.1. cosa,y mas.4,y haremos.1.censo,y mas.4.cosas, que seran yguales al numero q̃ se parte,por q̃ el partidor y el quociente multiplicados vno por el otro,siempre hazen la quãtidad que se parte. Ygual sera por esta causa el numero.60. a.1.censo,y mas .4.cosas,que es la quarta conjugacion a que responde la .4. Regla,cuya platica es esta: El numero de las cosas es .4.cuya mitad es.2.q̃ multiplicados en si hazẽ.4,estes.4.ayũtaremos con.60.y haremos.64 De la raiz q̃ es.8.quitaremos.2.y quedaran.6.por valor dela cosa,que es el partidor. y por q̃ el quociente excede al partidor en.4. ayuntaremos.4.con.6.y haremos.10. De suerte que.60. partidos por seis, vienen .10. en la particion, los quales exceden al partidor en.4.como se pedia.

*Pratica dela.5.Regla.*

Busquemos vn numero que acrecentãdo le.20. resulte ygual a su quadrado.Pornemos este numero ser.1. cosa,y demos le.20.ternemos luego 1.cosa,y mas .20. que seran yguales a.1.censo,q̃ es el quadrado,y esta es la quinta conjugacion o segunda delas cõpuestas, cuya pratica sera esta. Por que la cosa es vna, multiplicaremos.$\frac{1}{2}$ en si, y haremos.$\frac{1}{4}$. el qual ayuntando con .20.ternemos.20$\frac{1}{4}$.cuya raiz q̃ es .4$\frac{1}{2}$.ayuntaremos con.$\frac{1}{2}$. que es la mitad delas cosas,y haremos .5. q̃ sera el

el valor dela cosa. Este sera el numero q̃ con.20. haze vna Sũma ygual de su quadrado q̃ es.25.

*Pratica dela.6.Regla.*

Busquemos vn numero q̃ multiplicado por .6. haga tanto como su mesmo quadrado sumado con.8. Pongamos el numero ser .1. cosa, multiplicado por.6.hara.6.cosas. y pues que el numero es.1.cosa,su quadrado sera.1.censo,a que acrecentaremos.8.y ternemos.1.censo,y mas.8. q̃ seran yguales a 6.cosas. y esta es la sexta conjugacion,a que responde la sexta regla,que es la tercera de las compuestas.La pratica sera esta,la mitad del numero delas cosas que es 3. multiplicada en si,hara .9. destos quitaremos el numero que es.8. y quedara vno,cuya raiz que es vno,quitaremos de.3.q̃ es la mitad del numero delas cosas,y quedaran.2.por valor dela cosa,y este sera el numero que buscauamos. Podemos tambien ayuntar vno con .3. y haremos 4.que otro si puede ser el valor dela cosa. De suerte q̃ qualquier destos dos numeros.2. y .4.satisfaze a lo que se pedia. Por que si tomaremos .2.manifiesto es que multiplicados por.6.hazen .12.y el su quadrado que es .4. Sũmado con 8.otro si haran.12. E si tomaremos .4. multiplicando le por.6.haremos .24. y otro tanto hara .16. quadrado de.4. Sũmado con .8.

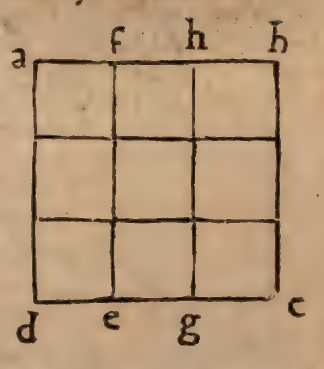
## ¶ *Demonstracion de las Reglas simples. Cap.3.*

PAra demonstracion de lo q̃ dicho tenemos, y claro entendimiento en esta materia que tratamos,deuemos considerar que pues assi

es,que por la diuision del continuo se haze numero,como dize Aristoteles,y numero es vn ayuntamiento o collection de vnidades,poderemos por tanto imaginar estos numeros y vnidades en las lineas,y en las superficies, y en los cuerpos,por su diuision en partes. E aunq̃ por qualquier modo que el continuo se diuidiesse, o en partes yguales, o en desiguales, resultaria numero, los Mathematicos porende imaginan estas diuisiones en partes yguales,para q̃ quede tal proporcion entre las partes y con el todo, qual se representa por los mesmos numeros. E suelen diuidir la superficie plana en partes yguales y quadradas,a cada vna delas quales llaman vnidad,conforme a la vnidad lineal q̃ le queda por lado. E la vnidad corporea es vn cuerpo perfectamente quadrado,que le funda sobre la vnidad superficial. De suerte q̃ teniendo sabido quantas vnidades lineales contienen las dos lineas que comprehenden la figura plana rectangula,q̃ son los dos lados que hazen el angulo recto, luego por vna sola multiplicacion se alcança quanto sea el valor dela tal figura. E conosciendo el altura dela figura solida otro si rectangula, por otra multiplicacion allende dela primera se comprehende su capacidad. Por lo qual tantas vnidades quadradas terna cada vna raiz del quadrado,quantas fueren las raizes q̃ se ygualan con el mesmo quadrado,por quanto el quadrado resulta dela multiplicaciõ del numero de raizes que enel ay por si mesmo, y otras tantas vnidades lineales terna el lado del quadrado,que es el mayor lado dela raiz.Exemplo,

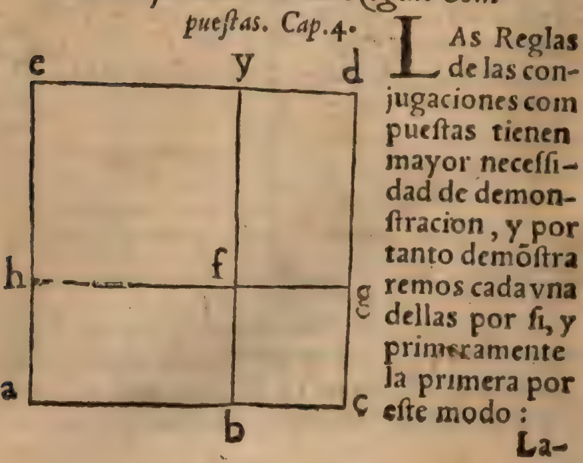
ſi.3.raizes ſon yguales a el quadrado a. b. c. d. es neceſſario que cada vna delas raizes valga.3. por q̃ .3. raizes tres vezes hazen a ſu quadrado que es .9. conuiene a ſaber .3. vnidades en cada vna raiz, y q̃da enel quadrado figurada ſu raiz en figura rectangula. La qual es tan alta como el lado del quadrado, y tiene por baſe la vnidad lineal como en eſta figura parece. En la qual el quadrado a. b. c. d. es compueſto de tres raizes que ſon los rectangulos a e. f g. h c. y partiendo deſpues cada vn rectangulo en.3.partes por lineas equidiſtantes al lado a. b. quedara el dicho quadrado partido en.9.quadrados pequeños, que ſon vnidades. Y lo miſmo entenderemos enel numero quadrado de vnidades indiuiſibles. Que ſiendo .3. raizes yguales al quadrado, terna cada vna . 3 . vnidades.

Y por tanto quando en la primera Regla, q̃ reſponde a la primera conjugacion, diximos q̃ ſi las coſas fueren yguales a cenſos, partiremos el numero de las coſas por el numero de los cenſos, y pronunciaremos el numero quociente por valor de la coſa, tiene eſta razon que agora auemos ſeñalado. Que pueſto que lo que viene en la particion ſea el numero de coſas que vale vn cenſo, y no las vnidades q̃ contiene vna coſa.



Empero porq̃ tantas vnidades tiene cada vna cosa, quãtas cosas tiene el censo, justamente tomaremos el numero de cosas q̃ vale vn censo, por el numero de vnidades que vale vna cosa. Las otras dos reglas de conjugaciones simples son tan claras q̃ no tienen necessidad de nueua demonstracion. Pone Iordano entre los principios de Arithmetica, q̃ se vn numero fuere partido por otro, y multiplicaremos el quociente por el partidor, resultara el primero numero q̃ fue partido, y la conuersa desta proposicion, de que la segunda regla y tercera toman su euidencia. Y de lo que en este Capitulo tenemos dicho queda claro que la raiz del quadrado es superficie, mas el lado del quadrado es linea en lo que algunos se engañan, pensando q̃ todo es vno, y no miran q̃ si la raiz fuese linea, impossible seria que cosas fuessen yguales a censos.

## *Demonstracion de las Reglas Compuestas. Cap. 4.*




LAs Reglas de las conjugaciones compuestas tienen mayor necessidad de demonstracion, y por tanto demõstraremos cada vna dellas por si, y primeramente la primera por este modo:

La-

La mitad del numero de cosas se represente por la linea a. b. La qual lleuaremos a delante estendiendola hasta el punto c. y sea b. c. vn lado del censo ignoto, el qual censo juntamente con las cosas q̃ nos fueron propuestas en numero noto aun q̃ el valor de cada vna sea ignoto, se yguala con el numero que por si pusimos noto por tercera quantidad de la conjugacion primera, y queremos por estas cosas concedidas conoscer quãto sea el valor dela cosa, q̃ es la raiz del quadrado fundado sobre la linea b. c. Haremos por tanto sobre toda la linea a. c. el quadrado a. c. d. e. y sobre la linea b. c. el quadrado b. c. g. f. q̃ es el censo propuesto. y estenderemos las dos lineas b f. f g. hasta los puntos y. h. en los lados e. d. a. e. y la figura e. y. f. h. resultara quadrada, y los dos rectangulos a. b. f. h. y f. g. d. y. seran yguales, por la ygualdad de las lineas oppositas equidistantes, y delos dos lados del quadrado b. c. f. g. E por que a. b. es la mitad del numero delas cosas que fueron propuestas, y la linea b. f. es lado del censo ignoto, sera por esta causa el rectangulo a. b. f. h. la mitad del valor delas dichas cosas conforme a la doctrina del capitulo passado, y otro tanto valdra el rectangulo f. g. d. y. y los dos rectangulos juntos seran el entero valor delas cosas. E porq̃ las cosas con el censo todo juntamente fue propuesto ygual a vn cierto numero o quantidad nota, seran por esta causa los dos rectangulos con el censo o quadrado b. c. g. f. en vna Sũma conoscidos. A esta Sũma añadiremos el quadrado e. y. f. h. el qual es noto, por que tiene por lado

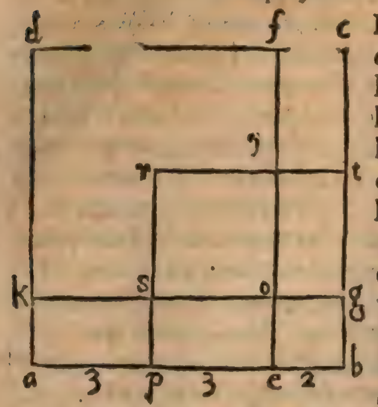
lado la linea f. h. q̃ por ſer ygual a la linea a. b. es conoſcida, y reſultara el quadrado vniuerſal q̃ todo en ſi cõprehende, el qual ſera conoſcido, y por eſta cauſa ſu lado q̃ es la linea a. c. ſera conoſcido. Deſta linea a. c. q̃ nos es nota, ſacaremos la linea a.b. q̃ nos es nota, por ſer la mitad del numero delas coſas, y reſtara conoſcido el lado b. c. del quadrado b. c. g. f. y la raiz del meſmo quadrado otro ſi ſera nota. Y eſto es lo q̃ ſe propuſo para demonſtrar. Luego quãdo vn cenſo y coſas en numero conoſcido ſe proponen yguales a vn numero conoſcido, bien hazemos en tomar la mitad del numero delas coſas q̃ es a. b. y multiplicarlo en ſi haziendo el quadrado e. y. f. h. y juntarle el numero propueſto que ſe da conoſcido, el qual numero es la Sũma delos dos rectangulos y del quadrado b. c. g. f. y de toda la sũma q̃ es el quadrado vniuerſal tomar la raiz, la qual raiz es reſpondente a las vnidades o quãtidad del lado a.c. Del qual quitando la mitad del numero delas coſas q̃ es a.b. reſtara conoſcida la raiz del cenſo b. c. g. f. La qual raiz ſe repreſenta por el lado b. c. pueſto que veramente la raiz ſea ſuperficie, y el lado b. c. linea, pero ſon conformes enel numero de vnidades ſi ſon quantidades racionales, y quando la linea fuere quantidad irracional, ſera tambien la raiz irracional del miſmo nombre, y eſto queriamos demonſtrar, como en la primera regla delas cõpueſtas ſe contiene. Deſta figura y demonſtraciõ vſo Euclides en la quarta propoſicion del. 2. lib. para prouar que ſi la linea a. c. fuere partida en dos partes, como enel punto b. el quadrado de

tod-

toda la linea a. c. ſera ygual a los quadrados de entrambas las partes, juntamente con el rectangulo q̃ las partes contienen tomado dos vezes. Y lo meſmo demonſtro Campano ſobre la propoſicion. 16. del .9. libro, en numeros de vnidades indiuiſibles, la qual por eſte modo ſeruira a nueſtro propoſito. La mitad del numero delas coſas ſea a.b. y ſea b.c. las vnidades que vale la coſa, a. . . . . b. . . . c. Por tanto ſi multiplicaremos a.b. en b. c. haremos la mitad del valor delas coſas, y multiplicando a.b. en b.c. dos vezes, ternemos el entero valor dellas, el qual todavia nos ſera ignoto. Porq̃ pueſto que a. b. ſea numero noto, es b. c. aun ignoto. Mas ſi juntaremos con eſte valor delas coſas el quadrado de b. c. que es el cenſo, toda eſſa ſũma nos ſera nota, por ſer ygual a el numero propueſto, el qual ſe da noto. Con eſta ſũma juntaremos el quadrado de a.b. el qual es noto, por a.b. ſer numero noto, y reſultara de todo vn numero noto, q̃ ſera ygual a el quadrado de a.c. por quanto los quadrados de a. b. y b.c. con las dos multiplicaciones de a. b. en b. c. ſon yguales al quadrado de a.c. De ſu lado que es a. c. ſacaremos el numero a. b. el qual es noto, y reſtara noto el numero b. c. que es lado del cenſo, y por conſiguiente el valor dela coſa ſera noto. Eſta regla pero no podra ſeruir a numeros de vnidades indiuiſibles, quando el numero delas coſas fuere impar, por que no tiene mitad. Por eſta cauſa compuſimos otras Reglas que a todo ſiruen, las quales eſtan eſcriptas enel capitulo ſegundo de la tercera parte principal deſta obra.

¶ De-

*Demonstracion dela .2. Regla de las Compuestas.*

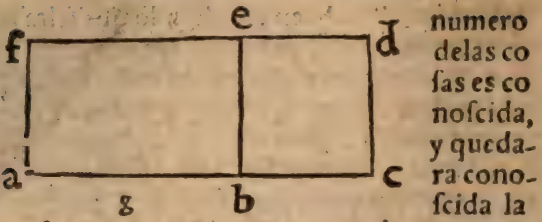



La segunda regla delas cōpuestas la qual nos dize lo que deuemos hazer para saber quanto sea el valor dela cosa, quādo las cosas con el numero fuerē yguales a vn censo, demonstraremos por este modo: El censo ignoto sea el quadrado a.b. c. d. y de su lado a. b. cortaremos la linea a. e. que sea el numero de las cosas, tomando numero como esta diffinido en principio deste libro. Y del punto e. lleuaremos la linea e. f. equidistante a la linea o lado b. c. y sera por esta causa el rectangulo a. e. f. d. el entero valor de las cosas, y el rectangulo e. b. c. d. que del censo resta, sera el numero q̃ se propuso en compañia delas cosas. Partiremos pues el numero delas cosas q̃ posimos ser a. e. en dos partes yguales enel punto p. y afirmamos que si con el quadrado de p.e. juntaremos el rectangulo e. b. c. f que es el numero propuesto, y de toda essa Sūma tomaremos el lado quadrado, al qual cōmunmente llamamos raiz, y con esse lado quadrado juntaremos la otra mitad del numero delas cosas que es a. p. sera por este modo cōstituido el lado del cen-

so ignoto a. b. c. d. el qual lado es respondente del valor dela cosa. Para prueua desto tomaremos dela linea b c. la linea b g. ygual a la linea b. e. y lleuaremos del punto g. La linea g. k. equidistante a la linea a.b.y constituiremos sobre b. p.el quadrado b. p. r. t. El encuentro de g. k. con p. r. sea en s. y con e. f.sea en o. y de r. t. con e. f. sea en y. Quadrada sera por tanto la figura e. b. g. o. y los dos rectangulos e. o. s. p. g. o. y. t. seran entre si yguales. Y por que las dos lineas a. p. y t. c. son entre si yguales, y por la misma causa e. p. y. g. t. son yguales, por que assi las vnas como las otras restan sacandolas de lineas yguales q̃ son lados de quadrados, y por que auemos hecho yguales e. p. y a. p. yguales seran por comun sentencia las dos lineas g. t. y t. c. y los dos rectangulos g. o.y. t. y t. c. f. y. seran entre si iguales, y iguales tambien entre si los dos rectangulos e.o.s.p. y t. c. f. y. Luego ygual sera el rectangulo e. b. c. f. que es el numero que se propuso al gnomon, o es quadrado que es compuesto del quadrado e. b. g. o. y delos suplementos e. o. s. p. g. o.y. t. Y por q̃ el dicho rectangulo e. b. c.f. es numero noto, noto sera por esta causa el gnomon. Iuntaremos pues con el gnomon el quadrado o.y.r.s.que nos es noto, por que su lado o. s. por ser ygual a la linea e. p. es noto, y sera constituida vna Sũma nota, la qual es el quadrado b.p. r. t, cuyo lado b.p. sera noto. Iuntaremos pues con el la linea a.p. mitad del numero delas cosas, q̃ nos es nota, y toda la linea a. b. que es el lado del censo a.b.c.d. sera nota,

y por consiguiente la raiz del censo que es el valor dela cosa conforme a nuestra doctrina sera nota, y esto es lo que queriamos demõstrar. Por este mismo modo demõstro Euclides en la sexta proposiciõ del segũdo libro, q̃ si vna linea fuere partida en dos partes yguales, como a. e. enel punto p. y le juntaremos derechamente otra linea como e. b. el rectangulo que se contiene por toda la linea a. b. y la que se junto que es e. b. sũmado con el quadrado d. e. p. q̃ es la mitad dela primera linea, sera ygual al quadrado que fuere constituido sobre la linea b. p. que es compuesta dela mitad dela primera linea, y dela q̃ se le junto. Y lo mismo demonstro Campano en numeros de vnidades indiuisibles sobre la .16. del libro nono, la qual por este modo se applicara al proposito. La raiz del censo ignoto sea el numero a . . . d . . . c . . b. otrosy ignoto, y el numero delas cosas o raizes el qual se propone noto sea a . c. La mitad deste numero de raizes sea a d . o d. c . y sea nos tambien noto el numero q̃ falta al valor delas raizes para cumplimiento del quadrado ignoto. Digo que el numero a. b. no podra ser ignoto. Porque manifiesto es, que la multiplication del a. b. en sy mismo es ygual a la multiplicacion de si mismo en todas sus partes, como Campano demuestra en esse mismo lugar. Por lo qual si multiplicaremos a. b. en a. c. y en c. b. sera todo juntamente ygual al quadrado de a. b. Y porque la multiplicacion de a. b. que es el valor de vna raiz en a. c. que es el numero dellas haze el entero valor delas raizes, luego la mul-

tiplicacion de a. b. en c.b. ſera lo que falta para cumplimiento del quadrado ignoto,cuya raiz es a . b . y por conſeguiente la miſma multiplicacion de a . b. en c. b. hara el numero que ſe propuſo noto . Iuntar le emos el quadrado de d.c.el qual es noto,y ſera todo juntamente noto, y ygual al quadrado de d. b. Y pues que el quadrado de d. b. deſta ſuerte es hecho noto, tambien ſu raiz ſera nota, laqual es d.b. y porq̃ a. d. es numero noto,conuiene a ſaber la mitad del numero delas coſas, ſera luego el numero a. b. enteramente noto, que es el valor de vna coſa,como a cima aremos demonſtrado en numeros de vnidades diuiſibles. Eſta Regla pero y ſu demonſtracion no podran ſeruir quando el numero delas coſas fuere impar, y las vnidades fuerẽ indiuiſibles.Y por la miſma Sexta del ſegũdo libro de Euclides ſe podra tambien demonſtrar la primera Regla delas compueſtas q̃ por la.4.auemos prouado. Porque ſea la linea a.b. el numero delas coſas,y b.c.lado del cenſo b.c. d. e . y acabeſe el rectangulo de a. c. en b.c. el qual ſea c.f. y eſte ſera el entero valor delas coſas juntamente con el cenſo, la qual sũma fue propueſta ygual a vn numero noto. Partiremos pues la linea a. b. en dos partes yguales en g. y ſera conoſcido el quadrado de b.g. y eſte juntamente con el numero o rectangulo c. f. hara vna sũma que ſera ygual al quadrado de g. c. por la ſexta del ſegundo,la qual sũma ſera conoſcida. Conoſcido ſera luego el quadrado de g. c . y la miſma g. c . ſera tambien conoſcida. Deſta g. c. ſacaremos b.g.q̃ por ſer la mitad del



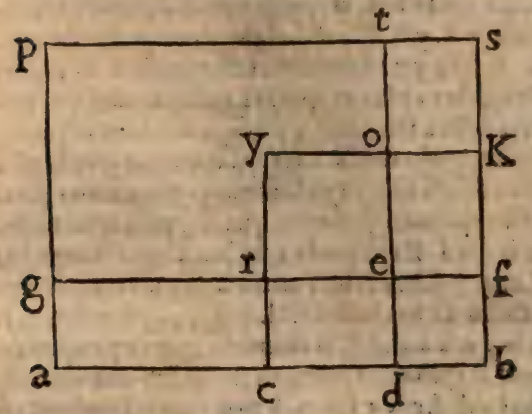

numero delas cosas es conoscida, y quedara conoscida la linea b. c. lado del censo que era ignoto . y la respondente raiz del censo que es el valor dela cosa sera nota.

*Demonstracion dela tercera Regla delas Compuestas.*

LA tercera Regla delas compuestas nos dize lo q̃ deuemos hazer para saber el valor de la cosa,quando numero y censo fueren yguales a cosas, y demonstrar se ha por este modō. El numero delas cosas sea la linea a.b. la qual partiremos en dos partes yguales enel punto c . y pongamos primeramēte ser menor el lado del censo que la mitad de a. b. assi como es d. b. y constitueremos el censo b. d. e. f. y estenderemos la linea f. e. hasta encōtrarse enel punto g. con otra q̃ salga del punto a. equidistante a la linea b. f. Sera por tanto el rectangulo a.b.f.g. el entero valor delas cosas, y sera el rectangulo a.d.e.g.el numero q̃ con el censo se yguala con las cosas,y queremos por noticia desse numero,y del numero de las cosas conoscer quanto sea el valor dela cosa . Haremos conforme a la regla sobre b.c. el quadrado c.b.k.y. el qual es noto por que su lado c. b. es noto,y estenderemos la linea d.e.hasta el punto o.enel lado y.k. y sea el encuentro de c.y, con f.g. en r ,Necessa-

ria-

riamente los dos rectangulos c.d.e.r.y e.f.k.o. aq̃ llamamos suplementos seran yguales,y dando acada vno dellos el quadrado b. d. e. f. los dos rectangulos b . d . o . k. y c. b. f. r. seran yguales. Y por q̃ tambien el rectangulo a.c.r.g. es ygual al rectangulo c. b. f. r. siguese por comun sentencia que los dos rectangulos a.c.r.g.




y b.d. o.k. seran entre sy yguales. Por lo qual sy juntaremos con cada vno dellos el rectangulo c.d.e.r. resultara por cõmun sentencia el rectangulo a. d. e.g. que es el numero que se propuso ygual al gnomon compuesto de los dos suplementos y del quadrado b.d. e. f. Assy q̃ sacando del valor del quadrado c. b. k. y. el qual es conoscido.el gnomon,q̃ por ser ygual al numero q̃ se propuso es conoscido,quedara el quadrado e.o.y.r. conoscido. Y por q̃ su lado e.r. es ygual a la linea c. d . sera por esta causa essa linea c. d. conoscida . laqual sacaremos de c. b. q̃ tambien

es conoſcida, y reſtara d.b. conoſcida, laqual es lado del cenſo, por laqual el valor dela coſa q̃dara conoſcido. Mas pongamos de principio no haziendo mudança enel numero que ſe propuſo, ny enel numero delas coſas, que el lado del cenſo no ſea d.b. mas ſea a.d. y dexando hecha toda la figura de que auemos vſado, fundemos ſobre a.d. el quadrado a.d. t.p. y eſtendamos p.t. y b.k. haſta el punto s. de ſu encuentro. Y ſera por tanto el rectangulo a. b. s. p. el valor delas coſas, el qual es ignoto aun q̃ el numero dellas ſea noto, y por q̃ a.d.t.p. es el cenſo, el rectangulo d.b.s.t. ſera el numero que ſe propuſo conoſcido, y es el numero q̃ auiamos propueſto quando puſimos que el cenſo ignoto fueſſe b.d.e.f. Es la cauſa, que los dos rectangulos a.d.e.g. y d.b.s.t. ſon entre ſi yguales, por la ygualdad de los lados a.d. y d.e. con los dos d.t. y d.b. y era a.d.e.g. el numero que ſe propuſo, y ygual al gnomon compueſto delos dos rectangulos c.b.f.r. y e.f.k.o. Y por tanto tambien en eſta diſpoſicion ſi del quadrado c.b.k.y. quitaremos el dicho gnomon, que es ygual al numero, reſtara el quadrado e.o. y.r. conoſcido, y ſu lado e.r. ſera conoſcido, y por conſiguiente c.d. ſu ygual, la qual c.d. juntaremos con a.c. mitad del numero delas coſas, y toda la linea a.d. que es lado del cenſo en eſta ſegunda poſicion ſera conoſcida, y el valor dela coſa por eſſa razon ſera conoſcido. De ſuerte que quando el cenſo y el numero ſon yguales alas coſas, podra la poſicion tener ſiempre dos reſpueſtas, y cada vna dellas ſatisfara. Porque puede el cenſo ſer pe-

que-

queño, y el valor delas cosas maior, como en la primera disposiciõ. Y puede ser el censo grande .s. fundado sobre la maior parte, como en la segunda, y el valor delas cosas sera menor, sin q̃ el numero reciba mudança, ny el numero delas cosas que se propuso. Como si vn censo y .20. numero fueren propuestos yguales a .12. cosas, el quadrado de c.b. el qual es la mitad del numero delas cosas valdra .36. del qual sacando el gnomon q̃ es el numero propuesto .s. 20. quedaran .16. por valor del quadrado c. o. y. r. cujo lado que es c. d. valdra .4. Pues si estes 4. sacaremos de c. b. que es .6. restara d. b. lado del pequeño censo que valdra .2. y el censo valdra 4. que con el numero .20. haran .24. q̃ es el valor de .12. cosas. Pero si juntaremos estes .4. que tiene c.d. con .6. que tiene a c. valdra. 10. la linea a. d. la qual es lado del censo grande, y por tanto la cosa valdra. 10. y el censo valdra. 100. que con el numero. 20. haran. 120. yguales a doze cosas. Desto queda manifiesto que todas las vezes que en el discurso que hazemos resultare que el numero y censo se ygualan con las cosas responden dos valores ala cosa, y las mas vezes siruen entrambos valores para solucion de la question, y algunas vezes vn solo valor, como en la practica se vera. Desta demonstracion se sigue, que el numero que con el censo se propone en su compañia, nunca puede ser maior, que el quadrado dela mitad del numero delas cosas, mas o sera menor, o sera ygual; y quando fuere ygual; tanto sera el valor dela cosa, quanta fuere la mitad del numero delas cosas.

Exemplo: Pongamos q̃ vn censo con el numero .9. son yguales a seis cosas. Por que la mitad del numero delas cosas es .3. cuyo quadrado es 9. diremos que la cosa vale.3. y assi es, por que el censo vale .9. que con los .9. del numero hazen 18. y tanto hazen .6. cosas, dando acada vna .3. Y para no hazermos regla nueua, podremos dizir assi por q̃ la mitad delas cosas es.3. el su quadrado sera.9. destos.9. sacaremos el numero que tambien es.9. y quedara cifra. Y por que la raiz de cifra es cifra, sacaremos esa cifra de.3. que es la mitad del numero delas cosas, y restaran essos tres por valor dela cosa. Pero este discurso no es necessario para quien tiene la demonstracion. La qual es esta: Pongamos que la linea a. b. sea el numero delas cosas, y c. b. sea lado del censo c.b.e.d. y salga del puncto a. la lineaa a.f. equidistante a la linea b. e. y estendamos la linea e. d. hasta concurrir con a.f. en esse punto f. Sera, por tanto el rectangulo a.b.e.f el entero valor de las cosas, lasquales pusimos yguales a

f d e

9 9

a c b

el censo con el numero. Por esta causa el rectangulo a. c. d. f. sera el numero. Pongamos pues q̃ este numero sea ygual al quadrado dela mitad del numero delas cosas, por lo qual sera necessario q̃ la linea a. c. sea la mitad del numero delas

co-

cosas,y q̃ el su quadrado sea esse mismo rectangulo a. c d.f. Porq̃ si otra linea,y no a.c. fuesse la mitad del numero delas cosas, formando sobre essa tal linea vn quadrado, en tal caso esse quadrado resultaria o mayor o menor que el numero,el qual consta ser ygual al rectangulo a.c.d.f. Mas por que pusimos q̃ el numero que esta en la compañia del censo,y el quadrado dela mitad del numero delas cosas fuessen yguales, es por tanto necessario q̃ las dos lineas a. c. y c. b. sean yguales. Y por q̃ el numero delas cosas se da conoscido,sera luego conoscido el numero c. b. el qual es lado del censo,y el respondente valor de la cosa sera tambien conoscido. Digamos pues concluyendo, que quando el numero que esta en compañia del censo fuere ygual al quadrado dela mitad del numero delas cosas,tomaremos conforme a esta demonstracion la mitad del numero delas cosas por valor dela cosa. O obraremos por la regla,pues q̃ las cifras no hazen crecer,ny mengoar. Dela demõstraciõ desta tercera Regla vso Euclides enla quinta proposicion del secũdo lib. para prouar q̃ si vna linea recta fuere partida en dos partes yguales,y en dos desiguales. Lo q̃ se hiziere dela mayor parte en la menor,juntamente con el quadrado dela linea que queda entre el punto medio dela linea y el termino dela parte mayor, sera ygual al quadrado dela mitad dessa linea. Y lo mismo demonstro Campano sobre la proposiciõ. 16. del nono lib. y Iordano enla. 19. del primero lib. de su Arithmetica en numeros de vnidades indiuisibles. Laqual se aplicara a esta tercera Regla por este modo:

Sea

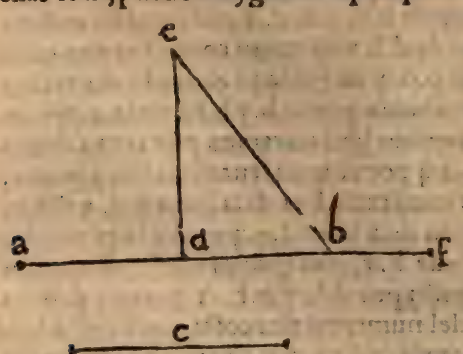
Sea a.d. el numero de las cosas. Las sus mitades sean a.b.b.d.y el lado del censo sea c.d.Y sera por

a......b....c..d

tanto lo q̃ se haze multiplicando a. d. en c. d. el valor delas cosas. Y porq̃ como Campano y Iordano en esse mismo lugar demõstraron, tanto se haze multiplicãdo todo el numero en vna parte, como se hara multiplicãdo la misma parte en si, juntamente con la multiplicacion de vna parte en la otra, ygual sera luego el valor delas cosas alo que se haze multiplicando c.d. en si, juntamence con la multiplication de la misma parte c.d. en a. c. Y porq̃ c.d. en si haze al censo, el qual juntamente con el numero es ygual a las cosas, sera por esta causa lo que se haze multiplicando a.c.en c.d. ygual al numero q̃ fue propuesto en compañia del censo. Y pues que lo que se haze de a.c.en c.d. juntamẽte con el quadrado de b.c.es ygual al quadrado de b.d. mitad del numero delas cosas, sacaremos del quadrado de b. d. el qual es conoscido, lo q̃ se haze de a.c. en c.d. que es ygual al numero q̃ fue propuesto, y restara el quadrado de b. c. conoscido, por lo qual el su lado que es b. c. sera conoscido. Este lado b. c. sacaremos de b. d. y quedara conoscido c. d. lado del censo, y valor dela cosa. Pero si pusiesemos que el lado del censo fuesse a. c. hariamos nuestra demostracion para la otra parte, y juntando b. c. con a. b. resultaria conoscido el lado del censo o valor dela cosa, que es a. c. Mas estas demonstraciones de Campano y Iordano no pueden seruir para la Regla, quando el numero delas cosas fuere impar.

*Siguense otras demonstraciones nueuas y mas perfectas.*

MAS estas demonstraciones de las tres reglas postreras puesto q̃ sean muy claras, podra el aduersario impedir, diziendo, que en la demõstracion dela primera presuponemos, que vn censo con las cosas en qualquier numero que ellas sean, puedẽ ser yguales aqualquier numero, tomãdo numero como auemos definido en principio de ste libro y q̃ este presupuesto no es cierto.




Por lo qual sera necessario demonstrarlo. Sea la linea a. b. el numero de las cosas, y el numero que pusimos ser ygual alas cosas con el censo tenga por lado quadrado la linea c. y partiremos la linea a. b. por la mitad enel punto d. y desse mismo punto salga la linea d. e. que haga angulos rectos con la linea a.b. y haremos d.e. ygual ala linea c. y del punto e. para b. lleuaremos linea recta e. b. y quedara por este modo constituido el triangulo rectangulo e. d. b. Estenderemos pues la linea d. b. quanto cumpliere, y della cortaremos d. f. ygual ala linea e. b. y dezimos. Que la linea b. f. es lado de vn censo, que juntamen-

mente con las cosas cuyo numero es a. b. se yguala con el numero propuesto, que tiene por lado quadrado la linea c. y la demõstracion sera esta. El quadrado de b. e. es ygual al quadrado de e.d. y al quadrado de d.b. ambos juntos, por la proposiciõ. 47. del primero lib. de Euclides. Y porq̃ b.e. y d.f. son yguales, tanto valdra luego el solo quadrado de d.f. quanto los dichos dos quadrados de b.d. y d. e. Y por que esse mismo quadrado de d.f. vale tanto como los dos quadrados de b.d. y de b.f. con el duplo del rectangulo cõprehenso por d.b. y b.f. por la. 4. proposiciõ del segũdo lib. sacaremos por tanto dessas dos sũmas q̃ por cõmun sentencia son yguales, el cõmun quadrado, q̃ es dela linea b.d. y q̃dara el quadrado dela linea d. e. ygual a la sũma del quadrado de b. f. con el duplo del rectangulo comprehenso por d.b. y b.f. Y porque d. b. es la mitad del numero delas cosas, pornemos b.f. lado del censo, y sera por tanto el rectangulo comprehenso por d. b. y b.f. la mitad del valor delas cosas; y el duplo deste rectangulo sera el entero valor dellas. y el censo con las cosas serã yguales al quadrado dela linea d. e. q̃ pusimos ygual a la linea c. cuyo quadrado pusimos que fuesse el numero, q̃ en principio auemos puesto ser ygual a las cosas juntamente con el censo, y esto es lo que queriamos demonstrar.

La obra sera la misma q́ de antes, por q́ juntaremos el quadrado de d. b. con el numero q́ nos dan conoscido, el qual es ygual al quadrado de e.d. y haremos el quadrado de b. e. o d. f. que por essa causa sera conoscido, y el lado d. f. sera

co-

conoſcido. Del qual ſacaremos la mitad del numero de las coſas, la qual es d. b. y quedara b.f. conoſcida, la qual es lado del cenſo, y por tanto el valor dela coſa ſera conoſcido. Lo miſmo podremos concluir por la 6. del ſegundo, porque enella es demonſtrado que el quadrado de d. f. vale tanto como el quadrado de d.b. con el rectãgulo comprehenſo por b.f. y a.f. y porq̃ d.f. y b.e. ſon yguales, tanto valdra luego el quadrado de b. e. como el quadrado de d.b. con el rectangulo comprehenſo por b.f. y a.f. y porq̃ eſſe quadrado de b.e. vale tanto como los quadrados de e. d. y de d. b. Yguales ſeran luego eſtos dos quadrados de e.d. y d.b. al quadrado de d.b. con el rectangulo comprehenſo por b.f. y a. f. Sacaremos deſtas dos sũmas el commun quadrado dela linea d.b. y quedaran por tanto yguales el dicho quadrado de e. d. y el rectangulo comprehenſo por b. f. y a. f. Y porque el quadrado de e. d. es el numero q̃ propuſimos ygual a el cenſo con las coſas, y el dicho rectangulo comprehenſo por b f. y a. f. vale tanto como el quadrado de b.f. con el rectangulo cõprehenſo por b.f. y a.b. Por la ſegũda del ſegundo. tanto valdra luego eſſe numero q̃ fue propueſto, como el quadrado de b.f. con el rectangulo cõprehenſo por b.f. y a.b. Y porq̃ a.b. es el numero delas coſas, ſera por eſta cauſa el rectangulo cõprehenſo por b.f. y a.b. el entero valor delas coſas, y el quadrado de b. f. ſera el cenſo, y el lado b.f. ſera conoſcido por la miſma arte.

Y porque tambien podria el aduerſario impedir la demõſtracion dela ſegunda Regla delas

com-

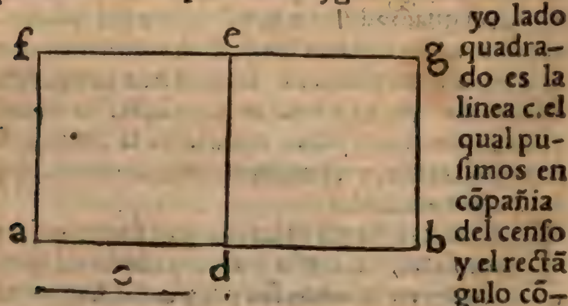
compueſtas,por que preſuponemos en ella qué qualquier numero que nos propuſieren juntamente con las coſas en qualquier numero que ſean,pueden ſer yguales a vn cenſo, y eſto no es manifieſto,demonſtrarloemos por eſte modo:y en la miſma figura. La linea a. b. ſea qualquier numero de coſas que nos fuere propueſto, y ſea c. lado quadrado de qualquier numero que nos propuſieren,y queremos ſaber qual ſera el cenſo que ſe yguale con las coſas cuyo numero es a.b. juntamente con el numero cuyo lado quadrado es la linea c. deſcreuirlo y manifeſtrarlo. Y vſando dela figura y conſtrucion paſada dezimos q̃ ſi hizieremos quadrado ſobre toda la linea a. f. eſſe quadrado ſera el cenſo que ſera ygual al numero cuyo lado quadrado es la linea c. o d.e. y a las coſas cuyo numero es a.b.juntamente. Porq̃ el quadrado de b.e.es igual alos quadrados de e. d.y d.b. y porque hezimos d.f.ygual a b.e.igual ſera luego el quadrado de d. f. alos dichos dos quadrados de d. b. y d. e. y por que la ſexta del ſegundo el miſmo quadrado de d. f. es ygual al quadrado de b.d. mitad del numero delas coſas, con el rectangulo comprehenſo por a.f.y b.f. yguales ſeran luego por cõmun ſentencia los dos quadrados de e.d. y d.b. al quadrado de b d.con el dicho rectangulo comprehenſo por a.f. y b.f. Sacaremos el commun quadrado que es de d. b. el qual entra en ambas ſummas,y quedaran por tanto yguales el quadrado de e.d.y el rectangulo comprehenſo por a.f. y b.f.Y porque puſimos q̃ la linea e.d. fueſe ygual al lado quadrado del numero que con las coſas ſe yguala con el cenſo.

Ygual

Ygual ſera luego eſe numero al rectangulo comprehenſo por a. f. y b. f. y por que el quadrado de a. f. es ygual al dicho rectangulo y al rectangulo comprehenſo por a. f. y a. b. entrambos en vna ſumma, por la ſegunda del Segundo libro. Ygual ſera por tanto el miſmo quadrado de a. f. al dicho numero que nos fue propueſto, y al rectangulo comprehenſo por a. f. y a. b. todo junto. Y porque a. b. es el numero delas coſas, por eſta cauſa ſi puſieremos a . f. ſer lado del cenſo, ſera el rectangulo comprehenſo por a. f . y a. b. el juſto valor delas coſas, y ſera el dicho cenſo ygual alas coſas y al numero propueſto todo junto . Y eſto es lo que queriamos demonſtrar. La obra para manifeſtar el cenſo de la miſma figura ſe colige. Porque con el quadrado de b. d. juntaremos el numero propueſto, el qual vale tanto, como el quadrado de e. d. y haremos el quadrado de b. e. o d f. y ſera luego d. f. conoſcida, con la qual juntaremos a . d . la qual nos proponen conoſcida : porque toda la linea a . b . es conoſcida, y ſera por tanto conoſcida la linea a. f. lado del cenſo, y el miſmo cenſo conoſcido, y las coſas conoſcidas.

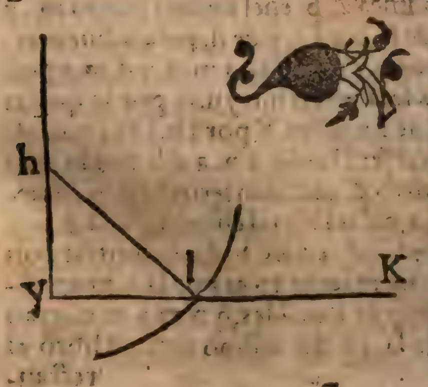
LA tercera Regla delas compueſtas, requiere conſtituir vn cenſo q̃ acompañado de qual quier numero que nos ſea propueſto, haga vna sũma ygual cõ el valor delas coſas en qualquier numero que ſe propongan. Porque las demonſtraciones primeras q̃ hezimos aſſi dela tercera Regla como dela primera y ſegunda, todo lo p̃ſuponen hecho, y ſolamente tratan de manifeſtar el lado del cenſo, por la qual razon q̃daron im-

imperfectas las tales demonstraciones. Delas quales an vsado los q̃ primero que nos an diuulgado sus obras, pero no tan apuradamente como nos las auemos traido. Sea pues la linea a.b. el numero delas cosas el qual es noto, avn q̃ el valor dellas sea ignoto. y sea c. lado quadrado de vn numero que nos proponen noto. Y q̃remos constituir vn censo que acompañado de se numero cuyo lado quadrado es la linea c. haga vna sũma ygual al solo valor delas cosas. Para que hallemos y cõstituyamos este tal censo, sernos a necessario partir la linea a.b. en tales dos partes, q̃ el rectangulo comprehenso por esas partes sea ygual al quadrado dela linea c. Por q̃ siendo assi partida qualquier delas partes podra ser lado del censo, y el rectangulo comprehenso por las mismas partes sera ygual al numero cuyo lado quadrado es la linea c. el qual pusimos en cõpañia del censo y el rectãgulo cõ-

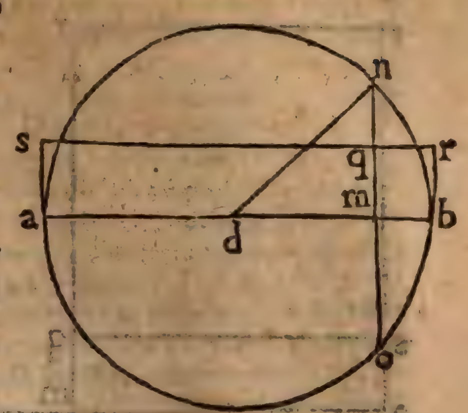



prehenso por toda la linea a. b. y por la parte q̃ tomaremos por lado del censo, sera el valor de las cosas. Y manifiesto es q̃ el numero cuyo lado quadrado posimos ser la linea c. no podra ser mayor que el quadrado q̃ fuere descripto sobre la mitad de la linea a. b. queremos dezir que la linea

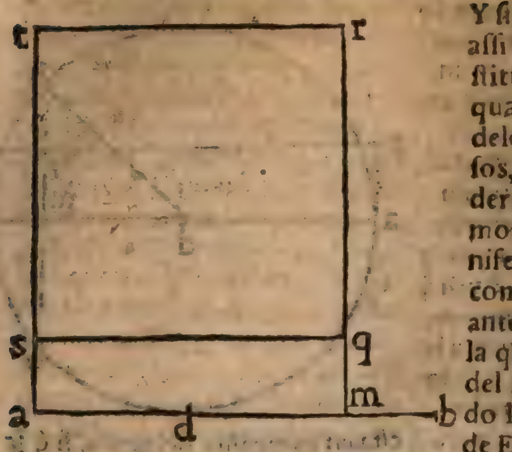
linea c. no puede ser mayor que la mitad de a.b. porque el quadrado dela mitad es mayor que qualquier rectangulo cõprehenso por las partes desiguales de la misma linea a.b. lo qual claramente demuestra la quinta proposicion del segundo libro de Euclides. Y la arte q̃ ternemos para partir la linea a. b. assi como se requiere, sera esta: Partiremos la linea a. b. por la mitad enel punto d. y si la linea c. fuere hallada ygual a la linea a. d. o d. b. en tal caso el punto d. sera el punto dela diuision, porq̃ el rectangulo comprehenso por a. d. y d. b. sera el quadrado descripto sobre a.d. el qual sea a.d.e.f. y sera ygual al numero propuesto, cuyo lado quadrado es la linea c. y lleuando del punto b. vna linea equidistante a la linea a.f. y estendiendo la linea f.e. hasta el punto del concurso que sea g. quedara descripto el rectangulo a.g. el qual sera compuesto de dos quadrados, y qualquier dello sera el censo, q̃ queremos cõstituir, y el otro sera ygual al dicho numero noto, cuyo lado quadra do es la linea c. y todo el rectã gulo a. g. sera el entero valor de las cosas, q̃ a toda la sũma es ygual. Mas pongamos q̃ la linea c. es



es menor que a. d. o d. b. pues que por la razon sobredicha no puede ser mayor, en tal caso para partirmos la linea a . b. en tales dos partes que el rectangulo por ellas comprehenso, sea ygual al quadradō dela linea c. Tomaremos la linea h.y.ygual ala linea c. y de vn extremo della que sea el punto y. lleuaremos la linea y . k. estendida quãto cumpliere,q̃ haga en ese punto y. angulo recto con h. y. Y haziendo centro en h. siendo el interualo ygual a la linea a.d. o d.b. haremos circulo,el qual necessariamente cortara la linea y.k .y esto por que h.y.es menor q̃ la mitad dela linea a. b. laqual es ygual al semidiametro.Sea pues este encontro en l.y tomaremos dela linea d. b. la linea d.m. que sea ygual ala linea y. l. y sera por tanto en el punto m. la diuision que queriamos hazer, de suerte que el quadrado dela linea c.o h. y. es ygual al rectangulo comprehenso por a.m.y m.b.loqual demonstraremos assi. Del punto m.lleuaremos la linea m. n.que sea ygual ala linea c.o h.y. y haga angulos rectos con la linea a. b. enel mismo punto m . y lleuaremos de h. para l. y de d. para n.lineas rectas,y por que h.y. es ygual a m.n. y d.m.ygual a y.n.yguales será luego h.l. y d.n. por la quarta del primero de Euclides. Y porq̃ h.l.es ygual ala linea d.b.ygual sera luego d.n. a d.b.Por lo qual si sobre el centro d. con el interuallo d. n.hizieremos circulo,pasara ese tal circulo por a.y b. y estenderemos la linea n.m. hasta encontrar con el circulo en o.y manifiesto es por la.3.proposicion del.3.libro de Euclides,q̃ n.m.y m.o.seran yguales, y por la. 35. del mismo tercero libro el rectan-




rectāgulo cō prehēso por n. m. y m. o. el qual es quadrado, sera ygual al rectangulo cōprehenso por a. m. y m. b. Y porq̃ posimos m. n. ygual a la linea c. lado quadrado del numero q̃ esta en compañia del censo, si q̃ se luego q̃ la linea a.b. q̃da partida enel punto m. de tal modo, q̃ el rectangulo cōprehenso por a.m. y m.b. es ygual al dicho numero dela cōpañia del censo. Y siendo assi hecha la particion, podremos tomar la linea m.b. por lado del censo ignoto, el qual sea b.m.q.r. y el rectangulo b.s. sera en tal caso el valor de las cosas, el qual es cōpuesto del dicho censo, y del rectangulo a.q. el qual es igual al numero conoscido dela compañia del censo. Y tambien podremos tomar la linea a.m. por lado del censo como en la siguiēte figura se ve, el qual cōstituiremos sobre la linea s.q. la qual es ygual ala linea a.m. y sea este tal censo s.q.r.t. y en tal caso el rectāgulo a.r. sera el valor delas cosas, por q̃ las lineas a.b. y m.r. son yguales, y el dicho rectangulo es cōpuesto del censo s.r. y del rectangulo a.q. el qual es ygual al numero conoscido, q̃ de principio se propuso enla cōpañia del cēso.




Y siendo assi constituido qualqer delos cẽsos, poderlosemos manifestar, como de antes por la quinta del segũdo libro de Euclides. Porque sacaremos del quadrado dela linea d.b. el rectangulo cõprehenso por a. m. y m.b. el qual es ygual al numero propuesto dela compañia del censo, y resultara conoscido el quadrado dela linea d.m. en la figura pasada: por lo qual ese mismo lado d. m. sera conoscido, y sacandolo dela linea d.b. quedara conoscida m.b. lado del censo b.m.q.r. Pero si qremos tomar por censo el quadrado q.s.t.r. como en esta figura postrera, juntaremos la linea d.m. la qual ya fue conoscida con la linea a.d. y toda la linea a.m. resultara conoscida, la qual es ygual a la linea s.q. lado del censo s.q.r.t.

*Que en las Reglas compuestas se deue hazer reducion a vn censo. Cap. 5.*

Y Por estas demonstraciones queda claro q̃ obrando por estas tres Reglas delas coniu-

jugaciones compuestas, tanto que la ygualaciõ fuere hecha, de la qual en su lugar trataremos copiosamente, se deue todo reduzir a vn censo, partiendo todas las quantidades por el numero delos censos, ora sea numero entero, ora sea quebrado, por q̃ de otro modo las dichas Reglas no podran seruir. Exemplo, si nos preguntasen, qual es el numero q̃ multiplicado por sy mismo, y despues lo produzido por .6 y que juntando conlo que se hiziere el triplo del mesmo primero numero, sea toda la sũma .30. La obra seria esta: Pongamos q̃ ese numero ignoto sea vna cosa, siendo multiplicado en sy mismo hara vn censo. porque toda raiz de quadrado al qual llamamos censo multiplicada por sy, haze al cẽso. Este censo multiplicado por .6. hara .6. ce. cõ estos .6. ce. juntaremos el triplo del numero q̃ sera .3. cosas, y haremos 6. censos. p̃ .3. cosas. La qual sũma sera ygual al numero .30. Agora antes q̃ obremos por su regla la qual es la primera delas compuestas, conuiene q̃ partamos estas tres quantidades .6. ce. y .3. co. y al numero .30. por el numero delos censos que es .6. y serã los quocientes .1. censo s. media cosa, y el numero .5. De suerte que .1. censo p̃ $\frac{1}{2}$. cosa seran yguales a 5. numero. Por que siendo todo partido por .6. todo quedo abatido ygualmente, y esta claro q̃ si .6. ce. p̃ .3. co. se ygualan cõ .30. numero, la sexta parte de .6. ce. y de .3. co. quedara ygual a la sexta parte de .30. numero. Siguiremos por tanto la Regla diziendo assi: La mitad del numero delas cosas es $\frac{1}{4}$. el qual siendo multiplicado por si hara $\frac{1}{16}$. juntãdo le .5. haremos .5 $\frac{1}{16}$. cuya raiz es .2$\frac{1}{4}$.

dela qual ſacaramos el.$\frac{1}{4}$.q̃ es la mitad del numero delas coſas,y reſtaran.2.por valor dela coſa, y eſſe es numero que buſcauamos. Y ſi el numero delos cenſos tuuiere quebrado,como ſi fueſſe.2$\frac{1}{7}$. o.1$\frac{1}{4}$. partiremos todas las quantidades por.2$\frac{1}{7}$. o por.1$\frac{1}{4}$. ſegun fuere el quebrado. Y ſi no llegare a vn cenſo entero,como ſi fueſe.$\frac{1}{7}$.de cenſo,partiremos todo por eſe quebrado. Como ſi nos dixeſſen aſſi: Buſquemos vn numero que con la quarta parte de ſu miſmo quadrado haga.15. Pornemos eſſe numero ignoto ſer.1.co.el ſu quadrado ſera vn cenſo,y la quarta parte del ſu quadrado ſera.$\frac{1}{4}$.de vn cenſo,por lo qual.1.co.p̃.$\frac{1}{4}$.de 1.cenſo,todo juntamẽte ſera ygual al numero.15. Y antes q̃ obremos por la Regla,partiremos eſtas quãtidades por.$\frac{1}{4}$.y vernan.4.co.y.1.cenſo,y.60. y diremos por tanto,que.4.co.p̃.1.ce.ſon yguales a.60. Seguiremos pues la Regla,diziendo aſſi.2. vezes.2.ſon.4.que con.60.hazen.64.de ſu raiz,la qual es.8. ſacaremos la mitad del numero delas coſas,la qual es.2. y quedaran.6. por valor del numero que era ygnoto.

## ¶ *Como conoſceremos ſi el caſo es neceſſario o impoſsible. Cap.6.*

Y Por quãto en los queſitos ay tres diferencias,porque o lo q̃ buſcamos es neceſſario hallarſe en qualquier numero,o ſera impoſſible hallarſe en numero, o ſera poſſible y neceſſario q̃ ſe halle en algun numero,o en algunos numeros,pero no en todos,y nos tratamos ſino de la tercera parte inueſtigãdo la quãtidad ignota,y la queremos por las dichas Reglas manifeſtar.

Da-

Daremos por tanto algunos auiſospara cono-ſcer ſi el caſo es impoſſible o neceſſario, para q̃ no trabajemos en vano. Porque vanidad ſeria buſcar lo que es impoſſible, o lo que a todo numero es comun.

Primeramente, ſi obrãdo y ygualando conforme alo q̃ el caſo demanda vinieremos a parar en quantidades yguales en numero a otras quantidades de ſu miſma naturaleza, como ſi haziendo nueſtros diſcurſos viniesemos a parar en eſto q̃ .10.co. ſon yguales a .10. co. o .4.ce. a .4.ce. o el numero .10. al numero .10. Pronunciaremos que lo que ſe buſca es neceſſario hallarſe en qualquier numero. Y ſi pararemos en eſto que las quantidades ſon de vna miſma naturaleza, pero los numero dellas deſiguales, el caſo ſera impoſſible. Como ſi obrando y ygualando hallaſemos q̃ .10. co. ſon yguales a .12.co. Y eſta es la razon por que no damos Reglas ſino conforme a conjugaciones de quantidades de diuerſas naturalezas, porque ſi .10.co. ſon halladas yguales a .10. co. lo que ſe buſca ſe hallara en todo numero, y ſi .10.co. ſon halladas yguales a .11. coſas, lo que buſcauamos ſera impoſſible hallar en algun numero. Exemplo, ſi nos dixeſſen que buſquemos vn numero, el qual ſiendo multiplicado por .2. y lo que fuere produzido, ſiendo multiplicado por ſi miſmo, haga tanto como ſi de principio lo multiplicaramos por ſi miſmo, y lo produzido por .4. La obra ſera eſta. Eſte numero ſea .1.co. la qual multiplicada por .2. hara .2.co. y eſtas .2.co. multiplicadas por ſi haran .4. ce. porque la raiz multiplicada por ſi

haze su quadrado. Y obraremos luego a si. 1. co. multiplicada por si haze. 1. ce. y este censo multiplicado por. 4. hara. 4. censos. Y porque tanto se haze por vna obra como por la otra, ternemos luego de vna parte. 4. ce. y de otra ternemos otros. 4. censos, y pronũciaremos por tãto que lo q̃ buscamos es cõmun a todo numero, y que necessariamẽte se hallara esto en qualquier que quisieremos tomar. Iten si nos dixessen assi partamos este numero. 10. en tales dos partes q̃ lo que se hiziere multiplicando esse numero. 10. en vna delas partes, sea tanto como el quadrado de sa misma parte, juntamente con lo que se produze multiplicando esa misma parte por la otra. Pornemos la vna parte ser. 1. co. y sera por tanto. 10. co. lo q̃ se haze multiplicãdo todo el numero. 10. por ella. y estas. 10. cosas pornemos a parte. Y por q̃ la primera parte posimos ser. 1. co. sera luego la otra parte. 10. m̃. 1. co. Agora tomaremos el quadrado de la primera parte de. 10. y sera. 1. ce. y tomaremos lo q̃ se haze multiplicãdo. 1. co. por. 10. m̃. 1. co. q̃ sera. 10. co. m̃. 1. ce. y juntaremos en vna sũma esta multiplicacion con el quadrado, y no haran mas que 10. co. y seran luego. 10. co. yguales a. 10. co. Y responderemos por tanto q̃ esto es necessario ser en. 10. de qualquier modo que se parta, y a qualquier otro numero por qualquier modo que lo queramos partir. Y si nos dixessen assi, partamos 10. en tales dos partes, q̃ tanto haga multiplicar el mismo numero. 10. en si, como multiplicarlo en sus partes. Pornemos. 1. parte ser. 1. co. y sera luego la otra. 10. m̃. 1. co. Multipliquemos. 10. en

ſy, y haremos.100. y multipliq̃mos.10.por .1 co. y haremos.10.co. y multipliq̃mos los en.10.m̃. 1.co. y haremos .100 m̃. 10.co. Sũmemos eſtas dos quantidades.ſ.10.co. y.100. m̃.10.co.y no ha ran mas q̃.100.No tenemos luego mas,ſi no que 100. ſon yguales a.100. Y pronunciaremos por eſta cauſa,que eſto que ſe pregunta ſe hallara en todo numero,y por qualquier modo q̃ ſe parta.

[Exemplo del impoſſible. Si nos dixeren q̃ buſquemos vn numero q̃ multiplicado por.3. y lo que ſe hiziere multiplicado por ſi, haga tanto, como ſi primeramẽte fuera multiplicado por ſi, y eſſo por.5 Pornemos el numero ſer.1.co.multiplicandolo por.3.haremos.3.co. las quales multiplicadas por ſi harã.9.ce.los quales pornemos aparte. Y luego multiplicaremos .1.co. por ſi,y haremos .1.ce. el qual multiplicado por .5.hara 5.ce. Y ſi lo q̃ ſe pregunta puede ſer,pues que auemos obrado conforme a eſe caſo,ſeran.9.ce. yguales a.5.ce. lo qual es impoſſible,y pronũciaremos por tanto q̃ lo q̃ ſe p̃guntaua era impoſſible. Y tambiẽ ſera el caſo impoſſible ſi obrando hallarmos q̃ dos quantidades ſon yguales vna ſimple, y la otra cõpueſta, y en la cõpueſta vna ygual en numero a la ſimple,y de ſu naturaleza, como ſi .3.p̃.$\frac{1}{12}$. de coſa reſultaſen yguales a.3.

Y no es neceſſario que todas lasvezes q̃ el caſo es impoſſible pareſca luego obrando conforme a lo q̃ ſe propone. Porq̃ muchas vezes nos proponen vn impoſſible, y obrando y ygualando y vſando delas Reglas no ſe puede comprehender que es impoſſible haſta el fin de todo el diſcurſo,cnel qual ſe collige vn manifieſto impoſſible

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

ſible, y entonces inferimos que el caſo que ſe propuſo era impoſſible. Exemplo: ſi nos dixeren que partamos.12. en dos tales partes, q̃ el tercio de vna dellas, cõ el quarto dela otra todo junto haga.4. Pornemos que vna delas partes ſea.1.co. cuyo tercio ſera.$\frac{1}{3}$.de coſa, y porque el numero es.12. y puſimos vna parte ſer.1.co. ſera luego la otra parte.12.m̃.1.co. cuyo quarto ſera.3.m̃.$\frac{1}{4}$. de coſa, sũmemos .$\frac{1}{3}$. de coſa con .3.m̃. $\frac{1}{4}$. de coſa, y haremos .3. p̃ .$\frac{1}{12}$. de coſa, es la razon que pues de vna parte tenemos .$\frac{1}{3}$.de coſa, y de otra parte tenemos menos . $\frac{1}{4}$. de coſa, ſeran eſtas partes de coſa juntas . $\frac{1}{3}$. de coſa, menos . $\frac{1}{4}$. de coſa, que tanto vale como . $\frac{1}{12}$. de coſa, porque de . $\frac{1}{3}$. ſacando . $\frac{1}{4}$. reſta . $\frac{1}{12}$. Aſſi que . $\frac{1}{3}$. de co. con.3. m̃. $\frac{1}{4}$.co. hazen. 3. p̃. $\frac{1}{12}$. de coſa. Los quales ſeran yguales a .4. Saquemos.3. de eſtas dos quantidades, y quedara . $\frac{1}{12}$. de coſa ygual a la vnidad. Y eſta es la tercera coniugacion delas ſimples. Partiremos pues la vnidad por.$\frac{1}{12}$.conforme a ſu Regla, y vernan .12. por valor dela coſa, lo qual conſta ſer impoſſible. Porque.12.no puede ſer parte de.12. y pronũciaremos por eſta cauſa, que lo que ſe propuſo, era impoſſible.

Otras vezes es el caſo impoſſible, pero no ſe pudo comprehender ygualando y obrãdo conforme a lo que ſe propuſo, ny fue neceſſario llegar al cabo de todo el diſcurſo, mas entendioſe que el caſo era impoſſible vſando dela regla en el proceſſo. Exemplo, ſi nos dixeren que partamos.10. en tales dos partes, q̃ multiplicada vna por la otra hagan.26. Pornemos vna delas partes ſer.1.co.y ſera luego la otra.10.m̃.1.co. Multi

pliquemos.1.co.por.10.m̃.1.co.y haremos.10.co. m̃.1.ce.es la razon porque.1.co.por.10.haze.10. co.y.1.co.por m̃.1.co.hara m̃.1.ce.Será por tanto 10.co.m̃.1.ce. yguales a.26.Demos.1.censo a esta quãtidad.10.co.m̃.1.ce.porq̃ le faltaua,y haremos enteramẽte.10.co.sin auer defecto.Y demos tam biẽ.1.censo a los.26 y haremos.26.p̃.1.ce.Yguales resultarã luego.10.co.y.26.p̃.1.ce.esto se prueua por este principio,que si a quantidades yguales damos tanto a vna como a otra,las dos sũmas seran yguales. Siendo pues assi.10.co.yguales a 26.p̃.1.ce.que es la sexta conjugacion,o tercera delas compuestas,obraremos por su regla,diziendo assi, la mitad del numero delas cosas es 5.que multiplicados por si hazen.25.sacaremos destes.25.los.26. que es numero dela compañia del censo,y no puede ser.Y diremos por esta cau sa,que lo que se propuso era impossible.Porque por la demõstracion delą misma regla, quando el numero con.1.censo se ygualan con las cosas, si el caso fuere possible, no sera menor el quadrado dela mitad del numero delas cosas, que el numero dela compañia del censo. Inferimos luego,que si el dicho quadrado es menor,no sera ese caso possible.Este prouecho tenemos luego deste Cap.con las sobredichas Reglas:Que si el caso es possible,descubrẽse, y quando es impossible,declarasse.Y el impossible se declara vnas vezes,como auemos dicho,hecha la ygualacion,como quando hallauamos q̃.5.ce.son yguales a.9.ce.Otras vezes despues de hecha,obrando ya por su regla,como quando quesimos sacar.26.de.25.y porque no puede ser q̃ el numero

ſea mayor que el quadrado, pronunciamos el caſo ſer impoſſible, y otras vezes tanto que el diſcurſo todo y toda la obra es acabada,como quãdo hallauamos que el valor dela coſa era.12. y auiamos pueſto que era parte de.12.Pero por que muchas vezes ſiendo el caſo impoſſible,no podemos entender ſi lo es, aun que lleguemos al cabo,y pronunciemos quanto ſea el valor de la coſa. Dizimos por eſta cauſa q̃ no deuemos af firmar ſer el queſito poſſible,haſta q̃ la prueua o experiẽcia ſea hecha. Porq̃ toda conjugaciõ dize coſa q̃ es poſſible,y por ſu regla ſe verifica,por lo qual ſiẽdo el diſcurſo bueno,ſi el queſito es poſſi ble,lo q̃ viene por valor dela coſa,ha de quadrar cõ eſe queſito, y ſi no quadra,ſera por el queſito ſer impoſſible.Y es por tanto neceſſario hazer la prueua o experiẽcia para q̃ ſepamos ſi quadra,o no quadra,antes de pronunciar enel caſo.Exem plo,ſi nos dixeſſen aſſi : Buſquemos vn numero q̃ multiplicado por .3. haga tanto como ſu quadrado,y que eſe numero juntamente con el quadrado haga.7. Pornemos eſe numero ſer.1. co.multiplicado por.3.hara.3.co.ſera luego.1.ce. ygual alas .3.co. y .1.co.con.3.co. que ſon.4.co. ſeran yguales a.7.y tambien.1.co.y.1.ce.ſeran yguales a.7.juntemos las dignidades por ſi,y haran.5.co.p̃.1.ce. y juntemos los dos numeros y ſerã.14.Seran por tanto.14.yguales a.5.co.p̃.1.ce. y eſta es la primera conjugaciõ delas compueſtas.Laqual ſe verificara por eſte modo,conforme a ſu regla.La mitad de.5.es.2½.cuyo quadrado es.6¼.eſtos.6¼.con.14.hazen.20¼.cuya raiz es 4½.deſtos.4½.ſacaremos.2½. y reſtaran.2.por valor

lor dela cosa,y assi es,porque.5.cosas valen.10.y el quadrado vale.4.que con los.10.haze.14.y segun esto el numero que buscamos sera.2. porq̃ posimos ser.1.co. Pero no sabemos si el caso es possible,hasta que hagamos la prueua o experiencia.Era el quesito hallar vn numero q̃ multiplicado por.3.fuese ygual a su quadrado,y que todo juntamente sea.7.Mas esto no quadra con el valor dela cosa,el qual es.2.porq̃.2.por.3.hazen.6. que es mayor numero, que el quadrado de.2.el qual es.4.Iten,ese numero.2.juntamente con su quadrado,haze.6. y no siete. Por lo qual queda claro que el numero q̃ hallamos no quadra con el quesito,y pronunciaremos por tanto ser impossible lo que se pedia.

Y antes q̃ demos fin a este capitulo,enel qual esta primera parte se acaba,queremos hazer memoria a los Lectores, que quando enel tercero Capitulo diximos,que la cosa es raiz del censo, y que es vna superficie rectangula menor que el censo,esso se entendia del censo de numero,y no del censo de puro quebrado,porque assi aremos dado los exemplos.Pero si trataremos de puro quebrado, hallaremos q̃ la cosa es mayor que el censo,y obrãdo por la regla que responde a la primera conjugacion simple,esto mismo hallaremos.Exemplo sea.1.co.ygual a.2.censos, partiremos.1.por.2.y verna.$\frac{1}{2}$.por valor dela cosa,y assi es,porq̃ siendo la cosa.$\frac{1}{2}$.el censo sera.$\frac{1}{4}$.y manifiesto es que.$\frac{1}{2}$.es duplo de.$\frac{1}{4}$.Mas ese.$\frac{1}{2}$.que es la cosa,no es raiz de se censo que es.$\frac{1}{4}$.sino de otro quadrado mayor, en respecto del qual la misma cosa es.$\frac{1}{2}$. y el censo pequeño es.$\frac{1}{4}$.y assi

que-

queda la cosa dos vezes mayor que el pequeño censo. Exemplo sea la linea de vn pie lado de vn quadrado, y partiendo esta linea, y la otra su ygual, q̃ con ella haze angulo recto, en dos partes yguales, salgã delos punctos del medio otras dos lineas, q̃ partan ese quadrado en. 4. pequeños quadrados, terna luego la cosa o raiz dese quadrado mayor dos quadrados desos pequeños, o dos censos, y sera por tanto la mitad del grande quadrado. Pero el quadrado pequeño sera. $\frac{1}{4}$. dese quadrado grãde, y el pequeño se produze pro el ducto de. $\frac{1}{2}$. pie en sy, porq̃ los Geometras imaginan q̃ las lineas rectas hazen las superficies, por al modo q̃ Euclides escriue enel segundo lib. Assi q̃ vna cosa vale dos censos, y es el duplo de vno dellos, pero no es dupla del grãde censo del qual es raiz, y esse cẽso pequeño del qual es dupla no es su censo, ny ese pequeño censo es produzido por la multiplicaciõ del valor dela cosa en si mismo, la qual cosa es superficie rectangula, y. $\frac{1}{2}$. del grande quadrado, sino por la duction dela linea que contiene. $\frac{1}{2}$. pie. Y esto es semejante a lo que communmente dezimos que. $\frac{1}{2}$. multiplicado por si haze. $\frac{1}{4}$. y paresce cosa digna de admiraciõ, q̃ vna quãtidad por multiplicacion resulte menor de lo q̃ era. Pero enla verdad ny se diminuyo, ni augmẽto: Porq̃ el medio era la mitad de vna linea del ducto, dela qual mitad se hizo vn pequeño quadrado, el qual es. $\frac{1}{4}$. de aquel quadrado, q̃ haze toda la linea, y porq̃ la linea y el quadrado engendrado son de diuersas naturalezas, por esta causa ny podemos dezir q̃ se diminuyo, ny que se acrecento, sino enel nombre.

SE-

# SEGVNDA PARTE PRINCIPAL DESTE OBRA,

*laqual es partida en tres partes. Enla primera tratare mos del Algorithmo delas dignidades, y enla segunda delas raizes, y en la tercera delas proporciones.*

## *Cap. primero dela denominacion delas dignidades.*

Orque practicando las sobredichas Reglas, es muchas vezes necessario, sũmar, diminuir, multiplicar, y partir, assi en enteros como en quebrados, y traer a menos roto, o abreuiar las quantidades q̃ enel principio desta obra diffinimos, y tambien otras q̃ los Arithmeticos suelẽ criar en progression de cõtinua proporciõ, daremos modo claro como todo esto se haga.

La primera quãtidad destas q̃ llamamos dignidades, q̃ assi van ordenadas en proporcion, es la Cosa, y por essa causa le fue dada la vnidad por denominacion. La segunda es el Censo, al qual cupo.2.por denominaciõ. La tercera es el Cubo q̃ tiene.3.por denominacion. La quarta es Censo de censo, q̃ tiene.4.por denominacion. La quinta se llama relato primo, cuya denominaciõ es.5. La sexta es Censo de cubo, o Cubo de censo, y su denominaciõ es.6. Por este modo proceden los Arithmeticos, y van criando las otras dignidades, y tiene cada vna dellas la denominacion, q̃ la orden le da. La qual nos dize quantas proporciones tiene cada vna delas dichas quantidades comparada con la vnidad, de aquellas q̃ la Cosa

guar-

guarda con la mifma vnidad. Y en efte exemplo pufimos la cofa fer.2.y conforme a efte valor de la cofa, veremos el valor delas otras dignidades, y como fuelen fer efcriptas.

*Co.2.Ce.4.Cu.8.Ce.ce.16.Re.p°.32.Ce.cu.o Cu.ce.64.*

*Denominaciõ.* 1. 2. 3. 4. 5. 6.

LAs otras dignidades podremos criar por el mifmo modo. Y por q̃ efta fciencia no tracta de nombres baftara nombrarlas por fus denominaciones. Y efto hallaremos enellas, q̃ toda dignidad multiplicada en fy engendra otra de doblada denominacion. Exemplo: 8.es cubo. y tiene.3. por denominacion: fi lo multiplicaremos en fi, hara.64.cuya denominacion fera 6. q̃ es el duplo de.3. La razon es que todo numero es medio proporcional entre fu quadrado y la vnidad, y por tanto es neceffario que doblado numero de proporciones aya del fu quadrado para la vnidad, de aquellas que el mifmo numero tiene con la vnidad, y del numero delas proporciones falen las denominaciones. 8. es medio proporcional entre.64.fu quadrado y la vnidad, ay de.8. para.1. tres duplas, aura luego de 64.para.1. feis duplas.

## ¶ *Sũmar los enteros. Cap.2.*

QVeriendo sũmar dos quantidades, fi fuerẽ femejantes querimos dezir de vna mifma naturaleza, y fueren entrambas nombradas o por mas, o por menos, sũmar fean como fi fueffen dos numeros, y la sũma terna la mifma declaracion o de mas, o de menos, como las quantidades de que confta: Pero fi vna dellas fuere nombrada por mas, y la otra por menos, faca-

ſacaremos el menor numero del mayor, ſi fueren deſiguales,y lo que reſtare ſera lo que vale la sũma. La qual ſera nombrada como la mayor quantidad,de que la menor ſe ſaco. Y ſi fueren yguales,la sũma ſera vna çifra. La palabra mas ſe eſcriue aſſi p̃. y la palabra menos aſſi m̃. y ternemos en la memoria,q̃ aun que no ſe explique eſta palabra mas,como no ſe declarare q́ es menos,luego ſe entiende que es mas.

| | |
|---|---|
| Exemplo deſta | 35. p̃. 10. co. p̃. 4. ce. |
| Regla | 40. p̃. 12. co. p̃. 7. ce. |
| Sũma | 75. p̃. 22. co. p̃. 11. ce. |

| | |
|---|---|
| Otro exemplo | 30. p̃. 15. co. p̃. 2. ce. m̃. 3. cu. |
| | 80. m̃. 13. co. m̃. 5. ce. m̃. 2. cu. |
| Sũma | 110. p̃. 2. co. m̃. 3. ce. m̃. 5. cu. |

Iten, ſi las quantidades fueren de differentes naturalezas,baſtara juntarlas con ſu declaraciõ de mas o de menos.Como ſi quiſieſſemos sũmar p̃.10.con.p̃.1.ce.diremos que la sũma es.10.p̃.1.ce. o .1. ce.p̃.10. Y ſi queremos sũmar p̃.10. con m̃. 1.ce.diremos que la sũma es.10.m̃.1.ce.

Pero ſi queremos sũmar p̃.10.m̃.1.ce.m̃.4. en eſto conuiene que tengamos eſta cõſideracion, porq̃ ſi ſon offerecidas para ſeren sũmadas como tres quantidades diſtinctas, en tal caſo sũmaremos primeramente las que ſon de vna miſma naturaleza,conuiene aſaber p̃. 10.con m̃.4.y la sũma ſera p̃.6. y eſte p̃.6. juntaremos con m̃. 1.ce. y haremos .6.m̃. 1.ce.que ſera la sũma delas dichas tres quantidades. Mas ſi ſon offerecidas como dos quantidades,la primera p̃.10. y la ſe-

gunda m̃. 1.ce. m̃ 4. la qual ſegunda quantidad ſignifica ſer vna ſola quantidad, que reſulta ſacando.4.de.1.ce. y que eſſo ſe ha de sũmar por m̃.con p̃.10. y no diſtinctamente m̃. 1 ce. y m̃.4. con.p̃ 10.El modo que ternemos para las sũmar ſera eſte: Que sũmemos con p̃.10. los m̃.4.como que fueſſen p̃.4. y ſera la sũma p̃.14. y eſtes p̃. 14. sũmaremos con m̃. 1.ce. y la total sũma ſera 14.m̃.1 ce.La razon deſto es muy clara. Y porque quien sũma.10.con.4.m̃.1.ce. haze la miſma sũma,la qual era.14 m̃.1 ce.ſiгueſe que tanto monta dezir .4.m̃.1.ce. como m̃.1.ce. m̃.4. enla dicha ſignificacion, y es la verdad. Porque quien dize m̃.1 ce.m̃.4.quiere dezir,que la falta es vn cenſo, no entero mas menos.4 y tanto montara faltarnos vn cenſo, no entero mas menos.4. como ſi tuuieſſemos.4.y nos faltaſe el miſmo cenſo.

¶ *Diminuir.*

EN quãtidades ſemejantes de mas ſacar mas, ſi la quãtidad de q̃ ſacamos es maior en numero,reſtara la differẽcia declarada por mas.Pero ſi lo de que ſacamos fuere menor en numero, reſtara la differẽcia declarada por menos.Exẽplo de p̃.20.co. ſacar p̃.15.co.reſtan p̃.5.co. y de p̃.10. ce.ſacar p̃.24.ce.reſtã m̃.4.ce.Y por el miſmo modo ſacaremos menos de menos.Porque ſi lo de que ſacamos es mayor en numero , lo que reſta ſera por menos:mas ſi fuere menor en numero, reſtara la differẽcia declarada por mas.Exemplo de m̃.8.ſacar m̃.5. reſtan m̃.3. y de m̃.4.ſacar m̃.7. reſtan p̃. 3.

Iten en quantidades ſemejantes de mas ſacar menos,reſta la sũma q̃ hazen entrambas quantida-

tidades con declaracion de mas. Exemplo de p̄.10.ſacar m̄.8. reſtan p̄. 18. y de p̄.12. ſacar.m̄. 20. reſtan p̄. 32. Y lo miſmo es de menos ſacar mas, porque juntaremos entrambas quantidades, y la sũma dellas ſera lo que reſta con declaracion de menos. Exemplo, de m̄.7. ſacar p̄ 4. reſtan m̄.11. y de m̄.9. ſacar p̄.15. reſtan m̄.24. La demonſtracion es que sũmando lo que ſacamos con lo que dizimos que reſta, reſtauramos la primera quantidad.

La diminuicion que ſe haze quando las quantidades ſon de differentes naturalezas, es por eſte modo: Que ſi de mas ſacamos menos, reſta la sũma de entrambas con declaracion de mas. Exemplo, de.4.ce.ſacar m̄.5.co. reſtan.4.ce p̄.5.co. Y ſi de mas ſacamos mas, reſta vna sũma de la primera como eſtaua, y de la q̄ ſacamos con declaracion de menos. Exemplo, de p̄.4.ce.ſacar p̄.3.co. reſtan p̄.4.ce m̄ 3.co. Y ſi de menos ſacamos mas, reſtã entrambas quãtidades declaradas por menos. Exẽplo, de m̄.3.ce.ſacar p̄.4.co. reſtan m̄ 3.ce. m̄.4.co. Y ſi de menos ſacamos menos, reſta vna sũma de la primera como eſtaua, y de la q̄ ſacamos con declaracion de mas. Exemplo, de m̄.12. ce. ſacar m̄.7.co. reſtã m̄.12.ce.p̄.7.co. Tienen eſtas reglas la miſma prueua, q̄ sũmando lo q̄ ſacamos cõ lo q̄ reſta reſtauramos la primera quantidad.

## ¶ *Multiplicar. Cap.4.*

SI multiplicamos el numero por qualquiera dignidad de las ſobredichas, creçe el numero deſſa dignidad, porq̄ de vna que era, ſon producidas muchas, mas no ſe muda la naturaleza.

Exemplo, si multiplicamos.10. por.1.cosa, hazemos.10.co. y si por.2.censos, hazemos.20.ce.por 3.cubos hazemos.30.cu. Pero si multiplicamos vna dignidad, o por si mismo, o por otra differente, hazemos dignidad de differente naturaleza. Y la Regla es esta, q̃ juntemos en vna sũma las denominaciones dessas dignidades, y ternemos la denominaciõ dela dignidad que por essa tal multiplicaciõ se haze. Exemplo, si queremos multiplicar.2.co.por.3.co.porq̃ la denominaciõ de cosa es vno, y multiplicamos co. por co.juntando vno con vno, haremos.2. y porque.2.es denominacion de censo, diremos por tanto que 2.co.multiplicadas por.3.co.hazẽ.6.ce.Y si queremos multiplicar.4.co.por.5.ce.diremos asi.4. por.5.hazen.20. y porque.1.denominaciõ de co. sũmado con.2.denominacion de censo hazen.3. que es denominaciõ de cubo. Diremos por tanto, q̃.4.co.por.5.ce.hazen.20.cu.Y bastara nombrar la dignidad o aquella que se multiplica, o aquella que se engendra, por la denominacion q̃ tiene, porque prosupuesto el valor dela cosa, y criando tantas proporciones como por la denominaciõ se muestra, podremos luego saber el valor desa dignidad engendrada. Exemplo, si multiplicamos.4.cu.por.8.ce.ce. diremos assi, la denominacion del cubo es.3. y la denominaciõ del censo de censo es.4.q̃ sũmadas hazẽ.7.q̃ sera la denominaciõ dela dignidad engẽdrada, y porque.4.por.8.hazen.32.diremos por tanto, que.4. cu.multiplicados por.8.ce.ce.hazen.32.dignidades, que tienen.7.por denominacion, a que llaman relatos segundos. Mas bastara dezir, q̃ son

32.

32.dignidades ſeptimas,por quanto por el numero dela denominacion luego podremos venir en noticia deſſa tal dignidad,por eſte modo: Pongamos que el valor dela coſa es.3.y porque en tal caſo del valor dela coſa para la vnidad ay proporciõ tripla,aura luego dela dignidad engendrada para la vnidad la proporcion compueſta de ſiete triplas,las quales van en eſta orden,y ſu valor ſera el poſtrero numero,el qual es.2187.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 3. | 9. | 27. | 81. | 243. | 729. | 2187. |
| | Dignidad primera coſa. | Dignidad ſegunda cenſo. | Dignidad tercera cubo. | Dignidad quarta cenſo de cenſo. | Dignidad quinta relato primo. | Dignidad ſexta cenſo de cubo. | Dignidad ſeptima relato ſegũdo. |

¶ *Demonſtracion deſta Regla de multiplicar dignidad por dignidad.*

PAra demonſtracion deſta Regla procederemos cõtinuando la proporcion tripla haſta la decima dignidad, y aplicaremos nueſtra demonſtraciõ a vn exemplo,como ſi generalmẽte demonſtraſſemos en todos. Porque la Regla es general,ora ſe multiplique vna dignidad en ſi

 miſ-

mifma,ora en otra,y la demõftracion q̃ firue en vn exemplo firue en todos,aplicãdola como cõ uiene. Y parefcionos efte modo mas claro,para los q̃ no fon acuftũbrados a las demõftraciones.

| | | |
|---|---|---|
| Dignidad .10. | cenfo de relato primo. | 59049. |
| 9. | cubo de cubo. | 19683. |
| 8. | cenfo de cenfo de cẽfo. | 6561. |
| 7. | relato fegundo. | 2187. |
| 6. | cenfo de cubo. | 729. |
| 5. | relato primo. | 243. |
| 4. | cenfo de cenfo. | 81. |
| 3. | cubo. | 27. |
| 2. | cenfo. | 9. |
| 1. | cofa. | 3. |
| | | 1. |

Multipliquemos pues.1.cenfo,que nefte exemplo es.9.por.1. relato fegundo,que vale.2187. Porque la denominacion del cenfo es.2.y la del relato fegundo es.7. juntando.2.con.7.haremos 9.y pronunciaremos que la dignidad engendrada es la nona dignidad,la qual es cubo de cubo, cuyo valor es.19683. Porque.2187.relato fegundo por fer feptima dignidad,tiene para la vnidad.7.proporciones triplas,y.9.cenfo,por fer fegunda dignidad,tiene dos triplas para la mifma vnidad, las quales proporciones juntas hazen 9. proporciones triplas. Y porque el numero 19683. cubo de cubo es la nona dignidad, terna para la vnidad otras nueue proporciones triplas. Luego tantas proporciones triplas tiene el numero.19683. comparado a la vnidad,quantas el numero.2187. con las que tiene el numero.9. juntas en vna sũma. Y porque la propor-

cion

porciõ de los numeros extremos es compuesta de las proporciones de los intermedios, como por nos fue demonstrado enel libro de los yerros de Oroncio Fineo, sacaremos destos yguales numeros de proporciones triplas, q̃ son dos nouenarios de triplas, el numero de proporciones triplas q̃ ay de.9.para la vnidad, q̃ es parte de entrambos numeros de proporciones, y tantas triplas restaran entre el numero.19683.y el numero 9.quãtas ay del numero.2187.para la vnidad. Luego tal proporcion aura de.19683.para.9. qual de 2187.para vno. Y porq̃ siendo quatro quãtidades proporcionales, tanto se haze multiplicando la primera por la quarta, quãto multiplicãdo la segũda por la tercera, como por Euclides es demõstrado. Por esta causa, tanto se hara multiplicãdo 19683.primera por la vnidad quarta, quãto se haze multiplicãdo.9.segũda por.2187.tercera. Y porq̃ la multiplicaciõ de.19683.por la vnidad haze el mismo numero.19683. luego la multiplicaciõ de 9.por.2187 hara tambiẽ.19683. q̃ es la nona dignidad, y esto es lo q̃ q̃riamos demonstrar. Por otro modo mas claro, de.19683. nona dignidad para 2187.septima es la proporciõ de.9.segunda dignidad, para la vnidad, porq̃ en cada vna dellas ay dos triplas. Luego tanto hara multiplicando la nona q̃ es.19683. por la vnidad, conuiene a saber primera quãtidad por la quarta, quanto 2187.segunda por.9.tercera. Y porq̃.19683.por la vnidad hazẽ el mismo numero.19683 por tanto la multiplicaciõ de.2187.por.9 hara tãbien.19683. Que este numero 19683.se deua llamar cubo de cubo, prouaremos assi: El numero cubo multiplicado en si

haze otro,q̃ es censo del mismo cubo,y este censo de cubo,multiplicado enel mismo cubo,haze el cubo de cubo,aura por tanto del cubo de cubo ala vnidad nueue proporciones, conuiene a saber.3.del cubo ala vnidad,y tres del censo del cubo al cubo , y otras tres del cubo de cubo al censo de cubo.Por esta causa el cubo de cubo es la nona dignidad,que en este exemplo,enel qual posimos la cosa valer.3.terna de valor.19683.

Y porque muchas vezes multiplicamos estas quantidades con declaraciõ de mas y de menos, deuemos saber,que mas multiplicado por mas, haze mas . Y menos multiplicado por menos, tambien haze mas. Pero mas por menos,o menos por mas,hazen menos.Exemplo,si multiplicamos.6.co.por.5.q̃ es mas por mas,hazẽ.30.co. lo qual es euidente por la diffiniciõ del multiplicar. Y si multiplicamos menos .5. por menos.2. co. haremos mas .10.co. Y si multiplicamos.5. por m̃.2.co.haremos m̃.10.co. La practica desto se vera mas claramente en este exemplo, enel qual se multipliquẽ.15.m̃.4.co.por.3.ce.m̃. 5.co.

15. m̃. 4. co.
3.ce. m̃. 5. co.
45.ce. m̃. 12. cu.
m̃. 75. co. p̃. 20. ce.
Sũma 65. ce. m̃. 75. co. m̃. 12. cu.

Y en esta sũma m̃.co. y m̃.cu. cada vno por si se refiere a los .65. ce. y el sentido que haze es, q̃ esta multiplicaciõ vale.65.ce.sacãdo pero dellos 75.co y sacãdo tambien.12.cu.y no quiere dezir q̃ vale, 65.ce.menos esta quãtidad.75.co.m̃.12.cu.

Que

Que mas multiplicado por menos,o menos por mas haga menos,no es menos euidente, q̃ mas multiplicado por mas aya de hazer mas. Porq̃ multiplicar vn numero por otro, es sũmarlo tantas vezes,quãtas ſon las vnidades del otro. Pues ſi menos ſe multiplica por mas,hara tãtos menos,quãtas vnidades ay enel mas. Y eſto tam bien ſera euidente,quando demõſtraremos,que menos multiplicado por menos,haga mas. Y ſera en eſte exemplo,de que agora vſamos,preſupueſto como es demonſtrado por Euclides en li neas, y por Campano y Iordano,en numeros,q̃ tanto haze multiplicar vn numero por otro,co mo por todas las ſus partes,de qualquier modo que lo partamos. Demonſtremos pues,que eſta multiplicacion que auemos hecho,ſea buena,en la qual puſimos menos por mas hazer menos,y menos por menos hazer mas, y digamos aſſi: Quinze multiplicados por.3.ce.hazen.45.ce. los quales aſſentamos de baxo dela linea. Pero porq́ el numero que ſe multiplico no era enteramẽte 15.porq́ era menos.4.co. y fue enteramente mul tiplicado el numero.15. no deuiendo de ſer aſſi, diremos por tanto.4.co.multiplicadas por.3.cen ſos,hazen.12.cubos,los quales aſſentaremos por m̃.y quedara claro que.15 m̃.4.co.multiplicados por.3.ce.hazen.45.ce.m̃.12.cu. que eſtan enel pri mero renglon dela multiplicacion. Pero porq́.15 m̃.4.co.no ſe auian de multiplicar por los.3.cen ſos enteros,mas por lo q́ reſtaria delos miſmos 3 cenſos,quitando les las.5.coſas, que tienen de menos: ſigueſe manifieſtamẽte,q̃.45.ce.m̃.12.cu. es mayor sũma dela q́ en verdad fuera, ſi vuie-

 ramos

ramos multiplicado.15. m̃.4. co. por. 3. ce. m̃. 5. co. los quales de principio pusimos para multiplicar. Y sera el excesso lo que se hiziero multiplicando.15. m̃.4.co.por.5. co. y esse excesso sera necessario abatir delos.45.ce.m̃.12.cu. para que verdaderamente quede lo que monta la multiplicacion de.15. m̃.4.co. por.3.ce.m̃.5.co. Multiplicaremos por tanto.15.m̃.4.co. por. 5.co. para quitarmos dela dicha sũma lo que esta multiplicacion hiziere, y diremos assi.15.vezes.5.co. son 75.cosas, las quales assentaremos con declaraciõ de menos, para diminuir la primera sũma de 45. ce. m̃. 12. cu. Pero porque este seria gran debate, por quanto lo que en la primera sũma se assento demasiado, no era lo que se haze multiplicando.15. por.5.co. mas otra menor quantidad, conuiene a saber. 15. m̃. 4. co. multiplicados por. 5.cosas, ya que enel segundo renglon auemos assentado m̃.75.co.es necessario q̃ el excesso se rehaga. Y consta manifiestamente q̃ esto se restaurara multiplicando. 4. co. por. 5. co. que son.20.ce. Los quales se deuen assentar con declaracion de mas, porque en estos.20.ce.quedaua defraudada la multiplicacion de. 15. m̃. 4. co. por. 3. ce. m̃. 5. co. Por quanto en las. 75. co. que fueron assentadas con declaracion de menos, entraua la multiplicacion de. 4. co. por. 5. co. que son los. 20. ce. que es necessario assentar con declaracion de mas, en suplimiento de otro tanto, que sobradamente se puso con declaracion de menos dentro delas. 75. cosas. Esta es la razon por que. m̃. 4. co. por m̃. 5. co. hazen. p̃. 20. ce. Desta suerte enel postre-

ſtrero renglon eſta la sũma total dela multiplicacion. Y aun q̃ eſta demonſtracion pareſca particular, la razon della es vniuerſal, y generalmente ſe puede accommodar a toda multiplicacion de menos por menos. Y collegimos deſte diſcurſo, que la razon por que menos multiplicado por menos haze mas, es por que la quantidad declarada por menos, la qual ſe multiplica, eſta en compañia de otra quãtidad declarada por mas. Y por la miſma razõ mas multiplicado por menos, o menos por mas, hazen menos.

## ¶ *Partir. Cap.5.*

QViẽ ſabe la razõ del multiplicar, no puede errar el partir, enel qual ternemos eſtos documentos. Primero: Mas partido por mas, viene mas. Menos partido por menos, viene mas. Pero mas partido por menos, o menos por mas, viene menos.

Documento ſegundo: Si el partidor fuere vna ſimple dignidad, y tuuiere menor denominacion que la dignidad que ſe ha de partir, ſacaremos denominacion de denominacion, y lo que quedara ſera denominacion de lo que viene en la particion, y partiremos numero por numero, y por eſta arte ſe ſabera quantas y quales dignidades vienen en la particion. Exemplo, ſi queremos partir.20. cubos. por.5. coſas. de.3. denominacion del cũbo, ſacaremos la vnidad denominacion dela coſa, y quedaran.2. que es la denominacion del cenſo. Y partiremos.20. por.5. y vernan.4. y diremos por tanto, que ſi

par-

partieremos .20.cu. por .5.co. ſera el quociente 4.ce. Deſto ſe ſigue, q̃ quãdo el partidor fuere numero ſin otra dignidad, ſera el quociente la dignidad q̃ ſe partio en menor numero. Exemplo, ſi queremos partir.30.ce.por el numero.5.porq̃ la denominaciõ del cenſo es.2.y la de numero es cifra, reſtara la miſma denominacion entera, y el quociẽte ſera.6.cenſos. Tambiẽ ſe ſigue, q̃ ſi partimos vna dignidad por otra ſu ygual, ſera el quociẽte numero ſin dignidad. Exemplo, ſi partimos 20.co.por.5.co. ſera el quociẽte eſte numero.4.

Tercero documento, ſi el partidor fuere vna ſimple dignidad de mayor denominacion que lo que ſe parte, ſera el quociente vn quebrado ignoto, que terna por numerador lo que ſe parte, y el partidor ſera denominador. Exemplo, ſi queremos partir el numero.5.por.4.co. Diremos que el quociente ſera vn quebrado, el qual ſera nombrado por eſte modo .5. eſſimos de.4. co. o diziendo aſſi .5. partidor .4.co. y eſcriueſe por eſte arte. $\frac{5}{4.co.}$ Y la razon de ſer ignoto es el valor dela coſa ſer ignoto. Y no ſe yerra coſa alguna quando referimos lo que ſe parte a el partidor. Aſſi como ſi nos dixeſſen que partamos.5. por.3.y reſpondemos que vienen $\frac{5}{3}$.no erramos. Ni es contra eſte documento la Regla delas ſimples conjugaciones, en que dezimos, que ſi el numero es ygual a las coſas, partamos el numero por las coſas, y lo que viniere ſera numero. Por que en tal caſo no ſe parte el numero por las coſas. Mas parteſe el numero por el numero delas coſas, y el numero q̃ viene es valor de vna coſa.

Y aſſi

Y assi como quando partimos numero menor por mayor, porque el menor no puede ser partido por el mayor, mas lo que viene es vn quebrado, cuyo numerador es lo que se parte, y el denominador es el partidor. Assi tambiẽ si partimos dignidad menor por mayor, viene quebrado cuyo numerador es la menor, y el denominador es la mayor. Exemplo .3.co. partidas por.4.ce. vienen. $\frac{3.co.}{4.ce.}$ Y manifiesto es, q̃ no puede venir numero, porq̃ esse numero siendo multiplicado por los.4.censos, haria censos, y no lo que se parte que son cosas. Ni podra venir dignidad alguna, porque essa dignidad siendo multiplicada por el partidor, hara mayor dignidad que la que se propuso para se auer de partir. Es por estas causas necessario, que lo que viene sea quebrado. Destos tres documentos tomemos por exemplo, q̃ nos offrecen para partir por .4. co. esta quantidad.5.p̃. 40.cu. m̃.20.ce. y vernan en la particion.10.ce.m̃.5 co. p̃. $\frac{5}{4.co.}$

Quarto documento. Si el partidor fuere compuesto, partiremos las mayores dignidades de lo que se ha de partir por la mayor dignidad del partidor, dexandole en que pueda caber la otra dignidad del partidor, y lo q̃ viniere multiplicaremos por el partidor, y lo produzido por essa multiplicacion sacaremos de toda la sũma que se parte, y lo mismo obraremos en lo q̃ restare, por el modo q̃ tenemos quando partimos numero por numero. Y llegando a numero o dignidad en esta obra que sea de menor denominacion, que el partidor, quedara essa quantidad en

que-

quebrado,escriuiẽdo se sobre vna linea o raya,y el partidor debaxo dessa linea. Exemplo,si queremos partir. 12.cu.p̃.18.ce.p̃.27.co. p̃.17.numero, por.4.co. p̃.3. Diremos assi: de.3.denominacion del cubo sacar.1.denominacion de cosa,restan.2. denominacion del censo. Y porque 4. caben.3.vezes en.12. entran luego las.4.co. en los.12.cu. por.3.censos,los quales.3.ce.vienen en esta primera particion. Multiplicaremos pues .3.ce. por.4.co. y haremos los.12.cu. y multiplicaremos.3.ce. por el numero.3.del partidor, y haremos.9.ce. Sacaremos estos.12.cu. p̃.9.ce. de lo que se propuso para partir, y restaran .9.ce. p̃. 27. co. p̃.17. la qual sũma que assi resta bolueremos a partir por el partidor, diziendo assi: Quatro entran en .9. por . $2\frac{1}{4}$. y por que las cosas entran en los censos por cosas,vernan por tanto en esta segunda particion.2. cosas, y .$\frac{1}{4}$. de cosa. Multiplicaremos pues .2. co. $\frac{1}{4}$. por .4.co. y haremos los.9.censos, y multiplicaremos tambien.2.co. $\frac{1}{4}$. por el numero.3. del partidor, y haremos .6.co. y .$\frac{3}{4}$. de co. Sacaremos estes.9.ce. p̃. 6.co.$\frac{3}{4}$. delos.9.ce. p̃. 27. co. p̃.17. y restaran.20.co. y .$\frac{1}{4}$. de cosa p̃. 17. la qual sũma que assi resta, bolueremos a partir por el partidor. Y porque.4.entran en.$20\frac{1}{4}$. por $5\frac{1}{16}$. y cosas entran en cosas por numero, sera por esta causa quociente en esta tercera particion .$5\frac{1}{16}$. Multiplicaremos pues .$5\frac{1}{16}$. por.4. cosas, y haremos .20.co. y .$\frac{1}{4}$. de cosa, y multiplicaremos .$5\frac{1}{16}$. por el numero .3. del partidor, y haremos .$15\frac{3}{16}$. Sacaremos por tanto .20. co. y .$\frac{1}{4}$. de cosa p̃. $15\frac{3}{16}$. de .20. co. y $\frac{1}{4}$.de

$\frac{1}{4}$. de coſa p̃. 17. y reſtaran $1\frac{11}{16}$. los quales ya no ſe pueden partir, y nombrarſe an por quebrado. De ſuerte que partida la dicha sũma, la qual es doze cubos p̃. 18. cenſos, p̃. 27. coſas, p̃. el numero. 17. por el partidor. 4. coſas, p̃. 3. lo que viene en la particion es .3. cenſos p̃. 2. co. y .$\frac{1}{4}$. de coſa p̃. $5\frac{1}{16}$. p̃. $1\frac{11}{16}$. partidor. 4. co. p̃. 3. como por la obra pareſce, que aquy juntamos para mas facil doctrina.

Partidor. 4. co. p̃. 3. | 12. cu. p̃ 18. ce. p̃ 27. co. p̃ 17.
| 12. cu. p̃ 9. ce.

| 9. ce. p̃ 27. co. p̃ 17.
| 9. ce. p̃ 6. co. $\frac{3}{4}$.

| 20. co. $\frac{1}{4}$. p̃. 17.
| 20. co. $\frac{1}{4}$. p̃. $15\frac{5}{16}$.

$1\frac{11}{16}$.

3. ce. p̃ 2. co. $\frac{1}{4}$. p̃ $5\frac{1}{16}$. p̃ $1\frac{11}{16}$.
par. 4. co p̃. 3.

La prueua ſera que multiplicando. 3. ce. p̃ 2. co. $\frac{1}{4}$. p̃ $5\frac{1}{16}$. p̃ $1\frac{11}{16}$. partidor. 4. co. p̃. 3. por el partidor haremos la sũma principal.

3. ce. p̃ 2. co. $\frac{1}{4}$. p̃ $5\frac{1}{16}$.
4. co. p̃ 3.

12. cu. p̃ 9. ce. p̃ 20. co. $\frac{1}{4}$.
9. ce. p̃ 6. co. $\frac{3}{4}$. p̃ $15\frac{3}{16}$.
$1\frac{11}{16}$.

12. cu. p̃ 18. ce. p̃ 27. co. p̃ 17.

Y aconteſce muchas vezes, q̃ aun q̃ en la sũma que ſe ha de partir, aya alguna dignidad mayor q̃ otra dignidad del partidor, con todo eſſo no ſe puede hazer particion por el modo delos enteros, aſſi como agora diximos, que las partitio-

ticiones deuen ſer hechas. Exemplo, ſi queremos partir.20.cu.p̃.8 por.4.ce.p̃.2.co.No lo podremos hazer como enel exemplo paſſado.Ser nos ha por tãto neceſſario poner el partidor en baxo dela linea por eſte modo. $\frac{20.\ cu.\ \tilde{p}.\ 8.}{4.ce.\tilde{p}.2.co.}$ diziendo,que lo q̃ viene es vn quebrado cuyo nombre es.20.cu.p̃.8. partidor.4.ce.p̃.2.co. Porq̃ en la particion no pueden venir coſas,y es la cauſa que eſſas coſas ſiendo multiplicadas por los.4. ce.del partidor,enchiran los cubos. Pero boluidolas a multiplicar por las.2.coſas del partidor, haran cenſos,y no aura en que pueden caber. Y muchos menos ſe puede dezir q̃ viene numero, o,cenſo,o cubo,o otra alguna dignidad.Porque ſiendo multiplicada por el partidor,no hara dignidades ſemejantes a las que eſtan en la sũma q̃ ſe propuſo para partir.

Y ſi quiſieſemos en la dicha particion proſeguir la via de mas, y de menos, no ſeria aun eſe modo baſtante para euacuar la sũma q̃ ſe ha de partir,y el proceſſo yria a infinito. Porque tentemos eſſa via,diziẽdo aſſi: Pues el cenſo es menor dignidad que el cubo,entrará por tanto los 4.cenſos del partidor en los.20.cubos dela sũma que ſe ha de partir, por.5.coſas, y pongamos.5. coſas por quociente por eſſa cauſa,y obremos diziendo aſſi.4.ce. por.5. co. multiplicados hazen 20.cu.y.2.co.por.5.co.hazen.10.ce. valdra luego eſta multiplicacion.20.cu.p̃.10.ce.los quales ſacaremos de.20.cu.p̃.8.y quedaran.8.m̃.10.ce.Eſtos 8.m̃.10.ce.tentaremos partir otra vez por el partidor,diziendo aſſi,4.ce. entran en m̃,10.ce.por

m̃.2.

m̃ 2 ½. pornemos por essa causa por quociente m̃ 2 ½. y multiplicaremos luego m̃ 2 ½. por.4.ce. p̃ 2. co. y haremos m̃.10.ce. m̃ 5. co. los quales sacando de.8. m̃.10.ce.restan.8. p̃.5.co. Estos tentaremos otra vez partir por el partidor, diziendo assi: porque p̃ 2.co.entran en p̃.5.co. por p̃. 2 ½. pornemos por quociente p̃. 2 ½. los quales multiplicaremos por el partidor, y haremos p̃ 10.ce. p̃.5.co.que sacados de.8 p̃.5.co. restan.8.m̃.10.ce. Y deste modo procederiamos en infinito. Porq̃ en la primera particion vinieron.5.co.y en la segunda partiẽdo lo que sobro por el mismo partidor vino m̃.2 ½. y en la tercera partiendo otra vez lo que sobro vino p̃.2 ½. que tudo resulta en nonada. Porque m̃.2 ½. p̃.2½. no hazen sũma, y en la tercera particiõ lo que sobra es.8.m̃.10.ce. q̃ sobraron de la primera. Y por tanto si los boluiessemos a partir, en la quarta particion vernia m̃.2 ½. y en la quinta p̃.2 ½. y sobraria lo mismo q̃ sobro dela primera y dela tercera, cõuiene asaber 8.m̃.10.ce. y por este modo yriamos a infinito. Por lo qual sera necessario quedar en la primera particion. Pero porque enella vienen.5.cosas, y este quebrado.8.m̃.10.ce. partidor.4.ce.p̃.2.co. q̃ se escriue por este modo: $\frac{8.\bar{m}.10.ce.}{4.ce.\bar{p}.2.co.}$ enel qual q̃brado aun queda ygual dignidad enel numerador, y enel denominador. Podremos con razon quedar enel principio, diziendo que.20.cu. p̃. 8.partidos por.4.ce.p̃.2.co. dan este quebrado $\frac{20.cu.\bar{p}.8.}{4.ce.\bar{p}.2.co.}$

Mas si nos diesen para partir.20.ce.p̃.8.por.4. co.p̃.2, seria la razon muy differẽte. Porq̃ puesto

que no podamos hallar quociente que multiplicado por el partidor haga quantidades de ygual denominacion, o menor que las de la sũma que se parte, pero porque enel partidor no ay quantidad a que no responda otra de ygual o mayor denominacion en la sũma que se parte, poder se ha hazer particion prosiguiendo la via de mas y de menos, sin que quede por partir quãtidad de mayor denominacion que la del partidor. Partamos pues.20.ce.p̃.8.por.4.co.p̃.2. y hallaremos que.4..co. entran en los.20 ce. por.5.co y pornemos por essa causa.5.co. por quociente. Las quales multiplicadas por .4.co p̃.2. haran.20.ce. p̃.10.co..q̃ sacados de.20.ce.p̃ 8.restaran.8.m̃.10.co. Esto que queda bolueremos a partir por el partidor, y sera el quociente m̃. $2\frac{1}{2}$. el qual siendo multiplicado por el partidor, hara m̃.10.co.m̃.5.y sacando m̃.10.co.m̃.5.de.8.m̃.10.co.restarã p̃.13.los quales ya no se pueden partir por el modo sobre dicho, y quedaran en quebrado. De suerte que partiendo.20.ce. p̃.8. por.4.co.p̃.2. vernan en la particion.5.co.m̃ $2\frac{1}{2}$. p̃ $\frac{13.}{4.co.\tilde{p}\ 2.}$ como la prueua o experiencia lo muestra, multiplicando .5.co. m̃ $2\frac{1}{2}$. por.4.co.p̃.2. y juntando a la multiplicacion los.13.q̃ quedaron por partir. Los quales si porfiamos a querer partir por el partidor por la via de mas y de menos, yremos a infinito. Porque en la primera particion vernan p̃ $6\frac{1}{2}$. y en la segunda m̃ $6\frac{1}{2}$. y boluera la tercera al principio. De suerte q̃ obrando por esse modo, no aura conclusion. Y por tanto los.13.que sobraron, deuen quedar en quebrado.

Y en

Y en este caso que no ay en el partidor dignidad, a que no responda otra de ygual o mayor denominacion enla sũma que queremos partir, acaesce muchas vezes ser el quociẽte justo, prosiguiendo la via de mas y de menos. Exemplo, queriendo partir.1.cu.p̃ 1. por .1.co.p̃.1. porque 1.ce. multiplicado por.1.co.haze.1.cu.pornemos por quociẽte.1.ce. El qual multiplicado por.1.co. p̃.1.hara.1.cu.p̃.1.ce. y esto sacado de.1.cu.p̃.1.restara.1.m̃ 1.ce. y este.1 m̃ 1.ce. bolueremos a partir por el partidor, el qual es.1.co.p̃ 1. y pornemos por quociẽte m̃.1.co.el qual siendo multiplicado por el partidor, hara m̃.1.ce.m̃.1.co. y esto sacaremos de.1.m̃.1.ce. y quedara.1 co.p̃.1. y esto bolueremos a partir por el partidor, y sera el quociente justamente.p̃.1. Porque multiplicando.p̃. 1.por.1.co.p̃.1.haremos.1.co.p̃.1. Y recojendo todos los quocientes, diremos que partiendo.1. cu.p̃.1.por.1.co.p̃.1. sera el quociente.1.ce.p̃.1.m̃. 1.co. y la prueua o experiencia assi lo muestro, porque si multiplicaremos.1.ce.p̃.1.m̃.1.co.por.1. co.p̃.1. haremos.1.cu.p̃.1. Por esta arte, si partieremos.1.cu.p̃.8.por.1.co.p̃.2. sera el justo quociente.1.ce p̃ 4.m̃.2.co. y si partieremos.1.cu.p̃.27. por.1.co.p̃.3.sera el justo quociente.1.ce.p̃.9.m̃.3. co. y si partiremos.1.cu.p̃. 64. por.1.co.p̃.4. sera el justo quociente.1.ce. p̃.16.m̃.4.co. De suerte q̃ si el numero q̃ esta en la compañia del cubo fuere cubico, la su raiz cubica con mas.1.co. sera el partidor q̃ da quociente justo. Y si el numero cubico fuere declarado por m̃.tambiẽ la su raiz cubica ira declarada por menos enel partidor. Exẽplo.1.cu.m̃.8.terna por justo partidor.1.co.m̃.2.

La practica de los quebrados de primera intenciō en las dignidades, ſera como el Algorithmo de los enteros.

## ❡ *Como ſe deuen reduzir los quebrados a vna miſma denominacion. Cap. 6.*

NO tratamos de los quebrados de primera intencion, los quales tienen numero por denominador, como ſon . $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. y quales quier otros q̄ ſon referidos a numero en quanto numero. Mas nueſtro propoſito es determinar de los quebrados de ſegunda intencion, los quales tienen por denominador co. ce. cu. o otra alguna dignidad. Y primeramente diremos, como ſe deuen reduzir a quebrados q̄ tengan vna miſma denominaciō. Lo qual haremos por eſte modo: Multiplicaremos el numerador del primero quebrado por el denominador del ſegũdo, y ternemos el numerador del primero, y multiplicaremos el numerador del ſegundo por el denominador del primo, y ternemos deſte modo el numerador del ſegundo. Deſpues multiplicaremos el denominador del vno por el denominador del otro, y ternemos por eſta arte el comun denominador, y es el miſmo modo q̄ tenemos en los quebrados de primera intencion. Exemplo, ſi queremos reduzir $\frac{10}{1.\ co.}$ y $\frac{4.}{1.\ ce.}$ a vna miſma denominacion, diremos aſſi, 10. por . 1. ce. hazen . 10. ce. que ſera numerador del primero, y . 4. por. 1. co. hazen. 4. co. que ſera numerador del ſegundo, y. 1. co. por. 1. ce. haze. 1. cu. que ſera el comun denominador. Y por tanto los dos pri-

primeros quebrados seran reduzidos a estos q̃ son sus yguales $\frac{10.ce.}{1.cu}$ $\frac{4.co.}{1.cu.}$ y el mismo modo terniamos si los denominadores fuessen en mayor numero, y con mas, o con menos, y de qualquier otro modo que sea. Porque no es mas necessario q̃ multiplicar en ✝ numerador por denominador, y despues denominador por denominador.

¶ *Demonstracion.*

LA demonstracion desta Regla de reduzir haremos enel primero exemplo, la qual vniuersalmente se entendera en qualquier otro. Demonstrado es por Euclides, q̃ si dos quantidades fueren multiplicadas por alguna otra, tal proporcion quedára entre las que fueron multiplicadas, como entre las que por las tales multiplicaciones fueron produzidas. Como si.2.y.3.fueren multiplicados por.5.haran.10.y.15. y tal proporcion aura entre.2. y.3. como entre.10. y.15. Y auiendo tal proportion entre.2. y.3.como entre.10.y.15. necessariamẽte tanto verna partiendo.2.por.3. como.10.por.15. Porque si en la primera particion viniesse vn quociente, y enla segunda viniesse otro desigual, porq̃ los quocientes multiplicados por los partidores, hazen las quantidades que son partidas, no auria luego tal proporciõ entre.2.y.3.como entre.10.y.15.Y pues 10.multiplicados por.1.ce.hizieron.10.ce.y.1.co. por.1.ce.hizo.1.cu.tal proporcion aura entre.10. y.1.co.como entre.10.ce.y.1.cu.y tanto verna partiendo.10.por.1.co. como partiendo.10.ce.por.1. cu.y por esta causa tanto sera el valor deste quebrado $\frac{10.}{1.co.}$, como deste $\frac{10.ce.}{1.cu.}$ Y lo mismo es enel

otro quebrado, porque.4.multiplicados por.1. co.hizieron.4.co. y .1.ce. multiplicado por.1.co. hizo.1.cu.luego tal proporcion aura entre.4.y.1. ce. como entre.4.co. y .1.cu. y tanto verna partiendo.4. por.1.ce. como.4. co. por.1.cu. Desta suerte el valor destes dos quebrados $\frac{4.}{1.ce.}$ $\frac{4.co.}{1.cu.}$ sera vn mismo. Y esta misma Regla y demonstracion sirue en la reducion de los quebrados de la primera intencion.

Y si queremos reduzir a vna misma denominacion vn entero y.vn quebrado, pornemos la vnidad por denominacion del entero, y reduzirlos emos como si entrambos fuessen quebrados. Y si vno de los dos fuere entero con quebrado, haremos de todo vn quebrado, multiplicando el entero por el denominador del quebrado, y lo produzido pornemos cabe el numerador del quebrado, y quedara essa sũma por numerador, assi como acustumbramos hazer en los quebrados de primera intencion, y siendo cõuertido en puro quebrado, podra ser reduzido con el otro a vna misma denominacion. Exemplo del primero, Si de vna parte tenemos.20. y de la otra $\frac{30.}{1.ce.}$ y queremos todo reduzir a vna misma denominacion, pornemos la vnidad debaxo de los.20. y multiplicaremos en ✠. y en logar de los.20. ternemos $\frac{20.ce.}{1.ce.}$ y en logar de los $\frac{30.}{1.ce.}$ quedara el mismo quebrado, porque.20.multiplicados por.1.ce. hazen.20.ce. pero.30. por.1. no hazen mudança, ny tan poco.1.ce.el qual era denominador, quando se multiplica por.1. Exemplo del segundo, Si

de

de vna parte tenemos. 20. p̄ $\frac{30.}{1.ce.}$ y de la otra .10. co. multiplicaremos. 20. que es el entero por. 1. ce. que es denominador de su quebrado, y haremos 20. ce. los quales pornemos cabe los. 30. que son numerador del mismo quebrado, y desta suerte quedara el entero con su quebrado conuertido todo en este quebrado $\frac{20.ce.\bar{p}.30.}{1.ce.}$ y acabado esto lo podremos reduzir con las. 10. co. o con qualquier quebrado a vna misma denominacion. Y si con las .10. co pornemos la vnidad debaxo delas .10. co. y multiplicãdo en ✛ y denominador por denominador, quedaran reduzidos a estos quebrados de vna misma denominacion $\frac{20.ce.\ \bar{p}.30.}{1.ce.}$ y $\frac{10.cu.}{1.ce.}$ porque en estos dos exemplos mostramos, como se han de reduzir vn quebrado cõ vn entero, y vn entero con entero y quebrado, y la arte no es differẽte, tambiẽ sabremos reduzir entero y quebrado con quebrado, y entero y quebrado con entero y quebrado, y todo quedara cõplido.

## ¶ *Abreuiar los quebrados. Cap. 7.*

LOs quebrados se pueden abreuiar por dos modos, conuiene a saber, por numero, y por dignidad. Por numero abreuiaremos, partiendo todo numero que fuere hallado enel numerador por el denominador, y el mismo numero del denominador tambien por si, sin tocar en las dignidades, y los quociẽtes haran otro quebrado del mismo valor abreuiado, o reduzido a menos roto. Exemplo sea el quebrado que queremos abreuiar $\frac{40.}{5.co.}$ partiremos 40. por. 5. y vernã. 8.

y partiremos.5.por.5. y verna.1. estes dos quocientes constituiran este quebrado $\frac{8.}{1.co.}$ y assi queda el primero quebrado reduzido a este $\frac{8.}{1.co.}$ Y el mismo modo ternemos si el numerador fuere compuesto,como es este $\frac{8.co.\tilde{p}.20.}{4.ce.}$ el qual verna a este $\frac{2.co.\tilde{p}.5.}{1.ce.}$ Y quãdo el denominador es compuesto,la razon del abreuiar no es differente. Exemplo,este quebrado $\frac{35.co.\tilde{p}.28.}{7.ce.\tilde{p}.14.}$ partiendo los numeros por .7. viene a este $\frac{5.co\ \tilde{p}.4.}{1.ce.\ \tilde{p}.2.}$ sin q̃ quede algun quebrado en los numeros,porque.7.cabe en todos sin excesso. Pero este quebrado $\frac{12.co.\tilde{p}.15.}{5.ce.\tilde{p}.8.}$ viene a este $\frac{2.co.\frac{2}{5}.\tilde{p}.3.}{1.ce.\ \tilde{p}\ 1.\frac{3}{5}.}$ que quiere dezir.2.co.y.$\frac{1}{5}$. de cosa p̃ 3.partidor.1.ce.p̃ 1$\frac{3}{5}$. y es la causa porq̃ quedaron quebrados en sus numeros,q̃ el.5.cõmun partidor no cupo en los.12. y en los.8. sin q̃ sobrasse numero. La razon deste abreuiar es muy clara,q̃ partiẽdo todos los numeros por vn mismo numero,queda la misma proporciõ entre el numerador y el denominador,enel abreuiado,como de principio auia,y sera por esta causa el valor del quebrado lo q̃ antes era. Y nuestro proposito en este abreuiar no es como quãdo procuramos traer a menos roto, los q̃brados de primera intencion, lo qual se haze traendo el numerador y el denominador a los minimos numeros de su proporcion.Porq̃ siendo assi abreuiados,ningun numero (excepto la vnidad) puede enellos caber ygualmente,y desta suerte $\frac{21}{35}$ vienen a $\frac{3}{5}$.y $\frac{10}{15}$ a $\frac{2}{3}$. Y si con esto nos cõtentassemos en el abreuiar de

los

los quebrados de segunda intenciõ,bastaria traer sus numeros a menos roto, como si el quebrado fuesse $\frac{35.}{21.co.}$ o $\frac{15.co.}{10.ce.}$ sufficientemente serian abreuiados,traendo sus numeros a menos roto,y vernian a estos $\frac{5.}{3.co.}$ y $\frac{3.co.}{2.ce.}$ q̃ tienen el mismo valor. Pero nuestro proposito en este abreuiar es,que el denominador del quebrado venga a vna sola cosa, o a vn censo, o a vn cubo, y assi por las otras dignidades.Por lo qual necessariamẽte en alguno de los otros numeros quedara quebrado , saluo quãdo el numero de la dignidad que tiene el denominador cupiere ygualmente en todos los otros . Pero si no cabe,o se ha de sufrir,quedaren los numeros con quebrado,o nos cõtentaremos con abreuiar vn tanto mas de lo que antes era, a vn q̃ no lleguemos a.1.co.o a.1 ce.como de principio pretendiamos, o lo dexemos como estaua sin mas lo abreuiar.Desto tenemos exemplo enel mismo quebrado $\frac{15.co.}{10.ce.}$ al qual si queremos abreuiar por el modo de los quebrados de primera intencion verna a este $\frac{3.co.}{2.ce.}$ Pero si lo queremos a vn mas abreuiar, partiendo todos sus numeros por.2.auemos de sufrir que quede quebrado enel numerador,y verna a este $\frac{1.co.\frac{1}{2}.}{1.ce.}$ o digamos que no se deue,o no se puede traer a menos roto.Por dignidad se pueden abreuiar los quebrados,quãdo todas las quãtidades del numerador y del denominador fuerẽ dignidades,y el modo sera este: Que si el quebrado fuere simple , quitemos toda

la denominacion del numerador, y quedara numero por numerador ſin dignidad, y de la denominaciõ del denominador quitaremos otra tanta denominacion, y lo que reſtare ſera la denominacion de la dignidad que a de quedar por denominador. Exemplo, eneſte quebrado $\frac{20.ce.}{1.cu.}$ los. 20. ce. quedaran en. 20. numero, y ſacaremos de. 3. que es denominacion de cubo, la denominaciõ del cenſo, la qual es. 2. y quedara. 1. denominaciõ dela coſa para el denominador. Porque abatiendo por eſta arte al numerador y al denominador ygualmente, q̃dara el dicho quebrado abreuiado a eſte $\frac{20.}{1.co.}$ Es la prueua, que ſi los. 20. boluemos a multiplicar por el cenſo que fue abatido, haremos. 20. ce. y multiplicando tambien la coſa por el cenſo haremos. 1. cu. y deſta ſuerte reſultara el primero quebrado. Pero ſi el quebrado q̃ queremos abreuiar fuere compueſto, ſacaremos de todas ſus dignidades la denominacion dela menor dignidad q̃ en tal quebrado ſe hallare, y quedara abreuiado. Por eſte modo eſte quebrado $\frac{20.co.\bar{p}.5.ce.}{1.ce.\bar{p}.1.cu.}$ verna a eſte $\frac{20.\bar{p}.5.co.}{1.co\bar{p}.1.ce.}$ La demõſtracion deſta arte de abreuiar es muy clara, y darla emos a entẽder enla abreuiacion del primero quebrado. Que por quanto las dignidades fuerõ abatidas por vn cenſo, cuya denominaciõ es. 2. fueron por tanto abatidas por ygual numero de proporciones yguales, las quales proporciones por las denominaciones ſon ſignificadas, como enel principio deſta ſegunda parte auemos dicho. Luego tal proporcion aura de. 20. ce. para. 1. cu, como del numero. 20. para. 1. co.

Pues

Pues si tal proporcion ay del primero numerador para el primero denominador, como del segundo numerador para el segũdo denominador, necessariamente tal quebrado sera $\frac{20.ce.}{1.cu.}$ como $\frac{20.}{1.co.}$ y esto queriamos demonstrar. Y es la demonstracion vniuersal.

## *¶ Sũmar los quebrados. Cap. 8.*

SVmamos los quebrados de segunda intenciõ por la misma arte de que vsamos para sũmar los quebrados de primera intencion. Porque primeramente seran reduzidos a vna misma denominacion por su capitulo. Y hecho esto, sũmaremos entrambos los numeradores, y quedaran los dos quebrados juntos en comparaciõ de vn mismo denominador, el qual es su partidor. Exemplo, si queremos poner en vna sũma estos dos q̃brados. $\frac{30.}{1.co.}$ $\frac{20}{1.ce.}$ multiplicaremos. 30 por 1.ce. y haremos. 30.ce. por numerador del primero, y multiplicaremos. 20 por. 1 co. y haremos. 20. co. por numerador del segundo, y multiplicaremos vn denominador por el otro. s. 1. co. por. 1. ce. y haremos. 1. cu. que sera commun partidor, o denominador. Estos dos numeradores pornemos en vna sũma por su capitulo, y haran. 30. ce. p̃. 20. co. De suerte, q̃ los dos quebrados en vna sũma haran este quebrado $\frac{30.ce.\tilde{p}.20.co.}{1.cu.}$ Y si fueren mas que dos los quebrados que en vna sũma queremos poner, sũmaremos primeramẽte dos dellos, y la sũma de los dos boluercmos a sũmar con el tercero quebrado, y assi se hara en

los

los otros hasta el cabo. Y si en los tales quebrados ouiere numerador o denominador compuesto, no aura por essa causa mudança en la arte de sũmar, porque vniuersalmente sirue en toda disposicion. Como si los quebrados que queremos sũmar fuesen estos $\frac{5.co.}{1.ce.\tilde{p}.3.}$ $\frac{7.ce.}{1.cu\ \tilde{p}.1.ce.}$ el numerador del primero despues de ser reduzido seria este.5.ce.ce.p̃.5. cu. y el numerador del segũdo seria.7.ce.ce.p̃ 21.ce. y el commun denominador seria.1.relato primo.p̃.3.cu.p̃.1.ce.ce.p̃.3.ce. Y por que entrambos los numeradores juntos en vna sũma hazen.12.ce ce p̃.5.cu. p̃.21 ce. sera por tãto el quebrado $\frac{12.ce.ce.\tilde{p}.5.cu.\tilde{p}.21.ce.}{1.re.primo.\tilde{p}.3.cu.\tilde{p}.1.ce.ce.\tilde{p}.3ce.}$

## ¶ *Diminuir los quebrados. Cap. 9.*

PAra sacar vn quebrado de otro sera necessario, que primeramente sean reduzidos a vna misma denominacion, y sacaremos luego vn numerador de otro, porque lo que quedare sera numerador del quebrado que resta, y terna el mismo denominador commun. Exemplo, si de $\frac{10.}{1.ce.}$ queremos sacar. $\frac{3.}{1.co.}$ reduzir los emos a cõmun denominacion, y el quebrado que era. $\frac{3.}{1.co.}$ sera conuertido en este $\frac{3.ce.}{1.cu.}$ y el que era $\frac{10.}{1.ce.}$ sera conuertido en $\frac{10\ co.}{1.cu.}$ sacaremos por tanto.3. ce. de.10.co. y quedaran.10.co.m̃.3.ce. y esto sera el numerador del quebrado que resta. De suerte q̃ sacãdo $\frac{3.}{1.co.}$ de. $\frac{10.}{1.ce}$ restara este q̃brado $\frac{10.co.\tilde{m}.3.ce.}{1.cu.}$ Es la prueua, que sũmando $\frac{3.}{1.co.}$ con. $\frac{10.co.\tilde{m}.3.ce.}{1.cu.}$ ha-

haran la primera quantidad, la qual era. $\frac{10.}{1.ce.}$ Porq̃ reduziendo los a vna miſma denominacion, el q̃brado q̃ reſto, el qual es $\frac{10.co.\tilde{m}.3.ce.}{1.cu.}$ ſera cõuertido en eſte $\frac{10.ce.\tilde{m}.3.cu.}{1.ce.ce.}$ y el. $\frac{3.}{1.co.}$ ſera conuertido en $\frac{3.cu.}{1.ce.ce.}$ Sũmando pues los dos numeradores hazen.10.ce.que ſera numerador, y el denominador ſera.1.ce.ce. Deſte modo el quebrado que ſacamos, y el que reſto, hazen en vna sũma $\frac{10.ce}{1.ce.ce.}$ el qual quebrado abreuiado por dignidad verna a eſte $\frac{10.}{1.ce.}$ q̃ era el quebrado primero. Y ſi q̃remos ſacar vn quebrado de vn entero, o entero de quebrado, haremos la diminuiciõ por eſta palabra menos. Exemplo, de.10. ſacar. $\frac{4.}{1.co.}$ reſtã 10 m̃ $\frac{4.}{1.co.}$ y de. $\frac{5.}{1.ce.}$ ſacar.4.reſta. $\frac{5.}{1.ce.}$ m̃.4.y de.20 p̃. $\frac{4.}{1.co.}$ ſacar $\frac{3.}{1.ce.}$ reſtan.20.p̃. $\frac{4.ce.\tilde{m}.30\ co.}{1.cu.}$ que abreuiados ſeran tanto como. $\frac{4.co.\tilde{m}.3.}{1.ce.}$ Y podremos ſi quiſieremos conuertir el entero en quebrado, multiplicando lo por el denominador del q̃brado, y poniendo lo ſobre la linea o raya por numerador, y quedara todo en q̃brado de vn miſmo denominador, y haremos la diminuiciõ como quando ſacamos quebrado de quebrado.

## ¶ *Multiplicar quebrados. Cap. 10.*

PAra multiplicar vn quebrado por otro, no es mas neceſſario, que multiplicar numerador por numerador, y denominador por denomi-

minador, como en los quebrados de primera intencion. Exemplo, si queremos multiplicar $\frac{4.}{1.co.}$ por. $\frac{8.}{1.ce.}$ multiplicaremos .4. por .8. y haremos 32. que sera numerador, y .1. co. por .1. ce. hara .1. cu. q̃ sera denominador. Haran por tanto este quebrado $\frac{32.}{1.cu.}$ Y si queremos multiplicar quebrado por entero, pornemos la vnidad por denominador del entero, y obraremos si entrambos fuessen quebrados. Exemplo, queriendo multiplicar $\frac{3.}{1.co.}$ por .4. ce pornemos .1. por denominador delos .4. censos, como si fuesen quebrado, y multiplicando 3. por .4. ce. haremos .12. ce. y .1. co. por .1. y haremos .1. co. Por este modo valdra la multiplicaciõ $\frac{12.ce.}{1.co.}$ y porque el numerador tiene mayor denominacion que el denominador, el qual siempre es partidor, partiremos por tanto .12. ce. por .1. co. y sera el quociente .12. co. y esto sera lo que finalmente se haze multiplicando $\frac{3.}{1.co.}$ por .4. ce. Por esta misma arte multiplicando $\frac{3.}{1.co.}$ por .4. co. haremos el numero .12. y $\frac{3.}{1.co.}$ por .4. hazen $\frac{12.}{1.co.}$. Y si queremos multiplicar entero con q̃brado por quebrado o por entero, haremos del entero con su quebrado todo juntamente vn quebrado, el qual multiplicaremos por el otro q̃brado o entero. Exemplo, si queremos multiplicar .20. p̃. $\frac{10.}{1.co.}$ por .3. multiplicaremos los. 20. por .1 co. y haremos .20. co. y sera todo en vna sũma $\frac{20.co.\tilde{p}.10.}{1.co.}$ este

que-

quebrado multiplicaremos por . 3 . poniendo la vnidad debaxo, y diziendo assi. 3. vezes. 20 co p̃. 10. son 60. co. p̃. 30. que quedaran por numerador. Y. 1. cosa multiplicada por. 1. denominador del 3. haze. 1. co. la qual sera partidor o denominador, y partiremos luego. 60. co. p̃. 30. por. 1. co. y sera el quociente . 60. $\frac{30.}{1.co.}$ Y la misma arte ternemos para multiplicar entero y quebrado por quebrado, y entero con quebrado por entero con quebrado.

## ¶ *Partir quebrados. Cap. 11.*

SI queremos partir vn quebrado por otro, seguiremos la misma arte que tenemos en los quebrados de primera intencion. Porque multiplicaremos en ✱, para que sean reduzidos a vna misma naturaleza o denominaciõ, y para q̃ queden como enteros, y lo q̃ se hiziere por vna multiplicacion partiremos por lo produzido por la otra, y sera siempre partidor lo que se hizo, multiplicando el numerador daquel quebrado que se propuso por partidor, por el denominador del quebrado que se propuso para se auer de partir. Exemplo, Queriendo partir $\frac{30.}{1.co.}$ por $\frac{20.}{1.ce.}$ multiplicaremos. 20. por. 1. co. y haremos. 20. co. que seran partidor, y multiplicaremos. 30. por. 1. ce. y seran . 30. ce. los quales partiremos por . 20. co. y vernan. 1. co. $\frac{1}{2}$. y esto diremos q̃ viene partiendo $\frac{30.}{1.co.}$ por $\frac{20.}{1.ce.}$ La prueua sera multiplicar el quociente por el partidor, y haran $\frac{30.co.}{1.ce.}$ que abreuiados serã $\frac{30.}{1.co.}$ lo mismo que se propuso para partir

tir, y ſe vna de las quantidades fuere entero, ora ſea el partidor, ora ſea la quantidad que auemos de partir, ponerle emos la vnidad por denominador, como muchas vezes auemos dicho que ſe haga, y hazer ſe a la particion como en los puros quebrados. Y ſi vna delas quantidades fuere entero con quebrado cõuerterſe a en puro quebrado, como ſolemos hazer. Los exemplos ſeran eſtos: Partamos $\frac{12.}{1.\,co.}$ por.3. diremos aſſi. 12.por 1.hazẽ. 12.y.3.por.1.co.hazen.3.co.q̃ ſera el partidor, y ſera por tanto el quociente $\frac{12.}{3.co.}$ que ſe podra abreuiar por numero a $\frac{4.}{1.co.}$ Iten, partamos $\frac{24.co.}{3.ce.}$ por .2. co. pornemos la vnidad debaxo de las.2.coſas por denominador, y diremos aſſi.24. co.multiplicadas por.1.hazen.24.co. y.2.co. por 3.ce.hazen.6.cu.que ſera el partidor. Y ſera por tanto el quociente $\frac{24.co.}{6.cu.}$ que abreuiado por numero verna a $\frac{4.}{1.ce.}$

Iten, partamos.20. por $\frac{12.}{3.co.}$ y vernan.5.co.las quales ſi haziẽdo la prueua, boluemos a multiplicar por los $\frac{12.}{3.co.}$ haremos los miſmos.20.

Y partamos.6.co.por $\frac{4.ce.}{1.cu.}$ y vernan primeramente $\frac{6.\,ce.ce.}{4.ce.}$ y porque la denominacion del numerador es mayor que la del partidor o denominador, partiremos por eſta cauſa .6.ce.ce. por.4. ce y ſera el quociente. 1.cenſo y medio. La prueua ſera, que multiplicando.1 .ce.$\frac{1}{2}$. por $\frac{4.\ ce.}{1.cu.}$ haremos

6.ce.

6.ce.ce. partidor.1.cu.y porque la denominacion de censo de censo es mayor que la del cubo,partiremos.6.ce.ce.por.1.cu.y vernan.6.co.

Iten partamos $\frac{12.}{1.cu.}$ por.2.co p̃ $\frac{8.}{1.ce.}$ conuerteremos primeramente el partidor en vn puro quebrado como solemos hazer, y sera este $\frac{2.cu.\tilde{p}.8.}{1.ce.}$ y partiremos luego $\frac{12.}{1.co.}$ por $\frac{2.cu.\tilde{p}.8.}{1.ce.}$ como si fuessen puros quebrados,multiplicãdo en ✠, y verna por quociente $\frac{12.ce.}{2.ce.ce.\tilde{p}.8.co.}$ el qual quebrado abreuiado por numero y por dignidad verna a este quebrado $\frac{6.co.}{1.cu\ \tilde{p}.4.}$. La prueua sera, multiplicar el quociente por el partidor, cõuiene a saber $\frac{6.co.}{1.cu.\tilde{p}.4.}$ por $\frac{2.cu.\tilde{p}.8.}{1.ce.}$ y haran $\frac{12.ce.ce.\tilde{p}.48.co.}{1.re.primo.\tilde{p}.4.ce.}$ Y si la particion fue bien hecha,necessario es q̃ por esta multiplicacion se haga el valor del primero quebrado, q̃ se propuso para partir, aun q̃ no venga nõbrado por los mismos numeros y dignidades, como en esta particiõ vemos. Que el quebrado q̃ partimos era $\frac{12.}{1.co.}$ mas el quebrado q̃ por la multiplicacion vino para la prueua es de differentes nombres y dignidades .s. $\frac{12.ce.ce.\ \tilde{p}.48.co.}{1.re.primo.\ \tilde{p}.4.ce.}$ Pero para sabermos si es del valor del primero quebrado, multiplicarlos emos en ✠ para serẽ reduzidos a vna misma denominaciõ,y hallarlos emos yguales.Porq̃ multiplicando.12.por.1.re.primo p̃.4.ce. haremos.12.relatos primeros p̃.48.ce.y multiplicando.1.co.por.12.ce.ce.p̃.48.co.haremos tambiẽ 12.relatos primeros p̃.48.ce.que son dos numera-

dores yguales en respecto de vn mismo denominador, el qual se haze por multiplicacion de.1.co. por.1.re.pº.p̃.4.ce. y por tanto yguales son estos dos quebrados $\frac{12.}{1.co.}$ y $\frac{12.ce.ce\ \tilde{p}\ 48.co.}{1.re.primo\ \tilde{p}\ 4.ce.}$

Y partamos.3 p̃ $\frac{6.co.}{1.ce}$ por $\frac{4.ce.}{1.cu.}$ cõuerteremos primeramẽte 3.p̃ $\frac{6.co.}{1.ce.}$ en puro q̃brado, y sera $\frac{3.ce.\tilde{p}.6.co.}{1.ce.}$ este multiplicaremos en + con el partidor, y sera el quociẽte $\frac{3.re.primos,\tilde{p}.6.ce.ce.}{4.ce.ce.}$ el qual por dignidad sera abreuiado a este $\frac{3.co.\tilde{p}.6.}{4.}$ y porq̃ el denominador o partidor es numero, y el numerador es dignidad con numero, poder se an partir por el modo delos enteros, y sera el quociẽte $\frac{3}{4}$.co.p̃ 1 $\frac{1}{2}$. y finalmente esto diremos q̃ viene partiendo 3.p̃. $\frac{6.co.}{1.ce.}$ por $\frac{4.ce.}{1.cu.}$ La prueua sera multiplicar el quociente por el partidor.s.$\frac{3}{4}$.de.1.cosa.p̃.1 $\frac{1}{2}$. por $\frac{4.ce.}{1.cu.}$ y haran la quãtidad q̃ partimos. Porq̃.$\frac{3}{4}$.co.p̃.1 $\frac{1}{2}$. por.4.ce.hazen.3.cu.p̃.6.ce y.1.cu.por.1.haz.1.cu. y sera por tãto el quebrado produzido $\frac{3.cu.\tilde{p}.6.ce.}{1.cu.}$ partiremos pues su numerador por su denominador o partidor, y vernan.3.p̃. $\frac{6.ce.}{1.cu.}$ el qual siendo abreuiado q̃dara en.3.p̃ $\frac{6.co.}{1.ce.}$ q̃ es la quãtidad que se propuso para partir, y aun se podria mas abreuiar, y quedaria en.3.p̃ $\frac{6.}{1.co.}$ que tanto vale como.3.p̃. $\frac{6.co.}{1.ce.}$

Y partamos.12.por.2.p̃ $\frac{8.}{1.ce.}$ cõuerteremos el entero cõ quebrado en forma de puro quebrado, y puesta la vnidad por denominador delos.12 multipli-

tipli-

tiplicaremos en ✚, y ſera el quociente $\frac{12.ce.}{2.ce.\tilde{p}.8.}$ q̃ ſe podra abreuiar por numero a $\frac{6.ce.}{1.ce.\tilde{p}.4.}$ . la prueua ſera, q̃ multiplicando eſte quociente por el partidor principal hara el valor dela quãtidad partida, el qual ſera.12.ce.ce.p̃.48.ce. partidor.1.ce.ce. p̃.4.ce, y hecha eſta particion vernan.12.

Y partamos.6.p̃ $\frac{8.}{1.co.}$ por.5.conuerteremos. 6 p̃. $\frac{8.}{1.co.}$ en forma de quebrado, y ſera $\frac{6.co.\tilde{p}.8.}{1.co.}$ y pornemos la vnidad debaxo delos.5. y multiplicaremos en ✚, y vernã.6.co.p̃ 8.partidor.5.co. Partiremos pues.6.co.p̃.8.por.5 co. y ſera el quociẽte $1\frac{1}{5}$. p̃. $\frac{8}{5.co.}$ La prueua ſera multiplicar. $1\frac{1}{5}$. p̃ $\frac{8.}{5.co.}$ por.5.y haran la quantidad partida. Porq̃ cõuertiendo eſte quociente en quebrado, ſera $\frac{6.co.\tilde{p}.8.}{5\ co.}$ el qual quebrado multiplicando por.5.haremos 30.co p̃.40.partidor.5.co. y hecha la particiõ ſera el quociente, que es el valor dela multiplicaciõ 6. p̃. $\frac{40.}{5.co.}$ y eſte q̃brado $\frac{40.}{5.co.}$ abreuiado por numero viene a $\frac{8.}{1.co.}$, vale luego la multiplicaciõ 6 p̃ $\frac{8.}{1.co.}$

Y partamos finalmente.20.p̃. $\frac{8.}{1.co.}$ por.3.p̃ $\frac{12.}{1.ce.}$ reduzirlos emos en forma de puros quebrados, y ternemos $\frac{20.co.\tilde{p}.8.}{1.co.}$ para partir por $\frac{3.ce.\tilde{p}.12.}{1.ce.}$ Multiplicaremos pues en ✚, y haremos.20.cu.p̃.8.ce. que han de ſer partidos por.3.cu p̃.12.co. y porq̃ 3.cu.entrã en.20.cu.por.6 $\frac{2}{3}$.pornemos por quociẽte.6 $\frac{2}{3}$.los quales multiplicaremos por el partidor, y haremos.20.cu.p̃.80.co. los quales ſacaremos

remos de.20.cu.p̃.8.ce.y reſtaran.8.ce.m̃.80.co.y partiẽdo otrauez eſto,q̃ reſta por el partidor,ſera el quociente $\frac{8.ce.\tilde{m}.80.co.}{3.cu.\tilde{p}.12.co.}$ q̃ abreuiado por dignidad ſera $\frac{8.co\ \tilde{m}.80.}{3.ce.\tilde{p}.12.}$ Sera luego el entero quociẽte $6\frac{2}{3}.\tilde{p}\ \frac{8.co.\tilde{m}.80.}{3.ce.\tilde{p}.12.}$ La prueua ſera,que multiplicãdo eſtos.$6\frac{2}{3}.\ \tilde{p}\ \frac{8.co.\tilde{m}.80.}{3.ce.\tilde{p}.12.}$ por el partidor.3.p̃ $\frac{12.}{1.ce.}$ haremos el valor dela quantidad partida.Por q̃ reduziendo en forma de puro q̃brado.$6\frac{2}{3}\ \tilde{p}\ \frac{8.co.\tilde{m}.80.}{3.ce.\tilde{p}.12.}$ ternemos en ſu lugar $\frac{20.ce.\tilde{p}.8.co.}{3.ce.\tilde{p}.12.}$ y ſiendo el partidor tambiẽ reduzido a quebrado,ſera $\frac{3.ce.\tilde{p}.12.}{1.ce.}$ Agora multiplicaremos numerador por numerador, y denominador por denominador,cõforme a la Regla de multiplicar q̃brados,y haremos 60.ce.ce. p̃.240.ce. p̃.24.cu.p̃.96.co. partidor.3.ce.ce p̃.12.ce.Partiremos luego vna quãtidad por la otra, y verna primeramẽte el numero.20.el qual multiplicaremos por.3.ce.ce.p̃.12 q̃ ſon el partidor y haremos.60.ce.ce.p̃ 240.ce.los quales ſacaremos delos.60.ce.ce.p̃.24.cu.p̃.240.ce.p̃.96.co.y reſtarã 24.cu p̃.96.co.los quales bolueremos a partir por el partidor , y daran por quociente $\frac{24.cu.\tilde{p}.96.co}{3.ce.ce.\tilde{p}.12.ce.}$ Eſte q̃brado abreuiaremos por dignidad, y ſera $\frac{24.ce.\tilde{p}.96.}{3.cu.\tilde{p}.12.co.}$ Y ſera por tanto el total valor dela multiplicaciõ.20.p̃ $\frac{24.ce.\tilde{p}.96.}{3.cu.\tilde{p}.12.co.}$ que no buelue en propria forma a la quãtidad partida, la qual era 20.p̃ $\frac{8.}{1.co.}$ Pero baſta q̃ ſea el ſu valor para q̃ ſepamos que la particion fue hecha como cumplia.

Y que ſea ſu entero valor, es la prueua, que reduziendo eſtos quebrados $\frac{8.}{1.co.}$ y $\frac{24.ce.\tilde{p}.96.}{3.cu.\tilde{p}.12.}$ a vna miſma denominacion, el vno y el otro ſera reduzido a eſte $\frac{24.cu.\tilde{p}.96.co.}{3.ce.ce.\tilde{p}.12.ce.}$ como ſe vera multiplicandolos en ✱.

# PARTE SEGVNDA

## *deſta ſegunda parte principal, en la qual ſe tracta delas Raizes.*

### ¶ *Cap. primo delas diferencias de Raizes.*

LA practica delas raizes no es menos neceſſaria en eſta arte q̃ la delas dignidades. Dos diferencias ay de raizes, porque vnas ſon ſimples, y otras ſon compueſtas. Las ſimples ſon en muchas maneras. ſ. raiz quadrada, o raiz ſegunda, raiz cubica o tercera, raiz de raiz, o raiz quarta, raiz relata, o raiz quinta, raiz ſexta, raiz ſeptima, raiz octaua. y aſſi diſcurriendo por las dignidades. Por raiz quadrada, entendemos vn numero que multiplicado por ſi miſmo haze otro numero, el qual por eſſa cauſa ſe llama quadrado. Aſſi como es. 2. en reſpecto de. 4. y. 3. en reſpecto de 9. y 4. en reſpecto de. 16. y. 5. en reſpecto de. 25. Y porque todo numero puede ſer multiplicado por ſi miſmo, ſera por eſta cauſa todo numero raiz quadrada de otro numero, el qual ſe repreſenta en forma quadrada. Pero no tiene todo numero raiz quadrada perfeta y punctual; porque a ninguno deſtos. 2. 3. 5. 6. 7. 8. 10. 11. 12. 13. 14. 15.

 17.

17.18.19.20. ny a muchos otros que van procediendo en infinito puede responder algun numero q̃ multiplicado por si mismo lo restituya. Y por nos fue demonstrado en otra parte que el numero que no tiene raiz perfecta, y punctual, que sea numero, no la podra tener con quebrado, tomamos agora numero en su verdadero ser, q̃ es colection de vnidades. Fue fundada nuestra demonstracion en la.8. proposiciõ del.8. lib. de Euclides, en la qual es demõstrado, q̃ si entre dos numeros cupieren otros numeros ordenados en continua proporcion, es necessario, que otros tantos quepan entre qualesquier otros dos numeros de la misma proporcion. Exemplo, entre.9. y 4. cabe 6. en continua proporcion, porque de.9. para. 6. es como de.6. para.4. y porque de.45 para.20. es como de.9. para.4. cabera por tanto entre. 45. y 20. otro numero en cõtinua proporcion, el qual es.30. porque tal proporcion ay de.45. para. 30. como de.30. para.20. Por lo qual quando a numero no quadrado communmente assinamos por raiz numero con quebrado, essa tal raiz no puede ser perfecta y punctual, mas es propinqua. Y llamase raiz propinqua por estar cerca de la que verdaderamẽte seria, si el tal numero la tuuiese, y la diferẽcia es vn poco mas, o vn poco menos. De suerte que siendo por si misma multiplicada, hara el numero cuya raiz buscauamos, no precisamente, mas sera tan chica la diferencia, que para la practica de lo que se trata bien se puede tomar por raiz, y teniendo aun en esso escrupulo poderemos tomar otra mas propinca entre los terminos de mas y de menos. Pero aun que el numero

ro

ro no quadrado considerado en su actual y verdadero ser, el qual consiste en vnidades de cosas separadas o discõtinuas, caresca de perfecta raiz quadrada, como auemos dicho, considerandolo pero como continuo, enel qual esta en potencia todo numero, terna perfecta raiz quadrada. Exemplo, el numero.6. en quanto numero no tiene raiz quadrada, porque ningun numero multiplicado por si mismo, ny con quebrado, ny sin q̃brado hara perfectamente. 6. Mas en vna linea de.6.pies, que es continuo, podremos assinar vna linea a parte suya, sobre la qual sea fundada vna superficie quadrada que tiene 6 pies quadrados. Y llamase propriamente esta linea lado quadrado de.6. no raiz quadrada, como en la primera parte auemos dicho. Y es esta tal linea media proporcional entre la linea toda de.6.pies, y otra pequeña de vn solo pie. De modo q̃ tal proporcion ay de la linea de.6. pies, para esta tal linea, como della para la pequeña de. 1. pie. Y hallase por la arte que trae Euclides enel sexto libro, y es la proposicion 9. segon la orden de Campano, y es la 13. segun Zamberto. A este lado quadrado q̃ impropriamente se dise raiz, llaman communmente los Arithmeticos raiz sorda de. 6. La razon del nombre deue ser, porque se puede dar en linea y mostrar ala vista, pero no se puede oyr lo que representa, y por esso la llaman sorda. Y toda raiz quadrada ora sea numero, ora sea raiz sorda, se dize raiz segunda, porque es raiz del censo o quadrado el qual tiene.2. por denominacion. Escriuese esta tal raiz por este modo.2R.6.2R.9.y es el valor dela cosa en esta arte de Algebra. Raiz cu-

bica se dize qualquier numero quando multiplicado por si mismo, y despues por lo que se haze por essa multiplicacion, q̃ es el su quadrado, haze otro numero. El qual numero assi produzido se dize numero cubico, y el que primeramente se multiplico, es la su raiz cubica, como es.2. en respecto de.8. y.3. en respecto de. 27. y porque el cubo tiene.3. por denominacion, llamase raiz tercera, y escriuese por este modo.3R.8. 3R. 27. Por raiz de raiz o raiz quarta entendemos qualquier numero que multiplicado por sy, y despues por lo produzido por essa multiplicacion, que es el quadrado, y otra vez por lo produzido por essa segunda multiplicacion, que es el cubo, haze finalmente otro numero, el qual es quadrado del quadrado del primero numero, y por esta causa esse primero numero que fue multiplicado por si, se dize raiz de raiz, y tãbien se dize raiz quarta, por que el numero finalmente produzido al qual se refiere tiene. 4. por denominacion, assi como es.2. en respecto de.16. y. 3. en respecto de 81. que son censos de censos, o dignidades quartas, y escriuese esta tal raiz por este modo. RR.16. RR.81. o assi.4R.16.4R.81. Y quando esta raiz de raiz se buelue a multiplicar por el quadrado de su quadrado haze la quinta dignidad, que es relato primo, y ella se llama ya raiz relata o raiz quinta, como es. 2. en respecto de. 32. y escriuese por este modo. 5R, 32. y por esta misma arte se deuen entender y escreuir las raizes de las otras dignidades. Y la resolucion desta doctrina de raizes simples es, que todo numero puede ser raiz segunda, tercera, quarta, quinta, sexta, septima, y

assi

assi proceder en infinito por las denominaciones, y sin que reciba mudança recibera el nombre segun la naturaleza dela dignidad a que fuere comparado. El qual nombre siempre deuemos explicar en toda raiz assi escriuiendo como hablando, excepto en la raiz segunda o quadrada, porque en esta si simplemēte dizimos raiz de tal numero, entendemos que es quadrada. Y en toda suerte de raizes assi como en las quadradas ay raizes que son numeros, y ay raizes que son sordas. Tiene. 8. raiz cubica que es el numero. 2. pero no la tiene quadrada, y tiene. 4. raiz quadrada, la qual es el mismo. 2. pero no la tiene cubica. Y hallarse ha pero raiz cubica, o para mejor dezir, lado cubico en linea, si entre quales quiera dos lineas, supieremos hallar dos medios proporcionales. Exemplo, si entre vna linea de. 6. pies, y otra de vn pie, hallaremos dos medias proporcionales. s. la mayor se llame a. y la menor b. de tal modo, que qual proporcion ouiere de la de. 6. pies para la linea a. tal aya dessa linea a. para la linea b. y tal aya dessa misma b. para la linea de vn pie, en tal caso el cubo fabricado sobre la linea b. sera de. 6. pies cubicos: y es vn pie cubico vn cuerpo perfectamente quadrado cuyo lado es vna linea de vn pie, y la linea b. sera lado cubico desse cuerpo cubico de. 6. pies, y communmēte al lado cubico llaman raiz cubica. De los geometras antiguos los mas excellentes, como fueron Architas, Tarentino, Platon, Eratosthenes, Eudoxo, Apolonio, Pergeo, Hiero, Diocles, Phylopono, Pappo, Nicomedes, y otros, trabajaron mucho por hallar dos lineas medias proporcionales en-

Radices composite.

tre qualesquiera dos. Pero no pudieron alcançar esto sin ayuda de algun mechanico artificio, q̃ no es cierto. Raizes compuestas son aquellas q̃ son declaradas por esta palabra mas o menos, y son en dos maneras: Las vnas son ligadas, y las otras son vniuersales. Raiz ligada es vna composicion de dos raizes o muchas, o de numero con raizes, o con dignidades, como diziendo: L.R 9.p̃.R.4. que significa vna ligatura o composicion de.3 q̃ es R. 9. y de. 2. que es R. 4. y por tanto la dicha raiz ligada valdra.5. O diziendo assi: L.R.7.p̃.R. 4. p̃. 3. que significa vna quantidad sorda compuesta de.3. y 2. que son 5. con la R.7. o diziendo assi: L.R.3.p̃. 2. co. Raiz vniuersal es raiz de raiz ligada con numero o con otra raiz o dignidad. Como si dixessemos assi: R.v.22.p̃.R.9. o conuertiendo los terminos que seria lo mismo R.v. R. 9.p̃.22. cuyo valor sera.5. porque R. 9. es.3. que juntos con. 22. hazen. 25. cuya raiz es. 5. De ligatura con dignidad aura tambien raiz vniuersal. Exemplo: R.v. R.5.p̃.1.co. o diziendo assi, sin ligatura de raiz: R.v.4.ce p̃.1.co. Y puede auer raiz mixta de raiz ligada con raiz vniuersal como en esta L.R.9 p̃. R.4.p̃. R.v.11.p̃. R.25. La qual en la verdad deue ser llamada raiz ligada, porque la ligatura puesta enel principio no tan solamẽte liga las partes dela primera raiz compuesta la qual es ligada, mas aun la segunda, la qual es vniuersal, liga con la primera. Y el sentido que haze es, que juntemos la raiz de.9. que es.3. con la raiz de.4. que es.2. y seran.5. Con estos.5. auemos de juntar la raiz vniuersal de.11.p̃.R. 25. que vale. 4. y sera todo junto en vna sũma.9. Pero si conuertiessemos

mios los terminos preponiendo la raiz vniuersal y diziendo desta manera:R.v.11.p̃.R 25.p̃.L. R.9. p̃.R.4. ya nos haria otro sentido, porque parece que la palabra R.v. puesta enel principio alcança todo,por lo qual toda la raiz junta se llamara vniuersal,y su valor sera raiz de.21.porque.11. con 5.raiz de 25.son.16. que juntos con.5. que vale la ligada,hazen. 21. y la raiz de. 21. es el valor desta raiz . Y no obligamos el entendimiento de los hombres a que no aprehendan esto de otra manera,ny a estar necessariamente en la significacion destes vocabulos. Principalmente que los Arithmeticos son en esto muy differentes,ny nos queremos de los nombres mas que aquello que basta para intelligencia dela cosa,sin desino de la verdad. Pero lo que en esta parte auemos dicho nos parescio mas racional,y mas conforme a lo q̃ cõmunmente se consibe. Y quesimos quitar este escrupulo porque no es nuestra intencion escreuir para los doctos, los quales de nuestra escriptura no ternan necessidad.

## ¶ *Como auemos de reduzir las raizes a vna misma denominacion. Cap.2.*

TOda Raiz tiene dos nombres .s. Numero, y Denominacion. El numero nos dize a quien es referida, y la denominacion nos dize su naturaleza. Exemplo desta raiz asi nombrada: Raiz tercera de .64. el numero. 64. es aquel a quien se refiere,y la palabra tercera o tres nos declara su naturaleza, la qual es raiz cubica. Queriendo pues reduzir dos raizes de diuersas naturalezas a raizes de vna misma naturaleza y de-

denominaciõ, multiplicaremos los numeros dellas cada vno conforme a la denominacion de la otra, y multiplicaremos denominaciõ por denominaciõ, y el produzido sera la denominacion de entrambas. Exemplo, si queremos reduzir a vna misma denominacion 3R.8.y 2R.9.multiplicaremos en si .8. haziendo quadrado conforme a la denominacion de la raiz de.9.y sera.64.Y multiplicaremos los.9. cubicamēte conforme a la denominacion de la raiz de.8. y sera.729.su cubo. Y hecho esto multiplicaremos denominaciõ por denominacion, y haremos.6. que sera denominacion de entrambas. Y sera luego la raiz tercera de 8.cõuertida en raiz sexta de.64.y la raiz segunda de.9.sera conuertida en raiz sexta de.729. Y quedarã por este modo de vna misma naturaleza, y terna cada vna dellas el valor q̃ antes tenia.

3 R. 8. — 2 R. 9.

6

64 — 81

9

729

6 R. 64. — 6 R. 729.

La demonstracion sera esta: Pongamos q̃ vna de las raizes sea a. y el numero del qual es raiz sea b. y su denominocion sea c. Y pongamos que la otra raiz es d. y el numero del qual es raiz sea e. y su denominacion f. Multiplicaremos b. en si, y despues si cumpliere por lo produzido, conforme a la denominacion f. De tal modo que esse numero b. sea hecho raiz del numero produzido, el

qual

qual sea g. y su denominacion sera f. Iten, multiplicaremos e. en si, y despues si cumpliere por lo produzido, conforme a la denominacion c. De tal modo q̃ esse numero e. sea hecho raiz del numero produzido el qual sea h. y su denominacion c. Y multiplicaremos c. por f. denominaciõ por denominaciõ, y el numero produzido sea k. Digo que a. sera raiz de g. denominada de k. y q̃ d. sera raiz de h. denominada tambien de k. Porq̃ pues a. es raiz de b. denominada de c. tantas proporciones aura luego de b. para la vnidad, cada vna dellas ygual a la proporciõ de a. para la vnidad, quantas son las vnidades que tiene la denominaciõ c. Y porque b. es raiz de g. denominada de f. tantas proporciones aura de g. para la vnidad, cada vna dellas ygual a la proporcion de b. para la vnidad, quantas son las vnidades q̃ tiene la denominaciõ f. Por lo qual tantas proporciones aura de g. para la vnidad, cada vna dellas ygual a la proporcion de a. para la vnidad, quãtas vnidades tiene el numero que se produze multiplicando c. en f. el qual es k. Y sera por tanto a. raiz de g. denominada de k. Por la misma arte demonstraremos que d. es raiz de h. denominada de k. que es cõmun denominador. Y esta demonstracion es vniuersal ora el a. y el d. sean numeros, ora sean quantidades sordas.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 3 | | | | 2 | | | |
| | | c | | | | f. | | | |
| | a. | R. | b. | g. | d. | R. | e. | h. | |
| 1. | 2. | | 8. | 64. | 1. | 3. | 9. | 729. | |
| | | | | k. | | | | | |
| | | | | 6. | | | | | |

Y por

Y por esta demonstracion queda claro, que si las dos raizes que queremos conuertir en otras de vna misma naturaleza, fueren tales, que siendo la denominacion menor multiplicada por algun numero, haga la denominaciõ mayor, poderemos en tal caso ligeramente reduzir la raiz de menor denominaciõ a la naturaleza de la mayor, multiplicando el numero dela raiz de menor denominaciõ en si mismo tantas vezes quantas cũpliere, conforme ala denominacion que nos diere el numero, que multiplicado por la menor denominacion haze la mayor. Exemplo: Sean nos propuestas raiz sexta de algun numero, y 3R. 5. Las quales q̃riendo reduzir a raizes de vna misma naturaleza, diremos assi: Por que.3. denominacion menor multiplicado por.2.haze.6.que es la mayor denominacion, y esse numero.2.es denominacion de raiz quadrada o segunda, multiplicaremos por tanto el numero.5. en si mismo vna sola vez, criando quadrado, y haremos. 25. Quedara luego.5.raiz segunda de.25.pero la raiz tercera de.5.quedara raiz sexta desse numero.25. Y es esto general para reduzir raiz de raiz a vna sola raiz: Porq̃ si vna quantidad fuere raiz quinta dela raiz segunda de. 100. multiplicaremos.5. por.2. y haremos. 10. y diremos, q̃ la misma quãtidad es raiz decima de. 100. Y si vna quantidad fuere raiz segunda, de la raiz tercera, de la raiz quinta de.100. diremos assi.2.vezes.3.son.6.y 6. vezes.5.son.30.y sera por tanto essa misma quantidad raiz raiz trigesima de. 100.

## ¶ *Multiplicar las Raizes. Cap. 3.*

Aun

AVN que generalmente el sũmar deua preceder al multiplicar, trataremos pero en esta parte primeramente de como auemos de multiplicar las raizes, porque de la su demonstracion depende la razon de sũmar dos raizes en vna que tenga el valor de las dos justamente. Y la Regla q̃ ternemos para multiplicar las raizes, sera esta: Multiplicaremos el numero de la vna por el numero dela otra, y la raiz de lo q̃ fuere produzido por la tal multiplicacion, sera lo q̃ se haze multiplicando vna raiz por la otra. Exemplo, si queremos multiplicar la raiz de.5.por la raiz de.7.multiplicaremos.5.por.7. y haremos 35.y diremos por tanto que R.35.es lo que se haze multiplicando R.5. por R.7. y sera quadrada si las que se multiplicaron son quadradas, y sera cubica si las que se multiplicarõ son cubicas, por q̃ todas quedan de vna misma naturaleza. Y por la misma arte si queremos multiplicar numero por raiz, conuerteremos primero el numero en raiz de la misma naturaleza, y obraremos luego assi como la Regla nos enseña. Exemplo, si queremos multiplicar.2.por la raix de.10.o R.10.por 2.que es lo mismo, cõuerteremos.2.en raiz, y sera R.4. y essa R.4. multiplicada por.10. hara R.40. y esto lo que haze la multiplicaciõ de.2.por R.10. Por esta arte podremos poner en vna sũma muchas raizes yguales. Como si quisieremos saber el valor de.3 raizes de.5 por que lo mismo es sũmar.3 raizes de.5. que multiplicar vna raiz de.5. por el numero.3. diremos assi.3.por.3.hazen.9 y R.9.por R.5. haze R.45. y sera por tanto R.45. el valor de tres raizes de.5.Y lo que auemos dicho

cho acerca del multiplicar delas raizes se entiende quando las raizes son de vna misma naturaleza, porq̃ si fueren de differentes naturalezas, sera necessario reduzirlas primeramente a raizes de vna misma naturaleza por el capitulo passado, y despues de conuertidas las multiplicaremos, y siempre lo que produze es de la misma naturaleza de las q̃ se multiplicarõ. Como si quisiessemos multiplicar 2R. 4. por 3R. 5. reduzirlas emos a estas 6R. 64. 6R. 25. las quales siendo multiplicadas vna por otra, haran 6R. 1600. y la misma arte nos sirue para multiplicar vna raiz por si misma. Exẽplo: 3R. 8. multiplicada por si misma, haze 3R. 64. y 5R. 7. por si misma haze 5R. 49. Pero en las raizes quadradas avn q̃ la regla sea vniuersal, no es mas necessario, q̃ remouer la palabra o escriptura raiz, dexãdo q̃dar el numero solo. Exẽplo: 2R 8. multiplicada por si misma, haze. 8. y raiz segunda de 3R. 8. multiplicada por si misma, hara 3R. 8. y RR. 5. multiplicada por si misma hara R. 5. y en estas dos postreras no queda numero solo, porque son raizes de otras raizes.

Mas porque todo lo que auemos dicho se entiende en las raizes simples, diremos agora como deuemos multiplicar las compuestas. La raiz ligada se multiplica por otra raiz ligada, o por raiz simple, multiplicando las partes assi como hazemos en la multiplicacion de los numeros, y juntaremos despues todo y con el mas, y con el menos, obraremos como en su lugar auemos dicho. Y daremos muchos exemplos para que mejor se entienda. Si queremos multiplicar L.R. 20. p̃. 3. por R. 7. multiplicaremos primeramente R. 7. por

por R.20.y haremos R.140.y multiplicaremos R. 7.por.3.y haremos R. 63.y valdra por tanto esta multiplicacion L. R. 140.p̃ R. 63. Iten,multipliquemos L. R. 15. m̃. 2. por R.8. la R.15.por R. 8. haze R. 120. y m̃.2.por R.8. haze m̃. R.32. y valdra por tanto esta multiplicaciõ L.R.120.m̃.R.32. Iten,multipliquemos L. R.10. p̃ R.5 por L. R.12. p̃.3.primeramente multiplicaremos R.10 por R. 12. y haremos R.120. y multiplicaremos R 5. por R.12. y haremos R.60.y multiplicaremos p̃.3.por R.10.y haremos R.90.y multiplicaremos R.5.por 3.y haremos R.45. Vauldra luego toda la multiplicacion L.R.120.p̃.R.60. p̃ R.90 p̃ R.45.porque de.4.quantidades nacen.4.multiplicaciones particulares. Por esta causa si queremos multiplicar vna raiz ligada por si misma,bastara multiplcar los dos extremos cada vno por si mismo, y despues el vno por el otro,y despues tomar el duplo desta postrera multiplicaciõ,y poner todo en vna sũma. Como si queremos multiplicar L.R.10 p̃ R. 5.en si misma. La raiz de.10.por si misma,haze.10. y R.5. por si misma.haze.5. que son.15. y porq̃ R. 10.por R.5.haze R.50.esta R.50.doblaremos multiplicando la por R.4.y haremos R.200.y valdra por tanto esta multiplicacion L.R.200.p̃.15. Iten, multipliquemos R.25.m̃.3.por si misma,la R.25. en si haze.25.y los m̃.3.en si hazen p̃.9.que juntos, hazen.34.y.R.25.por m̃.3.haze m̃.R.225.esta doblada sera R.900. Sera luego la sũma de toda la multiplicacion.34.m̃.R.900.cuyo valor es el numero.4. Iten,multipliquemos R.16.m̃.R.4.por si misma. Diremos assi.16.con.4.son.20. y.4.por.16. hazẽ.64.por lo qual R.16.por m̃.R.4.hara m̃.R.64.

G esta

eſta doblada ſera m̃. R.256. ſera luego la ſũma deſta multiplicacion .20.m̃. R. 256. cuyo valor es el numero 4. Iten, multipliquemos.5.m̃. R.5. por ſi miſma. Diremos aſsi.5.por ſi, hazen.25. y R.5. por ſi, haze.5.que con los.25.hazen.30.y.5.por.m̃.R.5. hazen.m̃.R.125. eſta raiz doblada es R.500. valdra luego toda la multiplicacion.30.m̃.R.500.

La raiz vniuerſal multiplicada por ſi miſma, haze aquellas quãtidades ligadas en reſpecto de las quales era raiz vniuerſal. Exemplo, R.V.5.p̃ R.16. multiplicada por ſi miſma, haze.5.p̃ R.16. Y ſi queremos multiplicar vna raiz vniuerſal por otra raiz vniuerſal, remouerles emos la nota de raiz vniuerſal pueſta en el principio, y quedaran las quantidades ligadas. Las quales multiplicaremos vna por otras, como auemos dicho, y la raiz vniuerſal dela ſũma, ſera lo q̃ haze vna raiz vniuerſal, multiplicada por otra. Y en todo eſto tiene mucha ſemejança la raiz vniuerſal con la raiz ſimple de numero. Exemplo, ſi queremos multiplicar R.V.13.p̃ R.9. por R.V.5.p̃ R.16. remoueremos la nota R.V. y quedaran eſtas quantidades L.R.9.p̃.13. L. R 16. p̃.5. las quales multiplicaremos vna por otra, y haremos L.R.144.p̃ R.2704.p̃ R.225.p̃.65. y por tanto las dos raizes vniuerſales multiplicadas, haran R.V. L.R.144. p̃ R.2704.p̃ R.225.p̃.65. la raiz de.144.es.12. y la raiz de.2704. es.52. y la de 225.es.15.que con los.65. hazen.144. cuya raiz q̃ es.12.es el valor de lo que haze vna raiz vniuerſal multiplicada por otra. Y aſsi es porq̃.13. p̃ R.9. ſon.16.cuya raiz es.4. y.5.p̃ R.16. ſon.9. cuya raiz es.3. y manifieſto es que.3.por.4.hazen.12.

Iten, ſi queremos multiplicar raiz vniuerſal por

raiz

raiz simple o ligada, multiplicaremos primeramente cada vna por si misma, y despues lo q̃ fuere produzido bolueremos a multiplicar vno por otro, y la raiz vniuersal de lo que por esta multiplicacion postrera fuere produzido, sera lo que resulta multiplicãdo la raiz vniuersal por la simple o ligada, que queriamos por ella multiplicar. Exẽplo, si queremos multiplicar R.V.6.p̃ R.9. por L.R.4. p̃ R.16. multiplicaremos primeramente la raiz vniuersal por si misma, y haremos.6.p̃ R.9. y multiplicaremos tambiẽ por si misma la ligada, y haremos.20.p̃ R.256. Y multiplicaremos luego estas dos sũmas, vna por la otra,.s.6.p̃ R.9. por.20. p̃ R.256.y haremos.120.p̃ R.3600. p̃ R.9216. p̃ R.2304. Y por tanto R.V. 120. p̃ R.3600. p̃ R.9216. p̃ R.2304. sera lo que se haze multiplicando R.V.6.p̃ R.9.por L.R.4. p̃ R.16. que en todo val.18.numero preciso.

Iten, multipliquemos R.V.7.p̃ R.4. por R.9.Multiplicaremos primeramente R.9. por si, y hara.9. y multiplicaremos tambiẽ por si R.V.7.p̃ R.4. y hara.7.p̃ R.4. y multiplicaremos luego estos.9.por 7. p̃ R.4. y haremos.63 p̃ R.324. por lo qual R.V.63. p̃ R.324. sera lo que se produze multiplicãdo R.V. 7. p̃ R.4. por R.9.

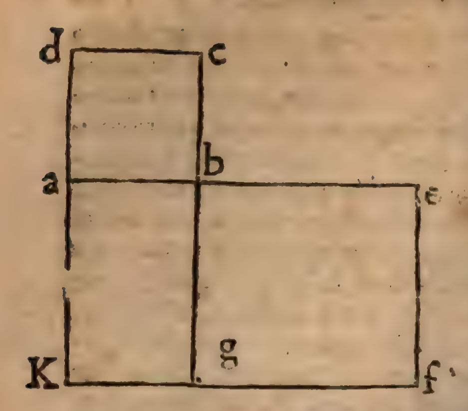
Pero para multiplicar vn binomio por el su residuo, no ay necessidad de tanta obra, porque las dos multiplicaciones que se hazen en ✠ ninguna cosa montan, porque vna deshaze la otra. Por esta causa bastara sũmar los quadrados de las partes, y el vno dellos es declarado por mas, y el otro por menos. Exẽplo, R.10.p̃ R.3.multiplicado por R.10.m̃.R.3.hara.10.m̃.3.q̃ son.7.Porq̃ R.10.multiplicada por si misma, haze.10. y p̃ R.3.por m̃.R.3.

haze m̃.3. y quien sũma p̃.10. con m̃.3. haze p̃.7. las otras dos multiplicaciones en ✠, conuiene a saber R.10. por m̃. R.3. y R.10. por p̃. R.3. son escusadas, porque lo que se haze por vna, se deshaze por la otra. De suerte que no es mas necessario que quadrar las partes, y sacar el quadrado segundo del quadrado primero, porque esso sera sũmallos, por el segundo quadrado ser declarado por menos. Pero en esto conuiene que tengamos aduertencia, porque si queremos multiplicar R. 10. p̃ R.V.5. m̃. R.2. por R.10 m̃ R.V.5. m̃. R.2. la R. 10. multiplicada por si, haze p̃.10. y la raiz vniuersal multiplicada por si, haze m̃.5. m̃. R.2. la qual quantidad sũmada con el p̃.10. haze.5 p̃ R.2. porque aquy no ay mas que dos quantidades. La primera es.10 que va declarada por mas, y la segunda es.5 m̃. R.2. la qual va declarada por menos, y porque la raiz era vniuersal.5 m̃. R.2. se toma por vna sola quantidad, la qual se ha de sũmar por m̃. con p̃. 10. y el sentido que hazen es, 10. menos vna quantidad la qual es.5. m̃. R.2. De suerte q̃ para sũmar las dichas dos quantidades auemos de sacar los.5. pero no enteramẽte sino.5. m̃. R.2. y hazẽ por tanto esta sũma.5. p̃ R.2. y desto auemos ya dado auiso enel capitulo de sũmar.

## ¶ *Demonstracion del multiplicar Raizes. Cap. 4.*

QVe las raizes de dos numeros siẽdo multiplicadas la vna por la otra hagan la raiz dela multiplicacion de los mismos numeros, demonstraremos por este modo: Sea el numero a, b. raiz quadrada del numero a, b. c. d. O para

para mejor dezir, sea la linea a. b. lado quadrado de a.b.c.d. y estendiendo essa linea a b. pongamos que la linea b.e. sea lado quadrado de otro numero, el qual tambiē representamos en figura quadrada la qual sea.b.e. f. g. y queden los dos quadrados juntos por los dos angulos cōtrapuestos que se hazen en b. y estenderemos las dos lineas a.d. y f. g. hasta que concurran en k. y quedara descripto el rectangulo a.b. g. k. el qual se haze por la multiplicacion de a.b. en b.e. o en b.g. que es su ygual, por el modo que Euclides enel segūdo libro imagina linea por linea hazer superficie rectangula comprehensa por los dos lados. Por que por este modo tomamos al presente la multiplicacion de linea por linea. Y que este tal rectāgulo sea raiz quadrada de lo que se haze multiplicando el numero a.b.c. d. por el numero b. e. f.g. demonstraremos assi: Las dos figuras a.b.c. d. a.b.g. k. tienen vna misma altura, por lo qual la misma proporcion aura de la vna para la otra, que ay dela linea b.c. para la linea b.g. como por Euclides fue demōstrado enel principio del sexto libro. Y por la misma razon tal proporcion aura del rectangulo a.b.g.k. para el quadrado b.e.f.g. qual ay de la linea a.b. para la linea b.e. y porque las dos lineas a b, b.c. son entre si yguales, y tābiē las dos lineas b.e, b.g. son entre si yguales, sera por tanto tal proporcion del quadrado a. b. c.d. para el rectangulo a. b. g. k. qual ay del mismo rectangulo para el quadrado b.e. f.g. Por lo qual pues que entre los dos quadrados o numeros a. b.c.d, b.e.f. g. es medio proporcional el rectāgulo a.b. g.k. lo q̄ se hiziere multiplicādo los extre-




mos vno por otro, sera ygual a lo q̃ se hiziere, multiplicando la quãtidad del rectãgulo en si misma. Y porq̃ enesto consiste el ser dela raiz quadrada, sigue se por esta causa, q̃ el rectangulo es raiz quadrada de lo que se haze multiplicando los dos numeros vno por otro, y esto queriamos demonstrar.

Mas porq̃ la regla que auemos dado para multiplicar las raizes no tan solamente sirue para las quadradas, mas aun para las cubicas, y para qualesquier otras, de qualquiera naturaleza q̃ sean, haremos general demonstracion por este modo: Sea a. la raiz segunda dela quantidad b. y sea c. la raiz segunda de la quantidad d. y sea essa misma quantidad a. raiz tercera dela quãtidad e. y c. raiz tercera dela quantidad f. Digo que la multiplicacion de a. por c. la qual sea g. sera raiz segunda de la multiplicacion de b. por d. la qual sea k. Y assi digo, que essa misma quantidad g. sera raiz tercera dela multiplicacion de e. por f. la qual sea L. y la demonstraciõ sera esta: Porque a. es raiz segunda de b. y raiz tercera de e. siguese que a. multiplicado por su quadrado q̃ es b. hara el cubo e. y por q̃ d. multiplicado por esse mismo b. hizo k. luego

| | | | |
|---|---|---|---|
| | L.216. | | go tal proporciõ aura de |
| e. 27. | | f.8. | a.para d. como de e. para |
| | k.36. | | k.porque vuo vn miſmo |
| b. 9. | | d.4. | multiplicador, el qual es |
| | g.6. | | b. Itẽ,a.multiplicado por |
| a. 3. | | c.2. | c.hizo g.y d.multiplicado |

por el miſmo c.hizo f. luego tal proporcion aura de a.para d.como de g. para f. porq̃ vuo vn miſmo multiplicador,el qual es c. Por lo qual de e. para k.ſera como de g. para f. porq̃ es la proporciõ de a. para d. Y porq̃ quãdo.4.quãtidades ſon proporcionales, tanto ſe haze multiplicando la primera por la quarta, quanto multiplicando la ſegunda por la tercera,como es demõſtrado por Euclides,luego tanto hara multiplicando la primera que es e. por la quarta que es f. como multiplicando la ſegunda que es k. por la tercera q̃ es g.y porque e.multiplicada por f.hizo l.ſiguese que k. multiplicada por g. hara l. Demonſtraremos que g.multiplicada por ſi haga k.y quedara demonſtrado que la miſma quantidad g. es raiz ſegunda de k. y tercera de l. La prueua ſera, que la proporcion de b. para g. es como de a. para c. por ſer vn miſmo multiplicador el qual es a. Iten, de g. para d. es como de a. para c. porque a. y c. fueron multiplicados ygualmente por c. Luego tal proporcion aura de b. para g. como de g. para d. por lo qual tanto ſe hara multiplicando g. por ſi miſma, como b. por d. Y porque b. multiplicada por d. hizo k. ſera por eſta cauſa g.raiz ſegunda de k.y porque el quadrado ſiendo multiplicado por ſu raiz haze el cubo,ſera el miſmo g. raiz tercera de l. como de principio

valen R.7. y R.5. entrambas juntas. Desto se sigue que quando vna raiz multiplicada por otra hiziere raiz que sea numero, la sũma dessas tales raizes sera vna raiz simple. Exemplo, si las dos raizes que queremos sũmar, fuerẽ estas R.3. y R.12. multiplicãdo la vna por la otra haremos R.36. la qual es numero. s. 6. y este doblado es. 12. juntãdo pues con. 12. los dos numeros. 3. y. 12. q̃ hazẽ. 15. sera toda la sũma. 27. y diremos por tanto q̃ R.27. es lo q̃ valen las dos raizes, R.3. y R.12. o poderlaemos nombrar por raiz vniuersal conforme a la Regla diziendo que la sũma dellas es R.V.15. p̃ R.144.

Las raizes ligadas podremos sũmar vnas con otras, o con raiz simple, juntãdo por si raizes con raizes, y numeros con numeros, si en la ligatura los ouiere obseruando siempre las Reglas dadas enel capitulo de sũmar las dignidades de mas cõ mas, o con menos, o menos cõ menos. Y daremos algunos exemplos para q̃ mejor se cõprehenda.

Si queremos sũmar. 7. p̃ R.5. con. 4. p̃ R.3. Diremos assi. 7. con. 4. hazen. 11. y R.5. con R.3. hazen R.V.8. p̃ R.60. y sera luego toda la sũma. 11. p̃ R.V.8. p̃. R.60.

Iten, si queremos sũmar R.5. p̃. 7. con R.6. m̃. 7. Diremos assi R.5. con R.6 hazen R.V.11. p̃ R.120 y p̃ 7. con m̃. 7. hazen cifra, y sera por tanto toda la sũma R.V.11. p̃ R.120.

Iten, si queremos sũmar R.7. p̃ 3. cõ. R.20. m̃. 4. juntaremos primeramente raiz con raiz, y haremos R.V.27. p̃ R.560. y porq̃ p̃. 3. cõ m̃. 4. hazẽ m̃. 1. sera por tanto toda la sũma la dicha raiz vniuersal m̃. 1.

Iten, si queremos sũmar R.5. p̃. 7. cõ R.6. m̃. 2. las dos raizes juntas, hazẽ R.V.11. p̃ R.120. y p̃. 7. cõ m̃. 2. hazẽ p̃. 5. sera por tanto toda la sũma. 5. p̃ R.V.11. p̃ R. 120.

Iten, si queremos sũmar.7.p̃ R.5.con.4.m̃.R.3.Podremos juntar los dos numeros por si, y las dos raizes por si, y diremos que la sũma es.11.p̃ R.5.m̃.R.3.que es muy claro. Pero si queremos q̃ las raizes queden en vna raiz vniuersal, aun que la vna sea declarada por mas, y la otra por menos, poderloemos hazer por su Regla, porque es general, y diremos assi, R.5.con m̃.R.3.se súma desta manera: Los.5.con los.3.hazen.8.y R.5. p̃ m̃. R.3. multiplicada, haze m̃.R.15.la qual doblada sera m̃.R.60. Diremos luego que p̃ R.5.m̃.R.3. hazen R.V.8.m̃. R.60. y porque en compañia delas raizes estan p̃.7. y p̃.4. Diremos por tanto que todalla sũma es.11. p̃ R.V.8.m̃. R.60.

Iten, si queremos sũmar.8.m̃.R.7. con.10.m̃.R.7.juntaremos los dos numeros por si, y haremos 18. y las dos raizes por si, haran R.28. y sera toda la sũma 18.m̃.R.28.

Las raizes vniuersales no se puedẽ sũmar con otras, ny con numeros sino por esta palaura mas o por menos. Pero si las raizes vniuersales fueren totalmẽte semejantes, en tal caso el sũmarlas sera multiplicar por el numero dellas. Como si quisiessemos sũmar estas dos raizes yguales R V.5.p̃.R.10.R.V.5.p̃.R.10. Manifiesto es que esto no es otra cosa, sino multiplicar por .2. conforme a su Regla de multiplicar, y sera el produzido R.V.20. p̃ R.160.y tanto valen las dos raizes vniuersales.

Y siempre deuemos de ser acordados, que si las raizes que nos proponen para sũmar, fueren de diuersas naturalezas, deuen primeramẽte ser reduzidas a vna misma naturaleza y denominaciõ, y despues desto se deuen poner en vna sũma.

De-

## ¶ Demonstracion del sũmar las Raizes. Cap. 6.

QVe la raiz simple siendo sũmada con otra haga raiz vniuersal por el modo que auemos dado, demonstraremos por esta arte. Sean las dos lineas a.b. y b.c. lados quadrados o raizes de dos numeros conoscidos, las quales lineas juntas constituyen la linea a. c. que de entrambas es compuesta. Y queremos por la dicha Regla saber de que quantidad essa linea a.c es lado quadrado, a que al presente llamamos raiz. Constitueremos pues sobre a. c. el quadrado a c. d. e. y sobre a. b. el quadrado a. b. t. g. y estenderemos las lineas b. t. y g. t. hasta que hagan concurso con d.c. y e.d. en f. y en k. Y manifiesto es, que los dos rectangulos e.g.t.f. y b c.k t a que llamamos en geometria suplementos, son entre si yguales y q̃ f.t. k. d es quadrado de b.c y que qualquier dessos suplemẽtos es lo q̃ se haze multiplicãdo la

el menor, y a la raiz del quociente daremos mas la vnidad, y todo junto multiplicaremos por la menor raiz, y lo que se hiziere por esta multiplicacion sera el valor de las dos raizes juntas. Exemplo, si queremos poner en vna sũma 2R.12. y 2R.3. partiremos.12. por.3. y sera el quociente.4. que tiene raiz numerica, la qual es.2. con este numero 2. juntaremos la vnidad, y seran.3. estos.3. multiplicaremos por.2R.3. y haremos.2R.27. que sera el valor de las dos raizes.2R.12. y.2R.3.

Iten, si queremos sũmar.3R.40. con.3R.5. partiremos.40. por.5. y sera el quociente.8. cuya raiz cubica es.2. juntandole.1. haremos.3. multiplicaremos pues.3R.5. por estos.3, y sera el produzido.3R.135. la qual raiz sera el valor delas dos raizes cubicas.

Iten, si queremos sũmar.4R.405. con.4R.5. partiremos.405. por.5. y sera el quociente.81. cuya raiz quarta la qual es raiz de raiz sera.3. con estos 3. juntaremos la vnidad, y haremos.4. multiplicaremos luego.4R.5. por.4. y haremos.4R.1280. y este sera el valor delas dos raizes.

Pero quando partido el mayor por el menor no tuuiere el quociente raiz numerica daquella misma naturaleza, de que son las dos, en tal caso las dos raizes no podran ser juntas por este modo: Y bastara que se junten por ligatura. Porque si quisiessemos vsar desta regla juntando la vnidad con raiz sorda por ligatura, y multiplicando por essa sũma la menor raiz de las dos, bolueriamos a hazer vna raiz ligada compuesta de las dos que pretendiamos sũmar sin ligatura. Por lo qual esse trabajo seria escusado, porque de prin-

principio las podemos juntar por ligatura. Exemplo, si queremos poner en vna sũma 3R.12. y 3R.3. no es mas necessario que hazerles su ligatura diziendo que la sũma dellas es 3R.12.p̃ 3R.3. Porq̃ ny la Regla nos puede otra cosa dar. Porq̃ partiendo 12. por. 3. sera el quociente 4. cuya raiz tercera es sorda, por lo qual si le juntamos. 1. haremos 3R. 4 p̃ 1. Pues manifiesto es que multiplicando 3R.3. por 3R.4.p̃ 1. haremos 3R.12.p̃.3R.3. que es la primera sũma que auiamos declarado por ligatura. Por lo qual escusado sera vsar de la dicha Regla quando la raiz del quociente es sorda.

## ¶ *Demonstracion desta Regla general, para sũmar las Raizes. Cap. 8.*

EL fundamento desta regla es, que siendo nos propuestas qualesquier dos quantidades de vna misma naturaleza, si vna dellas fuere partida por la otra, y con el quociente juntaremos la vnidad, y esta sũma fuere multiplicada por el partidor, haremos la sũma que de las dos quantidades resulta. Exemplo, siendo nos propuestos estos dos numeros. 15. y 3. si partieremos los. 15. por los. 3. y al quociente que es. 5. juntaremos la vnidad, y todo assi junto multiplicaremos por los 3. haremos. 18. que es la sũma de los dichos dos numeros. La demõstracion desto es, que si el partidor, q̃ es la menor quantidad, se multiplica por el quociente, haze la mayor quantidad, que es la que se partio, y si el mismo partidor se multiplica por la vnidad, haze esse mismo partidor. Por lo qual si el partidor fuere multiplicado por la sũma del quociente y dela vnidad, hara las mismas

s quantidades mayor y menor juntamente,co-
o Euclides ha demonstrado en el principio del
gundo libro. Y la mifma sũma hariamos,si par
ессемоs la menor quãtidad por la mayor,y con
quociente juntassemos la vnidad, y todo esso
nto fuesse multiplicado por la mayor. Y q̃ esto
ssi demonstrado tenga lugar en la regla que tra-
imos para sũmar las raizes,no sera dificil de en
ender. Porque quando partiamos el mayor nu-
nero por el menor,y tomauamos la raiz del quo
iente, essa tal raiz seria el quociente en aquella
articion en la qual la raiz mayor fuesse partida
por la menor. Porque assi como quando multi-
plicamos vna raiz por otra, lo que hazemos es
multiplicar el numero de vna por el numero de
la otra,y pronunciamos que el produzido por la
multiplicacion delas tales raizes,es raiz del nume
ro produzido por la multiplicacion delos nume-
ros. Assi tambien para partir vna raiz por otra,
bastara partir numero por numero, y el quociẽ-
te en la particion delas raizes, sera raiz del nume-
ro quociente en la particion delos numeros, co-
mo claramẽte se puede colegir dela regla de mul-
tiplicar raizes,y de su demonstracion,como mas
menudamente sera abaxo declarado,quando tra-
taremos del partir raiz por raiz. Siendo pues assi,
que la raiz del que es quociente en la particiõ de
los numeros, es quociente en la particion de las
raizes,juntandole la vnidad,es necessario q̃ todo
esso junto multiplicado por la menor raiz de las
dos,haga la sũma de entrambas juntas,como en
la regla se contiene. En la qual diximos q̃ el ma-
yor numero fuesse partido por el menor, y no el
menor

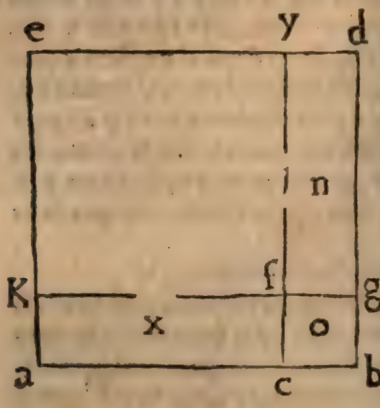
Desto se sigue, que quando vna raiz multiplicada por otra, hizieren raiz sorda: en tal caso sacando vna de otra, y obrando por esta Regla, la raiz que restare sera vniuersal. Exemplo, si de R.7. queremos sacar R.5. diremos assi: 7. vezes. 5. son. 35. cuya raiz es sorda, doblar la emos, y sera R.140. esta R. 140. sacaremos de. 12. que hazen. 7. con. 5. y quedaran. 12. m̃. R 140. cuya raiz vniuersal sera lo q̃ resta sacando R.5 de R.7. cõuiene a saber R.V.12. m̃. R.140. y el sentido que haze es este: Que sacando R.140. del numero. 12. la raiz de lo q̃ quedare, sera aquella raiz que resta sacando R.5. de R.7. y quãdo sũmauamos R.7. con. R.5. haziamos R.V.12. p̃ R.140. Y en tal caso que vna raiz multiplicada por otra hizieren raiz sorda, como es multiplicando R.7. por R.5. mas facil sera dezir que lo que queda es R.7. m̃. R.5.

*Demonstracion desta Regla.*

LA demonstracion desta regla es esta: Sea la linea a.b. vna raiz dela qual q̃remos sacar otra raix menor, q̃ sea la linea c.b. y queda la linea a.c. Queremos pues por noticia de a.b. y de c.b. conoscer q̃ raiz sea essa linea a.c. Fundaremos sobre a.b. el quadrado a.b.d.e. y sobre b.c. el quadrado b.c. f.g. y estenderemos los dos lados c.f. y f.g. hasta q̃ cõcurran con los lados a.e, y d.e. Y porq̃ a.b. y c.b. son raizes de numeros conoscidos, sera por esta causa conoscida la multiplicaciõ de a.b. por c.b. la qual multiplicacion es el rectangulo a.b.g.k. o el rectangulo c.b.d.y. porq̃ son yguales, y el duplo desta tal multiplicacion sera conoscido, que es el valor de los dos rectangulos juntos. Los quales cõstituyen al gnomon n.o.x. y vn quadrado mas,

 el qual

el qual es ygual al quadrado dela linea b.c. Por lo qual si essos dos rectangulos sacaremos dela sũma que hazen el quadrado grande dela linea a.b. con el quadrado de c.b. quedara solamẽte el quadrado e.y.f.k. el qual sera conoscido, porque los dos rectangulos son conoscidos, y los quadrados de a.b. y de c.b. tambien son conoscidos. Y porq̃ la linea f. k. lado desse quadrado e.y.f.k. es ygual




a la linea a.c. por seren oppositas y equidistãtes en el rectangulo a. c. f. k. y es conoscida porq̃ su quadrado es conoscido, conoscida sera por esta causa la linea a. c. Por lo qual no sin causa diximos, q̃ se sũmassen los dos numeros, cuyas raizes queremos diminuyr vna de otra, y dessa sũma se sacase el duplo de lo q̃ se haze multiplicãdo la vna raiz por la otra. Y el mismo effecto ouuyera si luego de principio sacaramos el quadrado menor, del duplo dela multiplicaciõ delas raizes, porq̃ lo q̃ resta, seria el gnomon, el qual despues sacando del quadrado mayor, q̃dara el quadrado dela linea a.c. y la raiz a.c. sera por tãta conoscida.

## ¶ *Regla general para diminuir las Raizes.* Cap. 10.

Mas

MAs por quanto la Regla que auemos dado para sacar vna raiz de otra, no sirue sino para raizes quadradas, como paresce por su demonstracion, es necessario dar regla general para sacar vna raiz de otra de qualquiera naturaleza que sean, con tanto que sean entrambas de vna misma naturaleza, porque no siendo assi, seran primeramente reduzidas a vna misma naturaleza, y la Regla general del diminuyr sera esta: Partiremos el numero dela mayor raiz por el numero dela menor, y del quociente tomaremos su raiz, dela qual sacaremos la vnidad, y lo que quedare multiplicaremos por la raiz menor, y el produzido sera la raiz q̃ resta sacando la raiz menor dela mayor. Exemplo, si queremos sacar.2R.5.de 2R.80. partiremos.80.por.5.y sera el quociēte.16. cuya raiz es.4. Destes.4. sacaremos la vnidad, y quedaran.3. estos.3.multiplicaremos por R.5. y haremos.2R.45. y esta sera la raiz que resta sacando 2R.5.de.2R.80. Iten, si queremos sacar.3R.8. de.3R. 125.partiremos.125.por.8.y sera el quociente.$15\frac{5}{8}$. cuya raiz cubica es $2\frac{1}{2}$. Destos $2\frac{1}{2}$. sacaremos la vnidad, y quedaran $1\frac{1}{2}$. estos $1\frac{1}{2}$. multiplicaremos por raiz cubica de.8. y haremos.3R.27. y tanto sera lo que resta, sacando.3R.8. de.3R.125.

## ¶ *Demonstracion desta Regla general de diminuir Raizes. Cap. 11.*

EL fundamento desta regla quasi es el de que vsamos en la otra demonstracion dela Regla general de sũmar las raizes. Certissima cosa es, que si la mejor de dos quantidades fuere partida por la menor, y del quociente sacaremos la

vnidad, y lo que reſtare fuere multiplicado por la menor, reſultara por eſta multiplicacion la diferencia q̃ ay entre las miſmas dos quãtidades mayor y menor. Exemplo, ſean las dos quãtidades.17. y 5. partamos. 17. por. 5. y ſera el quociente .$3\frac{2}{5}$. quitemosle la vnidad, y reſtaran.$2\frac{2}{5}$. por eſtos $2\frac{2}{5}$. multiplicaremos los.5. y haremos.12.q̃ es la diferencia q̃ ay entre el mayor y el menor. La demõſtració es muy clara, porq̃ ſi multiplicamos la quãtidad menor por el quociente, hazemos la quantidad mayor. Y porque tanto haze multiplicar vna quantidad por otra, como por ſus partes, ſigueſe que ſi multiplicaremos la quãtidad menor por la vnidad, y por el reſto del quociente, haremos con eſtas dos multiplicaciones la miſma sũma dela quantidad mayor. Y porq̃ multiplicando la quantidad menor por la vnidad, hazemos la miſma quantidad menor: Multiplicando luego la quãtidad menor por el reſto del quociente, haremos la diferencia que ay entre la mayor y menor, por que eſſa differencia juntamente con la menor cõſtituy en la mayor. Y que eſto tenga lugar en las raizes no es difficil de entender, porq̃ aſſi como quãdo queriamos multiplicar vna raiz por otra, multiplicauamos numero por numero, y la raiz del produzido diziamos ſer la raiz que ſe produzia por la multiplicacion de vna raiz por otra. Aſſi tambiẽ, ſi partimos numero por numero, y tomamos la raiz del quociente, eſſa miſma raiz ſera el quociente dela particion delas raizes. Y por que ſi dela raiz que es quociente ſacamos la vnidad, y lo q̃ reſta, ſe multiplica por la menor raiz, es neceſſario q̃ lo que ſe produze, ſea lo que

falta

lta ala raiz menor, para se ygualar cõ la mayor, queda manifesto ser la regla verdadera. La qual segun vemos por esta demonstracion no sirue, sino quando la raiz que viene partiendo la mayor por la menor fuere numero. Por lo qual si fuere sorda, nombraremos lo q̃ resta por reciso. Exemplo, si de raiz de. 7. queremos sacar raiz de. 5. porq̃ partiẽdo R. 7. por R. 5. el quociẽte es R. $1\frac{2}{5}$ la qual es sorda, diremos por tãto, q̃ lo q̃ resta es R. 7. m̃. R. 5. En esta parte deuemos ser acordados delas reglas q̃ auemos dado enel cap del diminuir delas dignidades. Porq̃ essas misma sirue en la practica delas raizes, de lo qual daremos algunos exẽplos: Si de p̃ R. 4. sacaremos p̃ R. 25. restara m̃ R. 9. y si de m̃ R. 4 sacaremos m̃ R. 25 restara p̃ R. 9. y de p̃ R. 9. sacar m̃ R. 4. resta p̃ R. 25. y de m̃ R. 9 sacar p̃ R. 4. resta m̃ R. 25. Y si las raizes fuerẽ de diuersas naturalezas, obraremos cõforme alo q̃ auemos dicho enel cap. de diminuir las dignidades en quãtidades de diuersas naturalezas, o seã primeramẽte reduzidas a vna misma naturaleza, y despues obraremos por este capitulo, y la misma regla sirue para diminuir quãtidades de vna misma naturaleza. Y si q̃remos sacar vna raiz de vn numero, o numero de raiz, es primero necessario, q̃ conuertamos el numero en raiz, multiplicãdolo tãtas vezes, quãtas cũpliere para q̃ q̃do hecho raiz de aq̃lla misma naturaleza, y despues sacaremos vno de otro cõforme ala regla. Y de lo q̃ auemos dicho q̃da claro como auemos de sacar vna raiz ligada de otra raiz ligada, o de raiz simple, o de numero, y por el cõtrario numero o raiz simple dela ligada. Porq̃ si sabemos sumar, y diminuir en las raizes simples, y teniẽdo enla me-

moria le sũmar, y el diminuir delas dignidades, q̃ son Reglas vniuersales en todas las quantidades, poderemos facilmẽte obrar sin otros documẽtos nueuos. Y desto daremos algunos exemplos.

De R. 10 p̃. 5. sacar. 12. m̃. R. 40. restan R. 90. m̃. 7. La razon desto es, que de p̃ sacar m̃, resta la sũma que entrambas las quãtidades hazen con declaracion de p̃. Y por esta causa de p̃ R. 10. sacar m̃. R. 40. resta p̃ R. 90. que es la sũma de las dos raizes. Y de p̃. 5. sacar p̃ 12. resta m̃. 7. porq̃ de p̃ sacar p̃, si lo q̃ sacamos es mayor, resta la diferẽcia declarada por m̃.

Iten, de. 10. p̃ R. 27. sacar. 12. p̃ R. 3. resta R. 12. m̃. 2.

Iten, de. 10 m̃. R. 20. sacar R. 20 m̃. 3. restã. 13. m̃. R. 80.

Iten, de. 5. sacar. 5. m̃. R. 5. resta R. 5.

Iten, de R. 48. sacar. 7. m̃. R. 3. resta R. 75. m̃. 7. es la razon, porque de R. 48. sacar m̃. R. 3. resta la sũma delas dos raizes, la qual es R. 75. con declaracion de p̃, y desta R. 75. sacar. 7. resta R. 75 m̃. 7.

Iten, de R. 48. sacar R. 3. m̃. 1. restan. R. 27 p̃. 1.

La raiz vniuersal se saca de otra raiz vniuersal, o de numero, o de raiz simple, o ligada, por la via de p̃, y de m̃.

## *Repartir en Raizes. Cap. 12.*

ASsi como en los numeros multiplicando vno por otro, hazemos vn tercero, el qual si partimos por el vno de los dos nos da el otro. Assi tambiẽ en las raizes es lo mismo. Por lo qual quiẽ sabe multiplicar vna raiz por otra, facilmẽte sabra repartir. Y la Regla sera esta, q̃ primeramẽte el partidor y la raiz que ha de ser partida, sean reduzidos a vna misma naturaleza, si no lo fueren, y luego partiremos el numero o quadrado de la

raiz

raiz q̃ queremos partir,por el numero o quadra-
o dela raiz q̃ hazemos partidor,y la raiz del quo-
iente sera la raiz quociẽte en essa particion. Ex-
mplo,si queremos partir R.20. por R.5. diremos
ssi:20.partidos por.5.vienẽ 4.por lo qual partien
lo R.20.por R.5.sera el quociente R.4.Iten,parta-
nos R.12.por.3.primeramente cõuerteremos el.3.
n raiz segunda,y sera R.9.y partiremos luego R.
2.por R.9. y sera el quociente R. $1\frac{1}{3}$. Iten,parta-
nos.10.por R.20 los.10.conuertidos en raiz seran
.100. partiendo pues.100.por.20.vienen.5.y sera
or tanto el quociente R.5. Delas raizes com-
uestas daremos algunos exemplos.
Partamos L.R.15.p̃ R.12.por R.3. partiẽdo R.15.
or R.3 viene R.5.y partiendo R.12.por R.3.viene
.4.y sera por tãto todo el quociẽte L.R.5.p̃ R.4.
tẽ,partamos L.R.40.p̃.8.por.6.cõuertiremos pri
neramẽte los.6.en raiz,y sera R.36. y partiremos
uego R.40.por R.36.y verna R. $1\frac{1}{9}$.y porq̃ partiẽdo
por.6.viene.$1\frac{1}{3}$.sera todo el quociẽte R. $1\frac{1}{9}$.p̃.$1\frac{1}{3}$.
Y seremos acordados q̃ partiẽdo mas por mas,
menos por menos,viene mas . Pero partiendo
nas por menos,o menos por mas,viene menos.
xẽplo,si partieremos R.30.m̃.R.3.por R.15 vernã
.2.m̃.R.$\frac{1}{5}$. Iten,si partieremos R.20 m̃.2.por R.8.
erna R.2 $\frac{1}{2}$. m̃. R.$\frac{1}{2}$. Y si partieremos.40.m̃. R.12.
or.4. vernan.10 m̃. R.$\frac{3}{4}$.
Iten,si partieremos R.V.13.p̃ R.7.por R.5. verna
.V.$2\frac{3}{5}$.p̃ R.$\frac{7}{25}$. Es la razon:Porque el quadrado de
.V.13.p̃ R.7.es.13.p̃ R.7.y el quadrado de R.5.es
partiendo pues.13.p̃ R.7.por.5.vienẽ.$2\frac{3}{5}$. p̃ R.$\frac{7}{25}$.
uya raiz vniuersal sera lo que viene partiendo
.V.13.p̃ R.7. por R.5.

Pero porque todos los exemplos que auemos dado son delas particiones en las quales el partidor o es numero,o raiz simple. Diremos agora el modo que deuemos tener en las particiones en q̃ el partidor fuere raiz ligada o vniuersal. Primeramente procuraremos q̃ el partidor siendo raiz compuesta sea conuertido en raiz simple por esta arte. Tomaremos otra raiz cõpuesta delos mismos nombres, solamẽte variada enel mas,y enel menos , por la qual multiplicaremos el nuestro partidor, y si fuere binomio , necessariamente el partidor resultara simple. Y multiplicaremos tãbien por la misma raiz compuesta la raiz que ha de ser partida,y lo que fuere produzido, sera lo q̃ se a de partir por el nueuo partidor simple. Partiremos pues como en los exemplos pasados hizimos ; y ternemos el quociente que buscauamos, como si de principio partieramos la quantidad propuesta por el partidor propuesto. La razon desta obra es muy clara,porque multiplicãdo las primeras quantidades ygualmente,queda la misma proporciõ entre lo que se parte y el partidor, por lo qual el quociente sera el mismo que tuuieramos sino hizieramos las tales multiplicaciones. Desto daremos este exemplo,para los que no son versados en demonstraciones : Este numero 12.partido por.3.da.4.por quociente,multipliquemos los.12.y los.3.por.5. y haremos.60.y.15. partiendo pues.12. vezes.5. que son.60. por.3. vezes 5.que son. 15. verna otra vez. 4. como de antes. Y que vna raiz compuesta como es vn binomio, multiplicada por el su residuo,haga numero, no se puede negar. Por que por la multiplicacion de

cada

cada vna delas partes en si misma, el produzido es numero, y las otras dos multiplicaciones son escusadas, porque lo q̃ por la vna se haze, se deshaze por la otra. Como si el partidor fuese R.7.p̃.R.5. multiplicariamos esta raiz ligada por R.7.m̃.R.5. y el produzido seria el numero 2. Porque poniendo estas dos raizes en su orden para las auermos de multiplicar R.7. por R.7. haze.7. y m̃.R.5. por p̃.R.5. haze m̃.5. Las otras dos multiplicaciones en * son excusadas, porque lo que vna haze, deshaze la otra: sera luego la dicha multiplicaciõ 7.m̃.5. cuyo valor es.2. Assi que quando el partidor fuesse R.7.p̃ R.5. multiplicando lo por su residuo, el qual es R.7.m̃ R.5. y la quantidad q̃ se propuso para partir multiplicandola tambien por el mismo residuo, terniamos por partidor el numero.2. y la quantidad que se propuso para partir, seria buelta en otra compuesta, pero el quociente seria lo que deue ser, y antes seria. Agora resta traer algunos exemplos, en los quales el partidor sea raiz compuesta.

Partamos.10. por l.R.8.p̃ R.3. multiplicaremos primeramente R.8.p̃ R.3. por R.8.m̃ R.3. y haremos 8.m̃.3. que son.5. por partidor simple, y multiplicaremos luego.10. por R.8.m̃.R.3. y haremos R.800.m̃.R.300. que se an de partir por.5. cõforme a su regla, y vernan R.32.m̃ R.12. Porque R.800. partida por R.25. viene R.32. y m̃.R.300. partida por la misma R.25. viene m̃.R.12.

Iten, partamos R.50. por R.12.m̃.2. multiplicaremos primeramẽte R.12.m̃.2. por R.12.p̃.2. y haremos.12.m̃.4. que son.8. y estos quedaran por partidor. Y multiplicaremos tambien R.50. por R.12.

p̃.2.

p̃.2. y haremos R.600.p̃ R.200.La qual raiz ligada partiremos por.8.y vernan R.9.$\frac{3}{8}$ p̃ R.3.$\frac{1}{8}$,

Iten,partamos R.15.por R.V.3.p̃ R.5.multiplicaremos primeramente R.V.3. p̃ R.5. por R.V.3.m̃ R.5.y haremos R.4.que sera el partidor. Y multiplicaremos tambien R.15. por R.V.3. m̃ R.5.y haremos R.V.45.m̃ R.1125. la qual partiremos por R.4. y verna por quociente R.V.11.$\frac{1}{4}$.m̃ R.70.$\frac{5}{16}$.

Iten,partamos.20.por R.V.10 m̃ R.5.multiplicaremos primeramente R.V.10 m̃ R.5. por R.V.10. p̃ R.5.y haremos R.95.q̃ sera el partidor. Y multiplicaremos tambien el numero.20.por R.V.10 p̃ R.5. y haremos R.V.4000.p̃ R.800000.la qual raiz vniuersal partiremos por R.95. Y verna por quociente R.V.42.$\frac{2}{19}$.p̃ R.88.$\frac{232}{361}$.

Iten,partamos R.V.4.p̃ R.25. por R.V.1.p̃ R.9. multiplicaremos primeramente R.V.1. p̃ R.9.por R.V.1.m̃.R.9. y haremos R.1 m̃.9. que es R.m̃.8.y este sera el partidor. Y multiplicaremos tambien, R.V.4.p̃ R.25.por R.V.1.m̃.R.9.y haremos R.V.4.p̃ R.25.m̃.R.144.m̃.R.225.la qual raiz vniuersal auemos agora de partir por R.m̃.8. Y por que lo que se declara por mas, siempre se pone enel principio della raiz o quantidad qualquiera que sea, y porque el menos siendo partido por menos viene menos, y el mas siendo partido por menos, viene menos,sera por esta causa el principio desta particiõ en las partes del quadrado desta raiz vniuersal,las quales estan al cabo, porque se declaran por menos,y el partidor tanbien por menos. Y diremos assi,m̃.R.225.partida por m̃.8. da enel quociẽte p̃.R.3.$\frac{33}{64}$.y m̃.R.144.partida por m̃.8. da enel quociẽte p̃ R.2$\frac{16}{64}$.pero p̃ R.25.partida por

m.

m̄.8.da enel quociente m̄ R.$\frac{25}{64}$.y p̄.4.partidos por m̄.8.dan el quociēte m̄ $\frac{1}{2}$.Y ſera por tanto el total quociēte vna raiz vniuerſal de toda eſta ligatura, conuiene a ſaber R.V.R.3 $\frac{33}{64}$.p̄ R.2$\frac{16}{64}$.m̄. R.$\frac{25}{64}$.m̄.$\frac{1}{2}$. Y eneſte exemplo auemos vſado de numeros quadrados,para que veamos por experiencia,como la regla del partir nos trae por tantos rodeos, lo que verdaderamente deue en la particion venir por quociente: Porque el valor dela raiz vniuerſal,que propoſimos para ſe auer de partir,es. 3. por ſer raiz deſta sūma.4.con raiz de.25. Y puſimos que el partidor fueſe R.V.1.p̄ R.9.la qual raiz vniuerſal vale. 2 por ſer raiz deſta sūma. 1. con raiz de.9. y aſsi queda en lugar de R. 4. y manifieſto es,que partiendo .3.por.2. viene.1$\frac{1}{2}$. q̄ es raiz de.2$\frac{1}{4}$. Y a eſto miſmo reſponde hecha la multiplicacion por R.V.1.m̄.R.9. por que las quantidades produzidas ſon R.V.4.p̄ R.25. m̄ R. 144. m̄ R. 225. a partir por R.m̄. 8. y eſto veremos por experiencia hecha la computacion. Porque.4.con R.25.hazē.9. y R.144.es.12. que con R.225.la qual es.15.hazen. 27. que ſe declaran por menos. Vale luego eſta compoſicion.9.m̄.27.q̄ ſon m̄.18.como ſe ve por el arte de sūmar mas con menos. Auemos por tanto de partir R.m̄. 18.por R.m̄. 8. en la qual particion verna por quociente p̄ R.2.$\frac{1}{4}$.porq̄ quando menos ſe parte por menos, viene enel quociente mas. La qual R.2$\frac{1}{4}$.es.1$\frac{1}{2}$,que es lo que hallauamos que auia de venir en la particion de las primeras quantidades, y lo q̄ viene por eſta particion ſiguiendo ſu regla. Porque hallamos que el quociente era R.V. 3$\frac{33}{64}$. p̄ R.2$\frac{16}{64}$. m̄. R.$\frac{25}{64}$. m̄. $\frac{1}{2}$.que vale lo miſmo. Porque R.3 $\frac{33}{64}$.es.1$\frac{7}{8}$. la qual

jun-

junta con R. $2\frac{16}{64}$. q̃ es .$1\frac{1}{2}$. hazen ambas juntas .$3\frac{3}{8}$. Y dela otra parte m̃ $\frac{1}{2}$. junto con m̃ $\frac{5}{8}$. que es R $\frac{25}{64}$. hazen m̃.$1\frac{1}{8}$. Por tanto quien sũmare p̃. $3\frac{3}{8}$.con m̃ $1\frac{1}{8}$. hara p̃.$2\frac{1}{4}$.y tanto vale neceſſariamẽte eſta ligatura R. $3\frac{33}{64}$.p̃ R.$2\frac{16}{64}$. m̃ R $\frac{25}{64}$.m̃ $\frac{1}{2}$. Por lo qual ſu raiz vniuerſal ſera tanto como raiz de.$2\frac{1}{4}$.la qual es .$1\frac{1}{2}$. y eſto es lo que la regla da por quociente. Los Arithmeticos practicos huelgan ſe con eſtas prueuas o experiencias. Pero el que tuuiere demonſtracion dela regla de que vſa, no tiene neceſſidad de otra prueua, y no traemos la demonſtracion del partir vniuerſalmente, porque facilmente ſe podra ſacar dela demõſtracion del multiplicar. Y eneſte poſtrero exemplo reſulto por partidor R. m̃.8. porque queſimos multiplicar el partidor R.V.1.p̃ R.9.por R V.1.m̃.R.9.Pero a quiẽ eſto no quadrare, y tuuiere eſcrupulo enel partir por R.m̃.8. licencia le queda para conuertir R.v.1.p̃ R.9. en eſta R.v.R.9. p̃.1. que ſignifica lo miſmo, y ſera el reſiduo R.v. R.9.m̃.1. y multiplicando R.v.R.9.p̃.1. por R.v.R.9.m̃.1.verna por partidor p̃.R.8. y multiplicando R.v.4.p̃ R.25. por R.v.R.9.m̃.1.haremos R.v.R.144.p̃.2.R.225.m̃.4.m̃.R.25. a partir por p̃ R.8. y verna el miſmo quociente, el qual era R.v.R.$2\frac{1}{4}$.p̃.R.$3\frac{33}{64}$.m̃ $\frac{1}{2}$.m̃.R $\frac{25}{64}$. Y queſimos obrar por aquel modo, para que ſepamos, que ſiempre viene lo miſmo. Pero mas inteligible es, la menor quantidad del reciſo ſer declarada por menos.

Y la miſma arte nos podra ſeruir para partir numero o raiz ſimple por trinomio, quadrinomio, o qualquier otro multinomio. Porque iremos mudando el mas en menos, y el menos en mas;

tantas

tantas vezes quantas cumpliere, y haremos tantas multiplicaciones, hasta que paremos en partidor simple. Y multiplicaremos la quantidad simple que nos fue propuesta para se auer de partir, por las mismas quantidades, por las quales multiplicamos al partidor, y pararemos en quãtidad compuesta, para partir por el partidor simple. Y haremos nuestra particiõ assi como auemos enseñado. Exemplo, partamos.100.por R.3. p̃ R.5 p̃ R. 6. esto se hara por esta arte, que multiplicaremos el partidor R 3.p̃ R.5.p̃ R.6. por R.3.p̃ R.5. m̃ R. 6. y haremos vn binomio, delqual sera la primera quá tidad el duplo dela raiz que se haze multiplicando la primera raiz por la segunda. Y sera la segũda quãtidad, lo que queda sacando el numero de la tercera raiz dela sũma delos numeros dela primera raiz y segunda, y sera por tanto este binomio R 60 p̃.2. porque R.3.por R.5. hazen R.15 y esta doblada sera R.60. y sacando 6. de.3. y 5. que hazẽ 8. restan.2. Y esto se prueua ser assi, haziendo la multiplicacion como el arte enseña. Y multiplicaremos tambien.100.por R.3.p̃ R.5.m̃ R. 6. y haremos R.30000 p̃ R 50000.m̃ R.60000. Por lo qual la misma proporciõ aura entre R.30000 p̃ R 50000. m̃ R.60000.y R.60.p̃.2.q̃ ay entre.100.y R.3.p̃.R.5.p̃ R.6.porque fueron multiplicados por vn mismo multiplicador, el qual era R.3.p̃ R.5.m̃.R.6. Y por esta causa, vn mismo quociente verna partiendo 100.por R.3.p̃ R.5. p̃ R.6. y partiendo R.30 000.p̃. R.50000.m̃.R.60000. por R.60.p̃.2. Y porque aun R.60.p̃.2. es quantidad compuesta, multiplicaremos R.60.p̃.2.por R.60.m̃. 2. y haremos.60. m̃. 4. q̃ son.56.q̃ sera partidor simple. Y multiplicaremos

tam-

tambiẽ R.30000.p̃ R.50000.m̃.R.60000.por R.60.m̃.
2. y haremos este senomio R.1800000.p̃ R 3000000
p̃ R.240000.m̃ R.3600000.m̃.R.120000.m̃.R.200000
a partir por.56 y verna el mismo quociente, que
vernia partiendo.100. por R.3. p̃ R.5. p̃ R.6.
Y si nos pluguiere, tanto q̃ R.60. p̃.2. fuere multiplicada por R.60.m̃.2. no curaremos de multiplicar R.30000.p̃ R.50000 m̃. R.60000. por R.60.m̃.2. Mas partiremos luego R.30000. p̃ R.50000.m̃.R.60000. por.56. Pero despues desto auemos de multiplicar el quociente por ese reciso R.60.m̃.2. para que tengamos el verdadero quociente. La razon desto es, que tanto haze multiplicar.12.por.3. y despues partir el quociente por.2. como partir.12.por.2.y despues multiplicar por.3.
Y el mismo modo q̃ tenemos para reduzir el partidor a partidor simple, quãdo enla cõposiciõ del dicho ptidor ouiere raizes quadradas, ternemos quando en el ouiere raizes quadradas de raizes quadradas. Exẽplo, si queremos partir el numero 10.por RR.5.p̃ RR.3.multiplicaremos RR5.p̃ RR.3.por RR.5.m̃. RR.3. y sera el producto R.5.m̃.R.3. y multiplicaremos tambien el numero.10.por RR.5 m̃. RR.3. y sera el producto RR.50000. m̃. RR.30000. y quedara la misma proporciõ entre estos dos productos, que ha entre el numero.10. y RR.5. p̃ RR.3. y porq̃ aun el partidor no es simple, bolueremos a hazer otra multiplicacion, y sera multiplicando assi vn producto, como el otro por R.5.p̃ R.3 Multiplicando pues R.5.m̃. R.3. por R.5 p̃ R.3. haremos 5.m̃.3.que valẽ.2.y este numero.2.sera el partidor simple, por el qual partiremos lo q̃ se hiziere multiplicando RR.50000. m̃. RR.30000. por el vltimo
mul-

multiplicante, el qual es R.5.p̃ R.3. porque pues la quantidad multiplicante es vna mifma, la proporcion fera la mifma que antes era, y verna vn mifmo quociente. Y el mifmo modo ternemos quando el partidor fuere trinomio, o quadrinomio, o qualquier otro multinomio de raizes quadradas. Pero fabe, que afsi como el partidor fe va haziendo fimple, afsi la quantidad q̃ auemos de partir fe va haziendo mas compuefta por efta arte de reduzir.

Y quãdo el partidor fuere binomio de raizes cubicas, tambien fe podra traer por multiplicacion a partidor fimple, pero la arte fera differente. Exemplo, fi queremos partir .10. por R.cu.5.p̃.R.cu. 3. multiplicaremos en fi mifma R.cu.5.y hara R. cu.25. y multiplicaremos en fi mifma R.cu.3.y hara R. cu. 9. y multiplicaremos la vna raiz por la otra, y haran R.cu.15.y eftas tres raizes engendradas, ferã proporcionales. afsi como R.cu.25. para R.cu.15. afsi R.cu.15. para R.cu.9. Pornemos pues a las dos extremas declaraciõ de p̃.y a la del medio declaraciõ de m̃.y conftituiremos el trinomio R. cu 25.m̃ R.cu.15.p̃ R.cu.9. por cõmun multiplicador, por el qual ha de fer multiplicado el numero 10.y el partidor R.cu.5 p̃ R.cu.3. Multiplicãdo por tanto.10.por R.cu.25.m̃. R.cu.15. p̃ R.cu.9. haremos R.cu.25000. m̃. R.cu.15000. p̃ R.cu. 9000. y multiplicaremos tambien R.cu.5.p̃ R.cu.3.por el mifmo trinomio, que es commun multiplicador, lo qual fe hara fin ningun negocio, porque juntaremos el numero.5.con el numero.3. y haran.8. q̃ fera partidor fimple, porque tanto es forçado q̃ fea el producto, multiplicando extenfamente cõforme

forme al arte R.cu.5.p̃ R.cu.3.por R.cu.25.m̃.R.cu.15.p̃ R.cu.9. Y para demonſtracion deſto prouare mos primeramẽte que las tres raizes cubicas engendradas ſon proporcionales,como dicho auemos.Porque R.cu.5.multiplicada por R.cu.5.hizo R.cu.25. y R. cu.3. multiplicada por la miſma R.5. hizo R.cu.15.Vuo luego vn cõmun multiplicador el qual es R.cu.5. y ſera por eſta cauſa tal proporcion de R.cu.25.para R.cu.15.como de R.cu.5.para R.cu.3.Son las cubos proporcionales,porque ſon ygualmente multiplices.25.y 15.de.5.y 3.y las raizes cubicas tambiẽ ſon proporcionales en la tercia parte dela proporcion delos cubos,como por Euclides fue demonſtrado.Y por la miſma manera,demonſtraremos que de R.cu.15.para R.cu.9. es como R.cu.5.para R.cu.3.porque R.cu.5. multiplicada por R.cu.3. hizo R.cu.15. y R.cu.3. multiplicada por R.cu.3. hizo R. cu. 9. vuo luego vn multiplicador commun,el qual es R. cu.3. y ſera por eſta cauſa tal proporcion de R.cu.15. para R. cu.9.como de R.cu.5.para R.cu.3. y porq̃ la miſma demonſtramos ſer de R. cu.25. para R. cu. 15. prop orcionales ſeran luego las dichas tres raizes,aſſi como R.cu.25.para R.cu.15. aſſi R. cu. 15. para R.cu.9. Agora reſta demõſtrar,q̃ para multiplicar R.cu.5.p̃ R.cu.3. por R.cu.25. m̃. R.cu.15.p̃. R.cu.9. baſtara juntar.5. con 3. que ſon los cubos del binomio en vna ſũma,y hazen.8.y tanto ſera el producto por eſa multiplicacion. Porque ponerlos emos en orden, como ſolemos hazer en las multiplicaciones, y diremos aſſi: R.cu.5. por R.cu.25. haze R. cu. 125. la qual es el numero. 5. porque la R. cu.5. fue multiplicada en ſi, y hizo

el

el ſu quadrado, q̃ es R.cu.25. y pues agora la boluemos a multiplicar por el ſu quadrado,

| | | |
|---|---|---|
| R.cu.25. | m̃ R.cu.15. | p̃ R.cu.9 |
| | R.cu.5. | p̃ R.cu.3. |
| | R.cu.125. | p̃ R.cu.27. |
| | 5. | 3. |

es luego forçado, que el producto por eſta tal multiplicacion ſea el cubo dela miſma raiz cubica de.5. el qual no es otro ſino.5. o R.cu.125. que es el miſmo. 5. y eſto es muy claro a quien mira como ſe engẽdran los cubos, por lo qual eſta quãtidad que es R.cu.5. multiplicada cubicamente, engendra el ſu cubo que es.5. Y por la miſma razon multiplicando R.cu.3. por el ſu quadrado q̃ es R.cu.9. haremos el ſu cubo, que es el numero 3. o R.cu.27. que es lo miſmo. Son luego los dos productos numeros, delos quales conſta numero el qual es.8. Y ſera eſte numero.8. el producto de toda la multiplicacion del binomio por el trinomio: porque la multiplicacion que ſe haze dela R.cu.5. por R.cu 9. ſe deshaze por la multiplicacion dela R. cu.3. por R. cu. 15. que eſta declarada por m̃. y la multiplicaciõ que ſe haze dela R.cu.3. por R.cu.25. ſe deshaze por la multiplicacion de la R.cu.5. por R.cu.15. que como auemos dicho eſta declarada por m̃. Y que ſea forçado deshazeren ſe, es eſta la demonſtracion, que por quanto auemos prouado, que la proporcion de R.cu.15. para R.cu.9. es aſſi como de la R. cu. 5. para R. cu. 3. tanto ſe hara luego multiplicando la primera deſtas. 4. quantidades, que es R.cu.15. por la quarta, que es R.cu.3. como multiplicando la ſegunda, que es R.cu.9. por la tercera, que es R.cu.5. eſto es demõſtrado por Euclides enel.6. libro. Y porque la ſe-

gunda por la tercera haze p̃. y la primera por la quarta haze m̃. deshaze luego vna multiplicaciõ ala otra. Por la misma arte demonstraremos que las otras dos multiplicaciones se deshazen la vna ala otra, porque la proporcion de R.cu.25. para R.cu.15. es assi como dela R.cu.5. para la R.cu.3. como auemos demonstrado. Luego tanto se hara multiplicando R. cu. 25. primera quantidad por R.cu.3. quarta, como multiplicando R.cu. 15. segunda, por R.cu.5. tercera quantidad. Y por que la primera por la quarta haze p̃. y la segunda por la tercera haze m̃. deshaze por esta causa vna multiplicacion ala otra, y quedan solamẽte en su vigor las dos multiplicaciones delas extremas. s. R. cu.5. por R.cu.25. y R.cu.3. por R.cu.9. y seran los productos 5. y 3. que hazen. 8. por el qual numero ha de ser partido el trinomio R.cu.25000. p̃.R. cu.9000.m̃.R.cu.15000. Y la demonstracion que auemos hecho es vniuersal, puesto que la auemos traido en este exemplo de partir el numero. 10. por R.cu.5. p̃.R.cu.3. Y la misma arte y demonstracion nos sirue para partir por residuo, como si nos dixessen, que partamos el numero.10 por R. cu. 5.m̃.R.cu.3. sera commun multiplicador el trinomio sobredicho, pero todas tres quantidades delas quales es compuesto, seran declaradas por p̃. y no juntaremos. 5. con. 3. para hazer partidor simple, mas antes sacaremos.3. de. 5. y quedan. 2. por partidor. De manera, que multiplicando R. cu. 5.m̃ R.cu.3. por R.cu.25.p̃ R.cu.15.p̃ R.cu.9. haremos.5.m̃.3. que es.2. y esto se prouara por la misma demonstracion que auemos hecho. Y puesto que en la demõstracion desta regla, y en muchas

otras

otras que auemos hecho desde el principio deste libro, nos aprouechamos dela proporcion, no auiendo aun della tratado, no aura por essa causa falta alguna en la doctrina. Porque primeramẽte nos en esta obra presuponemos los libros elementarios de Euclides. Iten, porque el tratado de las proporciones q̃ luego pornemos, puede tener qualquier lugar en este libro, o este en que lo ponemos, o enel principio, porque totalmente es independente delo passado, excepto en algunos exemplos que hazemos para declaracion.

# TERCERA PARTE

*de la segunda parte principal, que es el tratado delas Proporciones, y primeramente dela definicion de Proporcion. Cap. primero.*

PRoporcion es el respecto o comparacion que ha entre dos quãtidades de vna misma naturaleza, quãdo son cõparadas en la quantidad. Y aquellas quantidades llamamos en esta materia de vna misma naturaleza, que son tales, que la menor dellas multiplicada puede exceder la mayor. Y porque la linea por mas que se multiplique no puede exceder a la superficie, ny la superficie multiplicada puede exceder al cuerpo, diremos por tanto, que la linea, y la superficie, y el cuerpo, tienen differentes naturalezas, y por esta causa ny la linea con la superficie, ny la superficie, con el cuerpo tienen proporcion. Mas entre qua-

lesquier dos lineas, y entre qualesquier dos superficies aura proporciõ, o entrambas las lineas sean rectas, o entrambas curuas, o vna recta y la otra curua, y o las dos superficies sean entrambas planas, o entrambas curuas y gibosas, o vna dellas sea plana, y la otra curua. Y lo mismo sera entre qualesquier cuerpos de qualesquier figuras que sean, por quanto siendo el menor dellos multiplicado puede exceder al mayor. Y en los numeros es esto muy claro, porque qualquier numero por pequeño que sea, tanto se puede multiplicar q̃ exceda al mayor q̃ nos fuere propuesto. Por aquy entenderemos que si ouiesse linea infinita, no ternia proporcion con la linea finita, y q̃ el angulo dela contingencia aun que sea quantidad, no terna proporcion con el angulo del semicirculo, ny cõ el angulo rectilineo, porq̃ por mas que se multiplique no los puede exceder. Y porq̃ estos fundamentos son de Euclides, que de todos los Mathematicos son recebidos, sacamos tambien daquy esta doctrina, que para que aya proporcion entre dos quantidades, no basta lo que diximos ser necessario .s. que la menor delas dos quantidades siendo multiplicada pueda exceder la mayor, mas allende desso conuiene, que la differencia dellas siendo multiplicada, pueda exceder la menor. Y porque la differencia entre el angulo recto rectilineo, y el angulo del semicirculo, es el angulo dela cõtingencia dela linea recta enel circulo, el qual por mas que se multiplique no puede exceder al angulo del semicirculo, no aura por esta causa proporcion entre el angulo recto rectilineo y el angulo del semicirculo, ny entre el angulo

gulo

gulo de porcion de circulo y otro angulo que lo exceda en angulo de contingencia. Porque si nos quisieren dezir, q̃ entre ellos ha proporciõ, monstraremos que no quadra con la doctrina de Euclides, por este modo: Sean nos propuestas estas dos quantidades, vn angulo recto rectilineo, y vn angulo de semicirculo, los quales si nos dizen q̃ tienen proporciõ, compararlos emos al otro angulo de semicirculo ygual del primero, que toma mos por tercera quantidad. Y preguntaremos, qual es mayor proporcion, si la del angulo recto al angulo de semicirculo tercera quantidad, o la que tiene el angulo de semicirculo, que es la menor delas dos quantidades, para el angulo de semicirculo su ygual, que es la tercera. Y seran obligados a responder, q̃ conforme a la octaua proposiciõ del quinto libro de Euclides, aura mayor proporciõ del angulo recto para el angulo de semicirculo, que del angulo de semicirculo para el otro angulo de semicirculo. Porque enella es demonstrado, que si dos quantidades desiguales tuuieren proporcion con vna tercera quãtidad, aura mayor proporcion dela mayor para esa tercera, que dela menor. Mas que esta octaua proposicion del quinto libro de Euclides no pueda seruir para esto, haremos muy claro. Porque luego enel principio dela demõstracion, assi Theon, como Campano, mandan tanto multiplicar la differencia delas primeras dos quãtidades, hasta que se haga quantidad mayor que la tercera quantidad que fue propuesta, y esto toman por fundamento para demonstrar la dicha octaua proposicion del quinto libro. Y porque la differencia del

angulo recto, y del angulo del semicirculo es angulo de contingencia, el qual por mas que se multiplique no puede exceder al angulo de semicirculo, que es la tercera quantidad, no se prouara luego por la dicha octaua proposiciõ del quinto, auer mayor proporciõ del angulo recto al angulo de semicirculo, que del angulo de semicirculo al angulo de semicirculo de vn mismo circulo. Y no quadrando esto con la doctrina de Euclides, es consequencia, que segun la misma doctrina el angulo recto rectilineo no tiene proporcion con el angulo de semicirculo, ny el angulo de porcion de circulo con otro angulo que lo exceda en angulo de contingencia. Mas todo este nuestro discurso sera escusado, a quien tuuiere la opiniõ de Iacobo Pelletario, que muy doctamente y ingeniosamente trato la Geometria delos seis primeros libros de Euclides, el qual affirma que el angulo de contingencia no es quãtidad, y desto infiere que el angulo del semicirculo y el recto rectilineo son yguales. Y manifiesto es, que no siendo quantidad, no podra tener proporcion con quantidad. Trae para prueua desta su opinion la primera proposicion del decimo libro de Euclides, q̃ dize assi: Siendo nos propuestas dos quãtidades, si dela mayor dellas sacaremos mas que la mitad, y de lo que quedare otra vez mas que la mitad, y prosiguiendo en esta diminuicion, sacaremos siempre mas que la mitad de lo que quedare, tanto podremos proceder, hasta que quede vna quantidad menor que la menor delas dos q̃ nos fueron propuestas. Y esta proposicion applica a su proposito por esta arte, si el angulo de la con-

contingencia fuesse quãtidad, siguese que sacando del angulo rectilineo mas que la mitad, y de lo que quedare otra vez mas que la mitad, tanto podriamos proceder en esta diminuicion, hasta quedar algun angulo rectilineo menor que el angulo de contingencia, lo que consta ser impossible; y concluye por tanto, que el angulo de contingencia no es quantidad. Pero este argumento tiene facil respuesta; diziendo, que el angulo dela contingencia es quantidad, y que aquella primera propoſiciõ del decimo libro de Euclides se entiende de aquellas quãtidades que fueren de vna misma naturaleza, por la manera que auemos declarado, conuiene asaber que fueren tales, q̃ siendo la menor dellas multiplicada, pueda exceder la mayor. Y la prueua desto es, que Theon y Campano para la demonstracion dela misma proposicion mandan tanto multiplicar la menor, hasta q̃ exceda la mayor. Y Archimedes toma por principio, que el excesso en que la mayor quantidad excede la menor, tanto se puede multiplicar, hasta que exceda qualquier dellas, con tanto q̃ tengan entre si proporcion, y esto es ser de vna misma naturaleza. Por lo qual queda claro, q̃ puesto que el angulo dela cõtingencia sea quantidad, no es del numero delas quãtidades, delas quales trata aquella primera proposicion del decimo. Y q̃ sea quantidad dela doctrina del mismo Euclides se collige, porq̃ en la postrera parte dela .16. proposicion del tercero libro dize, que el angulo de la contingencia es menor que qualquier angulo agudo rectilineo, por pequeño que sea, y manifiesto es, q̃lo que no es quantidad, ny tiene quan-

tidad, no tiene este appellido de mayor, o menor, o ygual. Principalmente que en la demonstració desta postrera parte dela.16. del.3. por esta razon Theon y Campano concluden, ser el angulo de la contingencia menor que qualquier agudo, porq̃ queda metido dentro delas lineas que contienen al angulo agudo como parte suya. Y este mismo principio toma Archimedes en el primero libro de Sphæra y Cylindro, quando dize, que el continente es mayor que lo cõtento, y por aquy tambien podemos prouar, q̃ el angulo recto es mayor que el angulo del semicirculo. Y deste mismo parescer fue Iordano en los libros de ponderibus, porque si tuuieremos que el angulo dela contingentia no es quantidad, y que por esa causa el angulo del semicirculo no es menor que el angulo recto, la sciẽcia de aquellos sus libros quedara sin fundamento. Presuppone Iordano, que qualquier peso se buelue mas graue, o menos graue, por el sitio en que se halla. Porque en aquel sitio sera mas graue, enel qual el descenso fuere menos obliquo, y en aquel sitio sera menos graue, en el qual el descenso fuere mas obliquo, y esto puso entre los principios. Demuestra entonces en la segunda proposicion del primero libro, que si la balança tuuiere braços yguales, y dellos colgaremos pesos yguales, para ninguna parte podra auer inclinacion. Pero si con la mano, o por otro qualquier modo, baxaremos el vno de los braços, al punto que quitaremos la mano, el peso q̃ por violencia teniamos en baxo, boluera luego a sobir, y quedara al niuel cõ el peso del otro braço. Pero si estando assi en baxo le acrecentaremos

qual-

qualquier peſo, por muy pequeño que ſea, en tal caſo no boluera para cima, antes deſcendera de todo. Y para demonſtracion deſta poſtrera parte demueſtra por Geometria, que el peſo que eſta en alto en aquel ſitio tiene menos obliquo deſcenſo, y por eſa cauſa ſera mas graue por el ſitio, y que el peſo que eſta en baxo terna mas obliquo deſcenſo, y por eſta cauſa ſera menos graue por el ſitio, y eſtas obliquidades del deſcenſo nota por angulos que ſe hazen por lineas que van al centro del mundo, con los arcos del circulo, que los dichos peſos hazen ſobre el axe de la balança. Y demueſtra que el angulo de mayor obliquidad, q̃ tiene el peſo que eſta enbaxo, excede al angulo de menor obliquidad, la qual tiene el peſo que eſta encima, en vn angulo de contingencia de dos circulos. De manera que por razõ deſta obliquidad, pueſto que los peſos ſeã yguales, el que eſtuuiere enel ſitio alto baxara, y hara ſobir el ſu ygual que eſta enel ſitio baxo. Pero añadiendo al peſo que eſta en baxo qualquier peſo por muy pequeño q̃ ſea, deſcendera entonces eſe tal peſo aſſi acrecentado, y hara que ſuba el otro. Porque ſiendo dos angulos differentes en vn angulo de cõtingencia, ſeran menos deſiguales q̃ qualesquier otras dos quantidades, como ſon dos lineas, o dos ſuperficies, o dos cuerpos, y por eſta cauſa haze mas para el deſcenſo del peſo que eſta enbaxo, añadirle qualquier pequeño peſo, que lo que hara para el deſcenſo del peſo q̃ eſta encima, tener el deſcenſo menos obliquo. Y deſta demõſtracion colligimos que conforme a eſta doctrina de Iordano, el angulo dela cõtingencia es quantidad, y que el an-

gulo recto es mayor que el angulo de semicirculo. Y no es de creer Hieronymo Cardano, el qual dize enel libro delas subtilezas, que Iordano no demonstro lo que del auemos allegado, antes lo que el mismo Cardano demuestra, de Iordano lo hurto, y lo que dize declarando a Aristoteles en la mechanica, esto es de su cabeça, y es falso, veafe la traducion de Victor Fausto, porque el otro interprete no sabe lo que dize. Y acrecentaremos otra razon, que el angulo de contingencia tiene su extension, pues se parte por lineas circulares, y que el angulo dela contingencia de dos circulos yguales es duplo del angulo dela contingencia q̃ haze la linea recta que pasa por entre ellos, pues lo contiene dos vezes ygualmente, y porq̃ tanto monta ser vno duplo del otro, como tener con el proporcion dupla, y la proporcion es comparacion entre dos quantidades, siguese por tanto q̃ el angulo de la contingencia es quantidad. Esto noto de Iordano, q̃ hablo impropriamente, quando dixo en la demonstracion dela misma segunda proposicion, que del angulo dela mayor obliquidad para el angulo dela menor obliquidad, es menor proporcion, q̃ entre dos qualesquier quãtidades desyguales, de la mayor para la menor. Porque acima tenemos prouado, que siendo dos angulos differentes por angulo de contingencia, no ha entre ellos proporcion. Mas por quanto en las otras quãtidades, quanto mas la menor se va llegando a la mayor, tanto la proporciõ dela mayor para la menor va diminuyendo, consyderando esto Iordano, y viendo que el angulo dela mayor obliquidad excede al de menor obliquidad


en

en angulo de contingencia, que es menor differẽcia que la delas otras quantidades, queremos dezir, que estos angulos distan menos vno del otro, o se allegan mas, que las otras quantidades desyguales, por esta causa impropriamẽte hablando dixo, que la proporcion delos angulos dela obliquidad es menor que la delas otras quantidades desiguales. Son empero estas cosas muy menudas y mal sabidas, y por ventura es verdadera la opinion de Iacobo Pelletario, mas nos hablamos en esto cõforme a la doctrina delos autores, y la definicion de proporcion que traemos es sacada de Eu. enel 5. libro, la qual comprehende la proporcion de los numeros, lineas, superficies, cuerpos, angulos, tiempos, sonidos, y mouimientos. Y auemos de notar, quanto a Iordano, que el haze sus demonstraciones en balanças de lineas indiuisibles, cuyo centro o axe es vn punto, porq̃ en las nuestras esta claro que puede vn braço tener mayor peso, y no descendir del todo, y tambien paresce q̃ imagina hazerse el peso, en lugar que imagina ser vacuo, porq̃ si el lugar fuere lleno, tan chico peso podriemos acrescentar, que resista mas el cuerpo. s. ayre, o agoa, adonde se haze el peso a su diuision, que lo que haze para descẽdir el otro braço, el pequeño peso q̃ se le acrecẽto.

## ¶ Diuision dela Proporcion. Cap. 2.

DIuidese la proporcion primeramẽte en dos generos. s. en proporcion de igualdad, y en proporcion de desigualdad. La proporcion de igualdad, es la proporcion q̃ ha entre dos quãtidades iguales, como es la proporcion de. 2. para

2. y de.3.para.3. Esta proporcion de igualdad no se puede mas diuidir en otras species. La proporcion de desigualdad es entre dos quãtidades desyguales, assi como es la proporcion de.5. para.3. o de.3. para. 4. y diuidese en la proporciõ de mayor desigualdad, la qual es de la mayor quãtidad para la menor, como es la proporcion de. 5. para 2. o de.2.para.1. y en la proporcion de menor desygualdad, la qual es del menor para el mayor, como es la proporcion de. 2. para.5. o de. 1. para. 2. y el primero termino de la proporcion se llama antecedente, y el segundo termino consequente, assi que en la proporcion de.5. para.2. es.5. el antecedente, y 2. es consequente: pero en la proporcion de.2.para.5. es el numero.2. antecedente, y es el numero. 5. consequente, y es esta de menor desigualdad, y la otra de mayor desigualdad.

Este genero de proporcion que comprehende la mayor y menor desigualdad, se diuide en proporcion racional, y en proporcion irracional. La proporcion racional, es entre dos quantidades commensurables o communicantes. Y aquellas quantidades llamamos commensurables o cõmunicantes, que tienen parte aliquota commun a entrambas essas quantidades, o son tales que la menor es parte aliquota de la mayor. Parte aliquota se dize aquella quantidad, que siendo multiplicada por algun numero, constituye justamẽte la quantidad de la qual es parte, como es la vnidad en respecto de todos los numeros, y.2. del numero.4. y de.6. y de.10. y por esta causa la mitad de qualquier quantidad, y el tercio, y el quarto, y el quinto, y el sexto, y todas las otras se llaman

man ſus partes aliquotas. Aſſi que ſiendo nos propueſtas dos quantidades, ſi hallaremos q̃ tienen vna miſma quantidad por parte aliquota, o que vna dellas es parte aliquota dela otra, diremos que la proporcion que entre ellas ha es racional, aſſi la de mayor deſigualdad, como la de menor deſigualdad, como es la proporcion que ha entre.6. y 8. los quales numeros tienen.2.por parte aliquota, porque el numero .2. es el tercio de .6. y el quarto de.8. y porque la vnidad es parte aliquota de todos los numeros,por eſta cauſa toda proporcion entre numeros es racional,y la miſma vnidad con todos los numeros terna proporcion racional.Pero ha otras quantidades,que no tienen parte aliquota commun, ny vna es parte aliquota dela otra,como ſon el diametro del quadrado y el ſu lado,porque ninguna parte aliquota del lado ſera parte aliquota del diametro, por mas diuiſiones q̃ imaginemos en eſtas dos quantidades, y eſto no es por defecto de ſciencia humana,como es la quadratura del circulo,mas porque repugna a la naturaleza del lado,tener parte aliquota,que ſea cõmun del diametro,y llamanſe por eſta cauſa quantidades incommunicantes o irracionales,o incommenſurables,y la proporciõ ſe llama irracional,la qual tiene la vnidad,o qualquier numero con la raiz de qualquier numero no quadrado. Exemplo, eſte numero. 10. no es quadrado, porque no ha numero que multiplicado en ſi miſmo haga.10. empero hallarſe ha vna linea,la qual pueſto que no ſea algun numero de palmos, podra toda via engendrar vna figura quadrada de.10.palmos,por el modo q̃ los Geome

me

metras por multiplicacion de lineas hazen sus rectangulos conforme al segundo libro de Euclides, y esta linea se llama raiz sorda de .10. la qual con ningun numero, ny con la vnidad terna proporcion racional, y destas quãtidades podremos assignar quantas quisieremos. Pero entre raizes sordas, que son de numeros no quadrados, puede auer proporcion racional. Exemplo, entre R.2. y R 8. ha proporcion racional, porque R.2. es la mitad de la R.8. Y entre R.8. y R.32. ha tambien proporcion racional, porque communican en parte aliquota, la qual es R. 2. que es la mitad de R. 8. y la quarta parte de R.32. Y lo mismo hallaremos en estas tres quantidades R.3 R 12. R.48. y en estas R. 5. R.20. R.80. y en infinitas otras.

La proporcion de mayor desigualdad y racional tiene .5. generos. s. superparticular, superparciente, multiplice, multiplice superparticular, y multiplice superparciente. Proporcion superparticular es, quando la mayor quantidad contiene vna vez la menor, y vna sola parte aliquota de la misma menor, y esta tiene muchas species. Porq̃ si la parte aliquota es la mitad, llamase sesquialtera, como es la proporcion de .3. para .2. y de .6. para .4. y de .15. para. 10. y de R. 18. para R. 8. y de R. 27 para R. 12 Mas si la parte aliquota fuere vn tercio, llamarse ha sesquitercia, como es la proporcion de .4. para .3. y de. 8. para. 6. y de R. 32. para R. 18. Y si fuere quarta parte, llamarse ha sesquiquarta, como es la proporcion de .5. para .4. Y las otras species son sesquiquinta, sesquisexta, y sesquiseptima, assi como los numeros van creciẽdo en la orden natural, porque siempre el mayor para

ra el menor, que esta cerça del, tiene proporcion superparticular. Y porq̃ la differencia dellos es la vnidad, por esta causa la parte aliquota toma su denominaciõ del numero menor. Proporcion superparciente es, quando la mayor quantidad cõtiene la menor vna vez, y muchas partes aliquotas dela menor, que no pueden cõstituir vna parte. Y segundo fuere el numero delas partes aliquotas, y la qualidad dellas, assi sera el nombre de la proporcion superparciente. Por que si fueren dos partes, podra ser superbiparciente tercias, como es de. 5. para. 3. y de. 10. para. 6. y de R. 50. para R. 18. porque el excesso dela mayor sobre la menor es dos tercios dela menor. Y podra ser superbiparciente quintas, como es la proporciõ de. 7. para. 5. porque el excesso es dos quintos. Mas de. 9. para. 7. sera proporcion superbiparciẽte septimas, y assi yra variando conforme ala qualidad delas partes aliquotas, que son el excesso dela mayor quantidad sobre la menor. Pero si las partes aliquotas fueren tres, llamarse ha supertriparciẽte, la qual terna tambien sus differencias segun la qualidad delas partes. Exemplo, de. 7. para. 4. es proporcion supertriparciens quartas, mas de. 8. para. 5. sera supertriparciens quintas, y de. 10. para 7. supertriparciens septimas, que son species differentes. Porque no es la misma proporcion de 10. para. 7. y de. 8. para. 5. y de. 7. para. 4. Y por esta misma orden van las proporciones delas otras quantidades que tienen de excesso tres partes aliquotas, como es la proporcion supertriparciens octauas, decimas, vndecimas, decimas tercias, decimas quartas, mas no aura proporcion q̃ se llame

me ſuperbiparciens ſextas, ny ſupertriparciens nonas, porque dos ſextos, o tres nonas es vn tercio, y quando tal fuere el exceſſo dela mayor quãtidad ſobre la menor, llamarſe ha proporciõ ſeſquitercia, la qual es del primero genero. Y deſta nueſtra doctrina queda manifieſto, q̃ en eſte genero ſuperparciente, para que dos ſuperparciẽtes ſe llamen yguales, es neceſſario, que el numero de las partes aliquotas de vna ſea ygual al numero delas partes aliquotas dela otra, y que la qualidad de las partes ſea vna miſma. Y por eſta cauſa no es la miſma proporcion de. 10. para. 7. y de. 8. para 5. porque el vno de los exceſſos es $\frac{3}{7}$. y el otro es $\frac{3}{5}$. ny es la miſma proporcion de. 10. para. 7. y de 7. para. 4. porque el exceſſo de. 10. ſobre. 7. es tres ſeptimos, y llamaſſe proporcion ſupertriparciẽte ſeptimas, mas el exceſſo de. 7. ſobre. 4. es $\frac{3}{4}$. y la proporcion ſe dize ſupertriparciente quartas. Y en eſto ſe engaño Marſilio Ficino en el commento que hizo ſobre el Thimeo de Platon, porq̃ penſo que eſtos tres numeros 7. 5. y 3. eſtan conformados en proporcion Arithmetica y Geometrica juntamente. Pero la verdad es, que guardan entre ſi proporcion Arithmetica, y no Geometrica. Antes ſeria impoſſible eſtaren juntamẽte conformados en entrambas las proporciones, porq̃ entonces dezimos, q̃ tres numeros eſtan proporcionados en proporcion Arithmetica, quando en tantas vnidades excede el primero al ſegũdo, como el ſegundo al tercero, y porque el numero. 7. excede a. 5. en 2. vnidades, y. 5. excede a. 3. en otras tantas vnidades, pueſto q̃ el primero exceſſo ſea quintas, y el ſegundo tercias, dizen por tanto los

Ma-

Mathematicos,q̃ los dichos.3.numeros guardan proporciõ Arithmetica. Mas para q̃ fuessen proporcionales en ꝓporcion Geometrica,era necessario q̃ fuesse vna misma qualidad de las partes. Y porq̃.7.excede a.5 en.2/5.de.5.y el.5.excede a.3.en.2/3.de.3.por esta causa no se guarda la misma proporcion,y es mayor la proporciõ de.5.para.3 q̃ de.7.para.5.porq̃ mas es.2/3. q̃ .2/5 Y aduertiendo el mismo Marsilio Ficino,q̃ quãdo.3.numeros son proporcionales en proporcion Geometrica,tanto se haze multiplicãdo el primero por el tercero, como el segũdo en si mismo,y viendo q̃.5.multiplicado en si mismo,haze.25. pero 7.por.3.haze.21.q̃ son productos desiguales. respondio a esta objecion,q̃ le podrian hazer,q̃ esto se entiende en los generos superparticular,y multiplice,mas no en el genero superparciente,en lo que grandemente se engaño:porque en todos los generos de proporcion racional es aquello demõstrado por Euclides en la.20.del.7.libro,y en racionales y irracionales vniuersalmẽte en la.17.del.6. E boluiendo a nuestro proposito principal,dezimos,que el tercero genero de proporcion racional es multiplice,la qual es,quando la mayor quantidad cõtiene muchas vezes la menor justamente. Dupla si dos vezes,assi como.2.para.1.y R.8.para R.2. Tripla,si tres vezes,assi como.3 para.1.y R 18 para R.2. Quadrupla,si.4.vezes,assi como.4. para.1. y R.32. para R.2. y finalmente de qualquier numero para la.1.ha proporcion multiplice,la qual va variando en differẽtes especies,conforme al numero que se compara con la vnidad. El quarto genero es proporcion multiplice superparticular,la qual

es,quando la mayor quantidad contiene la menor muchas vezes,y vna sola parte aliquota,y segun el numero por el qual la menor quantidad entra en la mayor, y la qualidad dela parte, assi sera la proporcion distincta en especie dela otra que tal no es. Exemplo,de.5.para.2.sera proporcion multiplice superparticular,porque el mayor numero contiene al menor dos vezes,y la mitad del menor,y llamarse ha por tanto dupla sesquialtera,y de.7.para.2.sera tambiē proporcion multiplice superparticular: pero llamar se ha tripla sesquialtera,que sera especie distincta dela primera,y de.9.para.2.sera quadrupla sesquialtera,y en estos exemplos guardamos la parte aliquota, y hazemos la variedad en las vezes que la mayor quantidad cōtiene la menor. Pero si variamos la parte,y no variamos las vezes que la mayor cōtiene la menor, ternemos otras especies de proporcion distinctas entre si, y delas otras. De.7. para.3. sera dupla sesquitercia,de.9. para.4.dupla sesquiquarta, de.11. para.5. dupla sesquiquinta,y cōforme a esto nombraremos las otras especies. Y la misma doctrina guardaremos en el genero quinto,el qual es multiplice superparciēte,el qual es quando la mayor quantidad tiene la menor muchas vezes,y muchas partes aliquotas que no pueden constituir vna parte,y seran las sus especies dupla superbiparciens tercias,q̄ es de.8.para 3.tripla superbiparciens tercias de.11.para.3.quadrupla superbiparciens tercias de.14.para.3.y assi procederemos en las otras especies, variando el numero segun el qual el menor entra enel mayor, y guardando el numero y qualidad de las partes,

de

de.12. para.5. dupla ſuperbiparciens quintas, de 17.para.5. tripla ſuperbiparciens quintas, y por eſte modo en las otras. Y podremos variar el numero y qualidad delas partes, no variãdo las vezes que la quantidad mayor tiene la menor, y haremos otras eſpecies de multiplice ſuperparciente entre ſi diſtinctas. Porque el numero de las partes aliquotas, y las vezes q̃ la mayor tiene la menor, pueden creſcer en infinito, y la qualidad delas partes puede ir diminuyendo en infinito, y ſegun fuere la variedad, aſſi ternemos otras, y otras eſpecies de proporcion multiplice ſuperparciente, como ſon eſtas, dupla ſupertriparciens quartas de.11.para.4. y tripla ſuperbiparciẽs quintas de.17.para.5. q̃ ny en las vezes, q̃ la mayor quãtidad tiene la menor, ny enel nũero delas partes, ny en la qualidad dellas ſon conformes, porq̃ en la primera las vezes ſon.2. y en la ſegũda ſon.3. y enla vna el nũero delas partes es.2. y enla otra.3. y las vnas partes ſon tercias, y las otras quintas.

Las proporciones racionales de menor deſygualdad tienẽ los miſmos nombres de las proporciones de mayor deſigualdad, preponiendo les eſta particula ſub. Porque de.2. para.1. es dupla, pero de.1. para.2. es ſubdupla, de.3. para.2. es ſeſquialtera, pero de.2. para.3. es ſubſeſquialtera, y por eſta manera van las otras. Y para que no fabriquemos nueuas diffiniciones, diremos aſſi, que la proporciõ ſubdupla es del menor para el mayor, quando el mayor tiene al menor dos vezes juſtamente, y ſubſeſquialtera es del menor para el mayor, quando el mayor tiene al menor vna vez y media. Y deſta manera haziendo poca mu-

dança en las diffiniciones delas proporciones racionales de mayor desigualdad, ternemos las diffiniciones delas proporciones de menor desigualdad. Y lo q̃ hasta aquy auemos dicho bastara para intelligencia de la diffinicion de proporcion, la qual es general, y conforme a la de Euclides en el lib. 5. y para diuision dela proporciõ en sus generos y especies Pero no nos engañe Georgio Valla Placentino, el qual declarãdo la diffiniciõ de Euclides, dize enel principio del. 3. libro de su Geometria, q̃ las quãtidades de q̃ aquella diffinicion habla, son las q̃ entre si y en la potencia son cõmensurables, porq̃ si fueren incõmensurables, no ternan la proporcion por Euclides diffinida, saluo si los sus quadrados fueren commensurables, como son el diametro y el lado del quadrado, porq̃ en tal caso dize, q̃ por causa delos quadrados ternan proporcion. Y si assi fuese como el dize, los numeros principalmẽte ternian la proporcion diffinida por Euclides, y tambiẽ tales lineas como estas R. 5. R 20. porq̃ puesto q̃ ninguna dellas sea numero, tienẽ pero entre si ꝓporcion dupla, y son entre si cõmensurables como dos numeros. Mas estas dos lineas R. 2. R. 3. no ternan entre si proporcion, sino porq̃ los sus quadrados q̃ son. 2. y. 3. son numeros, y segun esta su opiniõ, estas dos lineas RR. 2. y RR. 3. no ternan proporcion, porq̃ ny ellas, ny los sus quadrados son commensurables, lo q̃ consta ser falso por los principios del mismo quinto libro de Euclides q̃ el declara, pues la menor linea multiplicada puede exceder la mayor. Y la causa del engaño, segun yo pienso, fue, que nos dezimos que la proporcion *est quædam habitudo*, y el dize,

*certa habitudo*, y penſo que no ſeria *certa habitudo*, ſi las tales quantidades no fueſen commenſurables, o a lo menos los ſus quadrados, que fue engaño, porque tan cierto reſpecto es la proporcion delas quantidades incommenſurables, como de las commenſurables.

¶ *De la quantidad y denominacion de las Proporciones racionales. Cap. 3.*

PORque los Autores communmente dizen, q̃ vna proporcion es mayor que otra, y menor, y ygual, pueſto que el ſer ſuyo ſea reſpecto o relacion, le dan por eſta cauſa quantidad, y ſera la quantidad de la proporcion la ſu denominacion, y la denominaciõ de las proporciones racionales de mayor deſigualdad ſera el numero, por el qual la quantidad mayor cõprehende a la menor, o juſtamẽte, o con parte, o partes de la menor, conforme a las diffiniciones. Exemplo, la denominacion dela proporciõ ſeſquialtera, ſera. $1\frac{1}{2}$. porq̃ el mayor numero tiene al menor vna vez y media, y la denominacion de la ſeſquitercia, ſera $1\frac{1}{3}$. y la miſma doctrina ternemos para conoſcer la denominaciõ de las otras ſuperparticulares. Y la denominacion dela ſuperparciẽte ſera la vnidad con las partes q̃ explicamos enel nõbre dela miſma ſuperparciẽte, porq̃ la ſuperbiparciẽte tercias terna por denominaciõ. $1\frac{2}{3}$. y la ſupertriparciente quartas terna. $1\frac{3}{4}$. y la denominacion delas multiplices, ſera el numero por el qual el mayor numero contiene al menor, dela dupla ſera. 2. y dela tripla. 3. y aſſi delas otras multiplices. Dela multiplice ſuperparticular ſera denominacion el numero por el qual la mayor quãtidad cõtiene la menor,

cō la parte del menor, dela dupla sesquialtera. $2\frac{1}{2}$. y dela tripla sesquiquarta. $3\frac{1}{4}$. y la misma regla sirue en las otras. Y por la misma arte saberemos la denominaciō delas multiplices superparcientes, porque de la dupla superbiparciente tercias sera la denominaciō. $2\frac{2}{3}$. y de la tripla superquadriparciente quintas sera la denominaciō. $3\frac{4}{5}$. y por este modo conosceremos la denominaciō enlas otras.

Desta doctrina bien entendida podremos colligir, que en el genero superparticular da se la maxima, que es la proporcion sesquialtera, porq̃ la mayor parte aliquota q̃ puede auer, es la mitad, pero no se puede dar la minima, porque no podremos dar tan pequeña parte aliquota, q̃ no hallemos otra menor, pues el numero va creciendo en infinito: y quanto el numero es mayor, tanto la parte aliquota, que del mismo numero toma su nombre, es menor. Y en las multiplices es esto por el contrario, porque se da la minima multiplice, la qual es vna dupla, denominada de 2. que el minimo numero, pero no se da la maxima, porque no ha numero tan grande que no demos otro mayor. En los otros tres generos por esta misma razon ny se da maxima, ny se da minima, y comparando vn genero con otro, hallaremos esto, que siendo nos offrecida qualquier proporcion de mayor desigualdad, darse ha superparticular y superparciente menor q̃ ella.

*¶Como conosceremos los numeros dela proporcion por el su nombre en estos. 5. generos. Cap. 4.*

POR el nombre dela proporciō conosceremos la denominacion como agora diximos, y si la proporcion fuere superparticular, tomaremos

por

por consequente aquel numero,del qual la parte aliquota toma su denominacion,y juntandole la vnidad ternemos el antecedēte.Exemplo,la parte aliquota en la denominacion dela proporcion sesquioctaua es $\frac{1}{8}$. porq̄ la denominacion entera es $1\frac{1}{8}$. y porq̄ $\frac{1}{8}$ es denominada de .8.tomaremos por tanto .8. por consequente, y juntandole la vnidad,haremos.9.que sera el antecedente,y sera luego de.9. para 8.proporciō sesquioctaua, y estos seran los minimos numeros della.Y la misma Regla ternemos en la proporciō superparciente para conoscer el consequente, al qual daremos tantas vnidades,quantas fueren las partes aliquotas, y ternemos el antecedente. Exemplo, en la proporcion supertriparciēte octauas,sera el consequēte.8.y porq̄ las partes son.3. juntaremos.3. con.8.y haremos.11.q̄ sera el antecedente,assi q̄ de 11.para.8.es proporcion supertriparciēs octauas. En el genero multiplice,no ha que hazer,porq̄ la misma denominaciō para la vnidad tiene la misma proporcion.Y en los dos generos q̄ son multiplice superparticular,y multiplice superparciente, tomaremos el consequente como en los primeros dos generos,el qual multiplicaremos por el numero q̄ denomina la multiplice, que es parte de su nombre, y al producto añadiremos tantas vnidades,quantas son las partes,y sera constituido el antecedente. Exemplo,en la proporcion tripla sesquiquarta tomaremos.4.por consequente,el qual multiplicaremos por.3.q̄ es denominacion de tripla,y haremos.12. y a estos.12. añadiremos la vnidad,porque es vna sola parte, y seran.13.y este sera el antecedente, y en la pro-

porcion tripla superbiparciens quintas, sera el consequente.5.que multiplicado por.3.haran.15. y porque las partes son.2. juntaremos.15.con.2. y seran.17. y tanto sera el antecedente. Y quanto alas proporciones racionales de menor desigual dad,porq̃ siendo conoscido el nombre de la proporcion de menor desigualdad,queda conoscido el nombre de la proporcion de mayor desigualdad su respondente, buscaremos por tanto los numeros dela proporciõ de mayor desigualdad, y essosmismos seran los numeros dela proporciõ de menor desigualdad,haziendo del antecedente consequente, y del consequente antecedente. Y por que los numeros assi hallados son los minimos de su proporcion, poderlos emos duplicar, y triplicar, y por qualquier numero que quisieremos multiplicar, y ternemos quantos quisieremos,que guarden la misma proporcion. Y siendo nos propuestos dos numeros,si queremos saber, si son los minimos de aquella proporcion, abreuiarlosemos o traeremos a menos roto,como si fuesen denominador y numerador de vn quebrado, y si no se pueden mas abreuiar, diremos q̃ ellos mismos son lòs minimos de su proporcion, y podiendo se abreuiar, los numeros a que fueren reduzidos,seran los minimos.

¶ *Siendo nos propuestos dos numeros,como sabe- remos que proporcion tienen. Cap.5.*

SI nos proponen dos numeros, y queremos conoscer la proporcion que tienen, partiremos el mayor por el menor, y el quociente sera la denominacion dela proporcion del mayor para

para el menor. Y ſiendo conoſcida la denominacion, por ella conoſceremos el nombre dela proporcion que tiene el mayor para el menor, y por conſiguiente el nombre dela proporcion del menor para el mayor, preponiẽdo eſta particula ſub, como dicho auemos. Y ſi queremos ſaber, qual es la denominacion dela proporcion del menor para el mayor, partiremos en tal caſo el menor por el mayor, y el quebrado que viniere reduzido a menos roto, ſera la denominacion que buſcamos. Y por eſta regla en las proporciones de ygualdad, ſiempre la denominacion es vnidad, porque partiendo dos yguales vno por otro, lo que viene, es la vnidad. Exemplo delo que auemos dicho: Sean nos propueſtos eſtos dos numeros.47.y.11.y queremos ſaber como ſe llama la ſu proporcion, digo, la que tiene el mayor para el menor, partiremos.47.por.11. y ſera el quociẽte.4 $\frac{3}{11}$. y eſta ſera la ſu denominacion, y por que della ſe colige que el mayor tiene al menor.4.vezes, y mas $\frac{3}{11}$ del menor, llamarſe ha por tãto eſta proporcion quadrupla ſupertriparciens vndecimas: y del menor para el mayor, ſera ſubquadrupla ſupertriparciens vndecimas.

¶ *Comparacion entre eſtos tres generos de proporcion, la de ygualdad, y la de mayor deſigualdad, y la de menor deſigualdad. Cap.6.*

POR quanto la denominacion dela proporciõ racional es la ſu quantidad, y la denominacion dela proporcion de mayor deſigualdad es mayor que la vnidad, y la dela proporcion de menor deſigualdad es menor que la vnidad, y la denominacion dela proporcion de ygualdad es

la

la vnidad, da quy ſe ſigue, q̃ mayor es qualquier proporciõ de mayor deſigualdad, que la proporcion de ygualdad, y que la proporcion de ygualdad es mayor, que la proporcion de menor deſygualdad. Lo que tambien prouaremos ſer aſſi vniuerſalmente en todo genero de proporcion, ora ſea racional, que ſe denomina de numero, ora ſea irracional, cuya denominacion no puede ſer numero, y ſera por la.8. propoſicion del.5. libro de Euclides, en la qual es demonſtrado, q̃ ſi dos quantidades deſiguales tuuieren proporciõ con vna tercera quantidad, la mayor terna para eſſa tercera mayor proporcion que la menor. Exemplo, mayor proporcion aura de.4. para.3. que de .2. para .3. y es de .4. para. 3 . proporcion de mayor deſigualdad, y de.2.para.3. de menor deſygualdad: y comparemos eſtos dos numeros.4.y 3. con vn tercero numero que ſea .3. mayor proporcion aura luego por la miſma.8. de.4.para.3. que de.3. para.3. y es de.4. para.3. proporcion de mayor deſigualdad, y de. 3. para. 3. proporcion de ygualdad. Y comparemos eſtos dos numeros 4.y.3. con vn tercero q̃ ſea.4. mayor proporcion aura luego de.4.para.4. que es de ygualdad, q̃ de 3.para.4. q̃ es proporcion de menor deſigualdad.

Pero aun que aſſi ſea, que qualquier proporcion de mayor deſigualdad es mayor que qualquier proporcion de los otros dos generos, ninguna proporcion puede auer entre las proporciones de diuerſos generos, porque la proporciõ de ygualdad, o de menor deſigualdad por mas q̃ ſe multiplique ny puede exceder la proporciõ de mayor deſigualdad, ny hazer proporciõ de tanta

de-

denominacion. Ny la proporcion de menor deſ-
ygualdad por mas que ſe multiplique puede ex-
ceder la proporcion de ygualdad, ny llegar a ſu
quantidad, aſſi como auemos dicho del angulo
dela contingencia,que pueſto que ſea quantidad
y menor que el angulo rectilineo,no tiene con el
proporcion. Y pueſto q̃ ſegun commun doctri-
na de todos los Mathematicos la denominacion
de la proporcion racional ſea quantidad, por la
manera que auemos declarado, y las denomina-
ciones o quantidades de las proporciones de los
tres diuerſos generos tengan entre ſi proporciõ,
ny por eſſo la proporcion de mayor deſigualdad
terna proporcion con la de ygualdad, o de me-
nor deſigualdad. Y deuemos de ſaber, que todas
las proporciones de ygualdad ſon entre ſi ygua-
les, porque todas tienen la vnidad por denomi-
nacion,ny ſe pueden mas diuidir en otros gene-
ros. Pero porque en la proporcion de mayor deſ-
ygualdad ha muchas y muy differentes eſpecies,
y las vnas ſon mayores proporciones que las o-
tras,y puede vna por multiplicacion exceder a la
otra, por eſta cauſa las proporciones de mayor
deſigualdad, tienen proporcion las vnas con las
otras, mas no tienẽ entre ſi aquella proporciõ,q̃
entre ſi tienẽ las ſus denominaciones. Que pueſto
que la tripla tenga.3. por denominacion,y la ſeſ-
cupla,q̃ es de.6.para.1.tenga.6.por denominaciõ,
ny por eſſo la ſeſcupla terna proporciõ dupla pa-
ra la tripla. Y porq̃ eſto no ſe puede biẽ entender,
ſin q̃ primero tratemos dela compoſicion de las
proporciones, trataremos luego eſta materia lo
mas claramente que pudieremos.

## *De la Composicion delas proporciones. Cap.7.*

SEgun commun doctrina de los Mathematicos, quando entre dos quantidades de vna misma naturaleza nuestro entendimiento pusiere qualquier otra quantidad de la naturaleza de entrambas, diremos que la proporcion de vna dessas dos quantidades para la otra, es compuesta de la proporcion que tiene para la tercera que esta entre ellas, y de la proporcion dessa tercera para la otra. Exemplo, ponga nuestro entendimiento el numero.3. entre.6.y la vnidad, la qual agora auemos por quantidad, diremos por tanto que la proporcion de.6.para.1. es cõpuesta de la de.6.para.3.que es dupla, y dela de.3.para.1.q̃ es tripla, y pronunciaremos luego, q̃ la sexcupla es cõpuesta de vna dupla y vna tripla enteramente, de manera que la dupla y la tripla coustituyen la proporciõ sexcupla. Y por la misma Regla y doctrina, diremos que la proporcion de.1.para.6.que se llama subsexcupla, es compuesta de la proporcion de.1.para.3.que es subtripla, y dela de.3.para 6.que es subdupla, y porque la proporcion de.1. para.3. tiene por denominacion .$\frac{1}{3}$. y la de.3. para.6. tiene por denominador .$\frac{1}{2}$. y el denominador de la subsexcupla, que de entrambas es compuesta, es .$\frac{1}{6}$. daquy se sigue que en este exemplo las partes de la proporcion compuesta, son mayores que la misma proporcion compuesta, porque mayor es .$\frac{1}{3}$. que .$\frac{1}{6}$. y mayor es.$\frac{1}{3}$. que .$\frac{1}{6}$. y lo mismo se concluye por la .8. del quinto, porque si comparamos vna quantidad a dos, tiene essa quantidad para la menor de las dos mayor pro-

por

porcion,q̃ para la mayor dellas,cõparando luego 1.a.3.y a.6.mayor proporciõ terna para.3.q̃ para.6. Y porq̃ pusimos en este exemplo entre.6.y.1.el numero.3.q̃ es mayor q̃ el menor, y menor q̃ el mayor,pongamos agora por obra del entendimiẽto el numero.10.entre.6. y.1. q̃ es mayor q̃ los dos,y diremos por la misma doctrina,q̃ la proporciõ de 6. para.1. es cõpuesta dela proporcion de.6. para 10. q̃ es menor, y dela de.10.para.1.que es mayor, como se ve por los sus denominadores,y se prueua por la.8.Y si pusieremos entre dos quãtidades otra menor q̃ cada vna dessas dos,sera lo mismo: porq̃ si entre.10.y.5. pusieremos.2. diremos q̃ la proporciõ de.10.para.5.es cõpuesta dela proporcion de.10.para.2.y dela proporciõ de.2.para.5. y manifiesto es,q̃ la proporciõ de.10.para.5.es menor q̃ la de.10.para.2 Es luego en las proporciones mayor la parte q̃ el todo,ora la quãtidad entre puesta sea mayor q̃ la menor,y menor q̃ la mayor,ora sea menor q̃ entrambas,y ora sea mayor q̃ entrãbas.Pero podernos han hazer esta obiectiõ, q̃ por la.10.definiciõ del.5.lib. de Euclides,quando tres quantidades fueren proporcionales,dela primera para la segunda,como de la segũda para la tercera, en tal caso la proporcion dela primera para la tercera sera dupla dela proporciõ dela primera para la segunda,y pues de.1.para.2.es como de.2. para.4. sera luego de.1. para.4. proporcion en duplo mayor que dela primera para la segunda,mas por lo que auemos dicho sera menor,por que la proporcion subquadrupla tiene por denominador $\frac{1}{4}$. y la proporcion subdupla,tiene por denominador $\frac{1}{2}$. y la misma objecion se podria

ha

hazer en estos tres numeros.1.3.9. y la solucion sera esta: Que quãdo la proporcion fuere de mayor desigualdad, la proporciõ dela primera quantidad para la tercera sera en duplo mayor, que la proporcion dela primera para la segunda, y assi es la verdad, que porque de.9.para.3.es como de 3.para.1. sera la proporcion de.9.para.1. en duplo mayor que la de.9.para 3. o de.3 para.1. Pero si la proporciõ fuere de menor desigualdad de.1.para 3.como de.3. para.9. sera la proporcion de.1.para 9. en duplo menor que la de.1.para.3. o de.3. para.9. De manera, que la proporcion dela primera quantidad para la tercera, siempre es dupla de la proporcion que ha de la primera para la segũda: mas porq̃ quando la proporcion es de mayor desigualdad, va la proporcion cresciendo, resulta la proporcion dela primera para la tercera en duplo mayor, de lo que era la proporcion que tiene la primera quãtidad para la segunda. Y quando la proporcion es de menor desigualdad, por que va menguando, resulta la proporcion de la primera quantidad para la tercera en duplo menor, de lo que es la proporcion dela misma primera para la segũda. Es la proporciõ de.4 para.1. en duplo mayor q̃ la de.4. para.2. o de.2 para.1. y la de.1.para.4.es en duplo menor q̃ la proporciõ de.1.para.2. o de.2. para.4. porq̃ quanto la quadrupla es mayor q̃ la dupla, tanto la subquadrupla es menor que la subdupla, y quanto la nonupla es mayor que la tripla, tãto la subnonupla es menor que la subtripla. Otro entendimiento podremos dar mas llano aquella definicion.10. del 5.libro de Euclides, puesto que sea verdad lo que

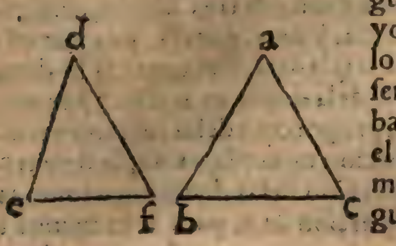
agora diximos, y es que quando el dize, q̃ la proporcion de la primera quantidad para la tercera es dupla dela proporcion que tiene la misma primera para la segunda, no quiere dezir, que es en duplo mayor, ny que es en duplo menor, sino q̃ la proporcion dela primera para la tercera, tiene en si dos vezes la proporcion que ha de la primera para la segunda justamente, por que de la primera para la segunda, es como dela segunda para la tercera, y por esto la proporcion que ha de la primera para la tercera es cõpuesta de dos proporciones yguales, y por esta causa se dize dupla de cada vna dellas, y no porque sea en duplo mayor ny en duplo menor. Y si fueren. 4. quantidades continuadas en vna misma proporcion, dela primera para la segunda, como dela segũda para la tercera, y como dela tercera para la quarta, sera dela primera para la quarta proporcion tripla de la proporcion que tiene la primera para la segũda, porque la tiene en si tres vezes, y no porq̃ sea en triplo mayor, o en triplo menor, puesto que lo sea. Y en este sentido vsa Euclides de la decima definicion del. 5. en los Theoremas por el demonstrados, como son la 19. proposicion, y la. 20. del sexto libro, y la. 11. 18. y 19. del octauo, y la. 33. del. 11. libro. y la. 18. del. 13. y no infiere que la proporciõ sea mayor. Exemplo, Tomemos vn quadrado que tenga tres braças por lado, y otro que tenga. 6. demuestra Euclides q̃ el menor q̃ es de 9. braças quadradas, tiene para 36. quadrado mayor, dupla proporcion que de. 3. para. 6. y manifiesto es q̃ de. 9. para. 36. es proporcion subquadrupla, mas la delos lados es subdupla, y es por tanto la

la ſubquadrupla dupla dela ſubdupla, porq̃ dos ſubduplas cõtinuadas conſtituyen vna ſubquadrupla, y la ſubdupla es mayor que la ſubquadrupla, como la prueua la.8. del quinto. Y no es de marauillar ſer la parte mayor que el todo en las proporciones, porque el ſer dela proporcion es vn reſpecto o comparacion, el qual no es propriamente quantidad, ny tiene quantidad, porq̃ no es diſcreta, como es el numero, ny tan poquo tiene extenſion, porque no es coſa extenſa, como la linea, y la ſuperficie, y el cuerpo. Ny eſte principio, el todo es mayor que ſu parte, ſe deue de entender en las proporciones, porque ſeria falſo. Ny el otro principio, que dize, ſi dos quantidades fueren yguales a vna tercera quãtidad, ſeran entre ſi yguales, pueſto que ſea verdad, ſera principio en las proporciones, porque es propoſiciõ demonſtrada por Euclides enel. 5. libro, q̃ ſi dos proporciones fuerẽ yguales a vna tercera, ſeran entre ſi yguales. Porque la compoſicion de las proporciones es imaginaria, hecha por obra del entendimiento, interponiẽdo vna quantidad en la fantaſia entre otras, y no es real, aſſi como quando dezimos, que la linea de 3. braças es compueſta de vna linea de vna braça, y de otra de dos braças, en la qual la parte no puede llegar al todo. Y es pero eſta doctrina neceſſaria alos Mathematicos en las ſus demõſtraciones, dela qual ningun falſo ſe ſigue, antes por ella inquirimos la verdad, y della vſa Euclides en el libro ſexto, y en el ſeptimo, y en otras partes, y Archimedes en los libros de Sphæra y Cylindro, y Menelao enel tercero libro dela Geometria delas Sphæras,

y Pto-

y Ptolemæo enel primero libro del Almagesto, en la demonstracion de las proporciones de las lineas reflexas, aque llaman Figura del sector, de las quales en toda la obra se aprouecha. Y segun esta doctrina, assi como ymaginamos vna quantidad puesta entre dos quãtidades, podemos entender, dos y tres, y quantas quisieremos, y siempre la proporcion de las dos extremas sera conpuesta delas proporciones delas quantidades intermedias. Exemplo, entre. 2. y. 1. podremos poner. 10. y. 20. por esta orden. 2. 10. 20. 1. y diremos que la proporcion de. 2. para. 1. es compuesta dela de. 2. para. 10. y de. 10. para. 20. y de. 20. para. 1. o preponiendo el. 20. si quisieremos. Y por lo que en esta materia auemos dicho, claramẽte se muestra, que puesto que la proporcion mayor tenga mayor denominacion, no se sigue q̃ tanto sera vna proporcion mayor que otra, quanto la su denominaciõ fuere mayor. Por que en la dupla y en la quadrupla es verdad, que quanto la denominacion dela quadrupla, la qual es. 4. es mayor que la denominacion dela dupla, la qual es. 2, tanto la quadrupla es mayor que la dupla. Pero en las otras proporciones de mayor desigualdad no es esto assi, porque la proporciõ de. 8. para. 1. la qual es octupla, es compuesta de tres duplas, de. 8. para. 4. y de. 4. para. 2. y de. 2. para. 1. y es por esta causa la octupla tripla dela dupla, mas la su denominaciõ es. 8. y la dela dupla es. 2. y sera por tanto quadrupla la proporcion delas denominaciones. Y la proporcion nonupla, es dupla dela tripla, mas la proporcion delas denominaciones es tripla. Y la proporcion de. 6. para. 1. es menos q̃

dupla de la tripla, porque es compuesta de vna dupla, y de vna tripla, pero la proporcion de las denominaciones es dupla. Y no vale este argumento: Si los denominadores de dos proporciones fuerẽ yguales, las proporciones seran yguales, y si el vno de los denominadores fuere mayor que el otro, la proporcion que tiene mayor denominador, sera mayor, y si el denominador fuere menor, la proporcion dese denominador, sera menor: luego quanto el denominador fuere mayor, tanto la proporcion sera mayor. La instãcia deste argumento mostraremos en otro semejante, enel qual el Sophisma queda descubierto. Porque tomaremos dos triangulos a.b.c, y d.e.f. cuyos lados a.b. a.c. d.e. y e.f. Sean entre si yguales, y tratando delas bases b.c. y e.f. no valdra el argumento diziendo assi, si el angulo a. fuere ygual al angulo d. sera la base b. c. ygual a la base e.f. y si fuere mayor, la base sera mayor, y si fuere menor, la base sera menor: luego la proporcion del angulo a. para el angulo d. sera como dela base b.c. para la base e.f. Porque puesto que sea demonstrado por Euclides, que en estos dos triangulos, quando los angulos a. y d. fueren yguales, las bases b.c. y e.f. seran yguales, y quando el angulo a. fuere mayor que el angulo d. la base b. c. sera mayor que la base e.f. y quando el angulo a. fuere menor que el angulo d. la base b.c. sera



sera menor que la base e.f. La proporcion pero del angulo a para el angulo d. quando fuerẽ desyguales, siempre sera mayor que la proporcion dela base b.c. para la base e.f. como auemos demonstrado enel libro que compusimos, y diuulgamos delos yerros de Oroncio.

*¶ Siendo nos propuestas dos proporciones, como conosceremos qual dellas es la mayor, y como sacaremos vna de otra. Cap. 8.*

SI nos dan los nombres de las dos proporciones, por ellos conosceremos las sus denominaciones, y la que tuuiere mayor denominador, esa sera la mayor. Como si vna fuese supertriparciens septimas, y la otra fuese sesquialtera, porque mayor denominador es $1\frac{1}{2}$. que $1.\frac{3}{7}$. diremos por tanto que mayor es la sesquialtera, que la supertriparciens septimas. Y si nos dan los terminos delas dos proporciones, multiplicaremos en +. el antecedente de la primera, por el consequente dela segunda, y el antecedẽte dela segunda, por el consequente dela primera: y si el primero producto fuere mayor que el segũdo, diremos que la primera proporcion es mayor que la segunda, y si fuere menor, sera menor, y si los productos fueren yguales, las proporciones seran yguales. Exemplo, sea la primera proporcion de. 8. para. 5. y sea la segunda de. 7. para 4. multiplicando. 8. por. 4. haremos. 32. y. 7. por. 5. hazen. 35. y porque el primero producto es menor que el segundo, diremos por tanto, que menor proporcion la de. 8. para. 5. que la de. 7. para 4. Otro exemplo, Sea la primera proporcion de

8. para R.3. y ſea la ſegunda de. 5. para.1. multiplicando el antecedente dela primera, por el cõſequente dela ſegunda, haremos. 8. y multiplicando el antecedente de la ſegunda por el conſequente dela primera haremos R.75. y porque R.75. es mayor que.8. diremos por tanto, que mayor proporcion es la de.5. para.1. que la de.8. para R.3. Iten, ſea la primera proporcion de R. 20. para R.8. y la ſegunda de R.12. para R. 5. porque R.20. por R.5. haze R.100. y R.12. por R.8. haze R. 96. y mayor es R.100. q̃ R.96. mayor ſera por tanto la proporcion de R.20. para R.8. q̃ de R.12. para R 5.

La demonſtracion deſta Regla es muy facil. Sea la primera proporcion de a. para b. y la ſegunda de c. para d. y multiplicando a. por d. haga e. y c. por b. haga f. Digo, que ſi e. fuere mayor que f. mayor ſera la proporcion de a. para b. que de c. para d. y ſi menor, ſera menor, y ſi fuere ygual, ſera ygual. Porque ſea g. lo que ſe haze multiplicando b. por d. o d. por b. q̃ es lo miſmo, y pues a. y b. multiplicados por d. hizieron e. y g. ſera de a. para b. como de e. para g. y porque c. y d. multiplicados por b. hizieron f. y g. ſera de c. para d. como de f. para g. Pongamos que e. y f. ſon hallados yguales, ſera luego de e. para g. como de f. para g. y porq̃ de a. para b. es como de e. para g. y de c. para d. es como de f. para g. ſera luego de a. para b. como de c. para d. Y ſi e. fuere hallado mayor q̃ f. mayor ſera la proporciõ de e. para g. q̃ de f. para g. por la. 8. del quinto, y porq̃ de a. para b. es como de e. para g. y de c. para d. es como de f. para g. ſera luego la pporciõ de a. para b. mayor que la de c. para d. Pero ſi e. fuere hallado menor

que

que f. sera por la misma demonstracion menor proporcion de a. para b., que de c. para d.

Desta demonstracion queda manifiesto que sacando de la proporcion de a. para b. la proporcion de c. para d. ora las proporciones sean desyguales, ora sean yguales, la proporcion q̃ queda sera como de e. para f. Porque entenderemos la quantidad f. puesta entre e. y g. y sera luego la proporcion de e. para g. compuesta dela proporcion de e. para f. y de la de f. para g. cõforme a la doctrina de la composicion de las proporciones, y porque de a. para b. es demonstrado ser como de e. para g. y la proporcion de c. para d. es tambien demonstrado ser como de f. para g. sera luego la proporcion de a. para b. compuesta de la proporcion de e. para f. y dela proporcion de c. para d. Y por tanto, si dela proporcion de a. para b. sacaremos la proporcion de c. para d. ora sea mayor que ella, ora sea menor, y ora sea ygual, quedara la proporcion de e. para f. Luego en los exemplos que pusimos, si dela proporcion de. 8. para. 5. sacaremos la proporciõ de. 7. para. 4. quedara la proporcion de. 32. para. 35. y si de la proporcion de. 8. para R. 3. sacaremos la proporcion de. 5. para. 1. quedara la proporciõ de. 8. para R. 75. y si dela proporcion de R. 20. para R. 8. sacaremos la proporcion de R. 12. para R. 5. quedara la proporcion de R. 100. para R. 96. Y seremos aduertidos, que si en los terminos delas proporciones vuiere raizes de diuersas naturalezas, primeramente sean reduzidas a otras de vna misma naturaleza o denominacion, y entonces se haran las multiplicationes en ✚. Exemplo, si dela propor

cion que tiene.3. para raiz segunda de .5. queremos sacar la proporcion q̃ tiene. 2. para raiz tercera de.4. primeramente seran entrambas reduzidas por su Regla a raizes de vna misma denominacion, y hallaremos que raiz segunda de.5. q̃ es quadrada, vale tanto como raiz sexta de .125. y raiz cubica o tercera de . 4, vale tanto como R. sexta de.16. Y hecho esto multiplicaremos en el numero.3. antecedente de la primera proporcion, que vale tanto como R. sexta de .729. por raiz sexta de.16 consequente dela segunda, y haran raiz sexta de 11664. y por la misma arte multiplicaremos el numero.2. o raiz sexta de.64. q̃ es lo mismo, y es antecedente de la segunda proporcion, por raiz sexta de.125. que es cõsequente dela primera, y haran raiz sexta de.8000. Y porq̃ raiz sexta de. 11664. es mayor quantidad q̃ raiz sexta de .8000. pronunciaremos ser mayor la proporcion de .3. para R.5. que la de. 2. para raiz cubica de.4. y que la proporcion que resta, es dela raiz sexta de .11664. para raiz sexta de.8000.

¶ *Siendo nos propuestas dos proporciones, como conosceremos qual sea la proporcion que dellas justamente es compuesta, y quales son entre si cõmensurables. Cap.9.*

ESta obra de componer las proporciones es muy facil, porque multiplicando los antecedentes vno por otro, haremos el antecedente dela compuesta, y multiplicando los consequentes vno por otro, haremos el consequẽte de la misma compuesta. Exemplo, Sean nos propuestas la proporcion de.7. para.4. y la de.32. para

ra

ra.35. y queremos saber qual es la proporcion q̃ dellas justamente es compuesta, multiplicaremos 7.por.32. y haremos.224.que sera el antecedente, y multiplicaremos.4.por.35.y haremos el consequente que sera.140. De manera que la proporcion de.224. para.140.sera justamente compuesta delas dichas dos proporciones. Y los minimos numeros en que se halla son.8.y.5. porque de.8 para.5.es como de.224.para.140. Y porque en el primero exemplo del diminuyr las proporciones, sacando la proporcion de.7. para.4.dela proporcion de.8.para.5. hallamos q̃ quedaua la proporcion de.32. para.35. y agora juntando la proporcion de.7.para.4 con la proporcion de.32.para.35. hallamos que constituyen la de.8.para.5. quadra luego vna doctrina con la otra. Otro exemplo que quadra con el segundo del diminuir: juntemos la proporcion de.5.para.1. con la proporciõ de.8.para R.75. Multiplicando.5.por.8. haremos 40. y.1.por R.75. haze R.75. y sera la proporcion dellas compuesta de.40.para R.75. que es la misma que tiene.8. para R.3. porque multiplicando asi el numero.8.como la R.3. por.5. haremos.40. y R.75. Tercero exemplo, juntemos la proporcion de R.12.para R.5.con la proporcion que tiene 10.para R.96. Porque R.12.multiplicada por.10. haze R.1200. y R.5.por R.96. haze R.480. diremos por tanto q̃ la proporcion constituida delas dos es la que tiene R.1200 para R.480.que es la misma que ha de R.20.para R.8.porq̃ multiplicando R.20. y R.8. por R 60. hazen R.1200. y R.480. Quarto exemplo, juntemos la proporcion del numero.2. para raiz cubica de.4.con la proporciõ que tiene

la raiz ſexta de .11664. para la raiz ſexta de.8000. Primeramente conuerteremos los terminos dela primera proporciõ en raizes ſextas, para q̃ queden todas las quantidades de vna miſma denominacion y naturaleza, y ſeran raiz ſexta de .64. y raiz ſexta de.16. y multiplicaremos entonces el antecedente raiz ſexta de .64. por el antecedente raiz ſexta de .11664. y haremos raiz ſexta de 746496. y multiplicaremos el conſequente raiz ſexta de.16 por el conſequẽte raiz ſexta de.8000. y haremos raiz ſexta de .128000. y diremos por tanto que la proporcion compueſta de las dos es la que tiene R. ſexta de.746496.para la raiz ſexta de.128000.que es la miſma proporcion que tiene el numero.3. para raiz quadrada de.5. porque el numero.3. y raiz ſegunda del.5. conuertidos en raizes ſextas, ſon raiz ſexta de.729.y raiz ſexta de 125. Y manifieſto es, q̃ de la raiz ſexta de.746496. para raiz ſexta de .128000. es como de raiz ſexta de.729. para raiz ſexta de.125. porque los dos numeros abreuiados como ſi fueſen numerador y denominador de vn quebrado vienẽ a eſtos dos 729. y.125.que ſon los minimos de ſu proporciõ, y es el cõmun partidor.1024.y tambien por otra prueua,que tanto ſe haze multiplicando raiz ſexta de .746496. por raiz ſexta de .125. como raiz ſexta de.128000. por raiz ſexta de.729. y ſera luego de la primera raiz para la ſegunda,como dela tercera para la quarta.

Pero porque la demonſtracion es la mas excellente prueua,demonſtraremos eſto vniuerſalmente. Sean nos propueſtas la proporcion de a. para b. y de c. para d. y multiplicando a. por c. ſea

ſea el producto e. y multiplicando b. por d. o d. por b.q̃ haze lo miſmo, ſea el producto g. Digo, que la proporcion de e. para g. ſera compueſta de dos proporciones, la vna ſera como de a. para b. y la otra como de c. para d. Porque multiplicaremos b. por c. y ſea el producto f. y pues a. por c. hizo e. y b. por c. haze f. ſera luego de e. para f como de a. para b. y porque c. por b. haze f. y d. por b. haze g. ſera luego de f. para g. como de c. para d. Eſto ſe prueua por la propoſicion. 15. del 5. libro de Euclides, la qual demueſtra que la proporcion de las quãtidades ſubmultiplices es como la proporcion delas que ygualmente ſon multiplices. Es luego de e. para f. como de a. para b. y de f. para g. es como de c. para d. y porque la proporcion de e. para g. es compueſta dela de e. para f. y de la de f. para g. ſigueſe deſto que la proporcion de e. para g. es compueſta de dos proporciones, la vna es como de a. para b. y la otra es como de c. para d. y eſto es lo q̃ queriamos demõſtrar.

Y por noticia delos denominadores podremos en las proporciones racionales hazer la compoſicion muy facilmente, multiplicãdo denominador por denominador. Exemplo, el denominador dela proporcion dupla ſeſquialtera es. $2\frac{1}{2}$. y el denominador dela ſupertriparciẽs quintas es. $1\frac{3}{5}$. y porque. $2\frac{1}{2}$. multiplicados por. $1\frac{3}{5}$. hazen. 4. que es denominador de la quadrupla, diremos por tanto; que la proporcion cõſtituida delas dos dichas proporciones, es vna quadrupla. Y la prueua es, que de. 8. para. 2. es proporcion quadrupla, la qual es compueſta dela de. 8. para. 5. que es ſupertriparciẽs quintas, y dela de. 5. para. 2. q̃ es dupla

ſeſquialtera. Deſta manera ſe haze la compoſicion por via delos denominadores: pero la diminuycion ſe haze partiẽdo vn denominador por otro, porque ſera partidor el denominador de aquella proporcion, que queremos ſacar de la otra, y el quociente ſera denominador de la proporcion q̃ queda. Exemplo, ſi queremos ſacar dela quadrupla la proporcion ſupertriparciens quintas, partiremos. 4. por . $1\frac{3}{5}$. y ſera el quociente $2\frac{1}{2}$. que es denominador dela dupla ſeſquialtera, y diremos por tanto que ſacando dela quadrupla la proporcion ſupertriparciens quintas, quedara la proporcion dupla ſeſquialtera. Y cõforme a eſto, ſi queremos de vna dupla ſacar la quadrupla q̃ es mayor, partiremos. 2. por. 4. y ſera el quociente . $\frac{1}{2}$. que es denominador de la ſubdupla, y diremos luego, que ſacando de vna dupla la quadrupla, queda vna ſubdupla, y aſſi es, porque poniendo el numero. 4. entre. 2. y . 1. la proporcion de. 2. para. 1. ſera compueſta dela de. 2. para. 4. y de la de. 4. para. 1. La demonſtracion deſta compoſicion por las denominaciones hezimos enel libro delos yerros de Oroncio, y es de Eutocio Aſcalonita ſobre los libros de la Sphæra y Cylindro de Archimedes, y ſuele ſe traer ſobre la primera definicion del. 6. libro de Euclides por Theon.

| | |
|---|---|
| 4 | 8 |
| 1 | 5 |

4
20
8 ($2\frac{1}{2}$

Iten, ſi queremos hazer compoſicion de mas proporciones que dos, como ſi quiſieſemos juntar vna tripla, y vna dupla, y vna ſeſquiquarta, y vna ſuperbiparciens quintas, para que ſepamos, que proporcion es, la q̃ dellas es juſtamente compueſta, multiplicaremos. 2. denominador dela dupla

pla por. 3. denominador dela tripla, y haran. 6. estos. 6. multiplicados por. 1 $\frac{1}{4}$ denominador dela sesquiquarta hazen. 7 $\frac{1}{2}$. y estos. 7 $\frac{1}{2}$. multiplicados por. 1 $\frac{2}{5}$. denominador de la superbiparciens quintas, hazen. 10 $\frac{1}{2}$. que sera denominador dela proporcion, que de todas ellas es compuesta, la qual se llama decupla sesquialtera, y el consequẽte dela tal proporcion conforme ala regla que en su lugar auemos dado, sera. 2. y el antecedente sera. 21. y va la composicion por esta orden. 21. 15. 12. 4. 2. Porque duplaremos el minimo que es. 2. y haremos. 4. y al. 4. daremos triplo, que es. 12. y de 12. el sesqui arto es. 15. y para. 15. tiene. 21. proporcion superbiparciens quintas. *Y* por el mismo modo, podremos continuar vna proporciõ quanto quisieremos en los minimos numeros. Exemplo, si queremos continuar la sesquialtera en los minimos numeros hasta. 5. terminos, que seran. 4. sesquialteras, porque siempre el numero delos terminos, excede al numero delas proporciones en la vnidad, pornemos la denominacion dela sesquialtera que es. 1 $\frac{1}{2}$ quatro vezes, y multiplicaremos. 1 $\frac{1}{2}$ por. 1 $\frac{1}{2}$. y haremos. 2 $\frac{1}{4}$. denominacion de dos sesquialteras, y estos. 2 $\frac{1}{4}$. multiplicaremos por. 1 $\frac{1}{2}$. y haremos. 3 $\frac{3}{8}$. denominaciõ de tres sesquialteras, y estos. 3 $\frac{3}{8}$. multiplicaremos finalmente por. 1 $\frac{1}{2}$. y haremos. 5 $\frac{1}{16}$. que sera el denominador dela proporcion compuesta de. 4. sesquialteras, cuyo nombre es quincupla sesquidecima sexta, y sera el minimo numero. 16 y el maximo, que es el antecedente, sera. 81. y va la proporcion continuada en estos numeros por esta orden. 16. 24. 36. 54. 81.

Otro

Otro modo daremos muy facil, y ſin quebrados, para continuar la proporciõ en los minimos numeros, en quantos terminos quiſieremos. Por el nombre dela proporciõ ſabemos la ſu denominacion, y por la denominacion, conſtituymos eſa miſma proporcion en los minimos numeros. Hallados pues los minimos numeros, multiplicaremos el antecedente en ſi, y el conſequente en ſi, y el antecedente por el conſequẽte, y ternemos por eſta arte dos proporciones continuadas en tres terminos, y ſi queremos continuarla en.4.terminos que ſeran.3.proporciones yguales, multiplicaremos los tres terminos por el antecedente dela proporciõ conſtituida en los dos minimos, y el tercero termino por el conſequente, y haremos.3. proporciones conſtituidas en.4.terminos. Y ſi queremos.5.terminos q̃ tienẽ 4.proporciones, multiplicaremos los.4. terminos por el primero antecedente, como antes haziamos: y el.4. termino, multiplicaremos por el conſequente, y ſera la proporcion continuada en 5. terminos, que ternan. 4. proporciones, y por eſta miſma arte, podremos continuar la proporcion quanto quiſieremos. Exemplo, la proporcion ſeſquialtera tiene por denominador.1 $\frac{1}{2}$. de lo qual ſe infiere, q̃ el menor delos minimos numeros della es.2.y que el mayor es.3. Conoſcidos pues los minimos numeros dela ſeſquialtera, ſi la queremos continuar en.3. terminos, que ſean los minimos numeros que tienen dos ſeſquialteras, multiplicaremos.3.en ſi, y.2.en ſi, y haran.9. y.4. y multiplicaremos.3.por.2. y haremos.6. ſeran luego los tres terminos.9.6. y.4. los minimos q̃

tie-

tienen dos sesquialteras. Y si queremos.4.terminos que seran.3.proporciones, multiplicaremos todos.3.terminos, por el antecedente.3. y haremos. 27. 18. 12. y el tercero termino que era. 4. multiplicaremos por el.2.y hara.8. y seran luego los.4.terminos.27.18.12.8. Y si queremos continuar la en.5.terminos, multiplicaremos todos.4 terminos, por el antecedente.3.y haran.81.54.36.24. y el quarto termino que era.8. multiplicaremos por el consequente.2.y hara.16.y seran luego los.5.terminos.81.54.36.24.16.y por esta arte cõtinuaremos la proporciõ en quãtos quisieremos.

1. Desta doctrina de la composicion de las proporciones consta, que si vna proporcion fuere justamente compuesta de dos o muchas proporciones racionales, necessariamente sera racional. Y sea este el primero documento.

2. Y que ninguna proporcion racional es justamente compuesta de vna racional, y de otra irracional, ny de muchas racionales, y vna irracional. Mas podera ser compuesta de muchas irracionales, y de vna racional, quando las irracionales constituien vna racional.

3. Y que la proporcion de mayor desigualdad puede justamente ser compuesta de vna proporcion de ygualdad, y de otra de mayor desigualdad. Y puede ser compuesta de tres proporciones, vna delas quales sera de ygualdad, y otra de mayor desigualdad, y otra de menor desigualdad

4. Mas no podera ser compuesta justamente de muchas de ygualdad, ny de muchas de menor desigualdad, ny de vna de ygualdad, y de otra de menor desigualdad.

5. Y

5. Y q̃ ninguna proporcion de mayor desigualdad puede justamente ser cõpuesta de otras proporciones de mayor desigualdad, entre si yguales o desiguales, que sean mayores q̃ ella. Puesto que la proporcion de menor desigualdad, puede ser compuesta de otras de menor desigualdad mayores que ella.

6. Y porque la differencia delos terminos de la proporcion puede crescer en infinito, y duplãdo los terminos de la proporcion, tambien duplamos la differencia, y triplando los la differencia resulta tripla de lo q̃ era, y assi en infinito. Desto se sigue, que qualquier proporcion de mayor desygualdad, puede constar de infinitas proporciones de mayor desigualdad. s. de mayor, y mayor numero dellas, sin que esto tenga cabo.

7. Y ninguna ꝓporcion multiplice puede justamẽte ser compuesta de proporciones racionales yguales q̃ no sean multiplices. Porq̃ si la proporcion de a. para f. fuere multiplice, y fuere cõpuesta delas proporciones de a. para b. y de b. para c. y de c. para d. y de d. para e. y de e. para. f. y fueren estas proporciones yguales racionales, y no multiplices, no sera luego f. parte aliquota de e. y por la 7. del. 8. libro de Euclides, facilmente se podra demonstrar, que ny sera parte aliquota de a. y no sera luego multiplice la proporcion de a. para f. contra lo que de principio se propuso.

8. Y toda proporcion que de multiplices proporciones fuere justamente compuesta, ora sean yguales, ora desiguales, sera multiplice.

9. Y ninguna superparticular podra justamente ser compuesta de proporciones yguales raciona-

les. Porque si lo pudiese ser, podrian luego caber entre los extremos numeros de la proporcion cõpuesta otros numeros en vna misma proporcion continua, y por la 8. del octauo libro de Euclides, otros tantos numeros han de caber entre los minimos numeros de la dicha proporciõ superparticular, lo qual es impossible, porque los minimos numeros de qualquier proporcion superparticular son immediatos, queremos dezir, q̃ el mayor excede al menor en la vnidad. Por esta razon qualquier proporciõ q̃ fuere parte aliquota de proporciõ superparticular, sera irracional.

10. Y ninguna proporcion podra ser parte aliquota de vna proporcion multiplice, y de otra racional no multiplice. Esto declaramos assi, este numero. 2. es parte aliquota de. 4. porque es la su mitad, y es tambien parte aliquota de. 6. porque es el su tercio. Pero no aura proporciõ ny racional, ny irracional, que sea parte aliquota de vna proporcion multiplice, y de otra racional no multiplice. Porq̃ si nos dixeren que puede auer proporcion parte aliquota de vna multiplice, y de otra racional no multiplice, sea essa proporcion b. y sea a. la proporcion multiplice de la qual es parte aliquota, y sea c. otra proporcion racional no multiplice de la qual tambien b. es parte aliquota, y quan multiplice es a. de b. tan multiplice sea la proporcion d. dela proporcion c. y porque las quantidades que ygualmente son multiplices de otras, tienen entre si aquella proporciõ, que tienen entre si las sus submultiplices por la 15. proposicion del quinto, pues la proporcion c. es multiplice dela proporcion b. tambien d. sera

mul-

multiplice dela proporcion a. y ygualmente mul tiplice, y porque a.es proporcion multiplice,necessario es que la proporcio d. sea multiplice por el.8.documento,y porq̄ c. es parte de d.q̄ auemos demonstrado ser multiplice,tambien c.sera multiplice por el.7.documento,y esto es cõtradicion, falso es luego que c. es racional no multiplice.

11. Y ninguna proporcion racional podra ser cõpuesta de vna o muchas proporciones superparticulares yguales,con parte aliquota o partes de la misma superparticular.Porque la parte o partes aliquotas de la superparticular constituyen pporcion irracional,la qual si juntamos con proporcion racional,haremos vna irracional,si fuere vna sola parte,sera irracional por el.9.documento:y si son muchas partes,pongamos por exemplo que sean.3.de.5. y seran estas.3.partes necessariamente vna proporcion irracional,porque si la constituida dellas es racional,seran luego las dos partes que quedan dela superparticular otra racional, y sacando la compuesta de dos partes de la compuesta de tres,racional de racional,quedara vna parte aliquota q̄ es necessario q̄ tambien sea racional contra el mismo.9.documento.

12. Puede auer proporcion superparciente compuesta de superparcientes yguales. Y puede auer superparciente compuesta de superparticulares yguales. Y puede auer multiplice superparticular cõpuesta de superparcientes yguales. Y puede auer multiplice superparticular cõpuesta de superparticulares yguales. Y puede auer multiplice superparciente compuesta de superparcientes yguales. Y puede auer multiplice superparciente com-

compuesta de superparticulares yguales. Y puede auer multiplice superparticular compuesta de multiplices superparcientes yguales. Y puede auer multiplice superparciente cõpuesta de multiplices superparticulares yguales. Y puede auer multiplice superpticular cõpuesta de multiplices superparticulares yguales. Y puede auer multiplice superparciente cõpuesta de multiplices superparcientes yguales. Exemplo del primero se ve en estos tres numeros. 49.35. 25. porque del primero para el tercero es ꝓporcion superparciente, y es compuesta de la proporcion del primero para el segundo, y dela del segundo para el tercero, y es cada vna destas superbiparciens quintas. Del segundo, en estos. 16. 12. 9. del tercero, en estos, 49. 28. 16. del quarto, en estos. 9. 6. 4. del quinto, 64. 40. 25. del sexto, en estos. 4. terminos. 64. 48. 36. 27. del septimo. 64. 24. 9. del octauo. 49. 21. 9. del nono. 49. 14. 4. y del decimo, en estos tres numeros. 121. 33. 9.

13. Si dos proporciones racionales de mayor desigualdad no tuuieren commun parte aliquota racional, ny vna fuere parte aliquota de otra, no podran communicar en parte aliquota q̃ sea proporcion irracional. Porque sean dos proporciones racionales de mayor desigualdad, A mayor, y B menor, y no sea B parte de A. ny communiquen en parte aliquota que sea proporcion racional, digo, que ny podran communicar en parte aliquota que sea proporcion irracional. Porq̃ si nos dan el contrario .s. que B no es parte aliquota de A, ny communican en parte aliquota que sea proporcion racional, pero que commu-

nican en parte aliquota, que es proporcion irracional, demonstraremos esto ser impossible por este modo: Porque quando dos quantidades son communicantes en parte aliquota, tienen entre si proporcion como vn numero a otro numero, tomaremos la proporcion que tiene A. para B. en los minimos numeros, los quales sean K. y L. Sera luego de A. para B. como de K. para L. y no ternan K. y L. otra parte aliquota commun sino la vnidad. Sacaremos L. de K. quantas vezes pudieremos, y quede M. y sacaremos B. de A. quãtas vezes pudieremos, y quede C. y sacaremos M. de L. quantas vezes pudieremos, y quede N. y C. de B. quantas vezes pudieremos, y quede D. y porque enesta diminuicion de K. L. M. N. necessariamente auemos de llegar ala vnidad, la qual sacando del numero precedente quantas vezes pudieremos, ninguna cosa queda, y ella es la cõmun parte aliquota de K. y L. Sea en este exemplo N. la vnidad, y sera luego D. commun parte aliquota de A. y de B. y desto se sigue, que D. es proporcion racional. Porque pues A. y B. son proporciones racionales, sacando B. de A. vna vez o muchas vezes, quedara proporcional, y essa sera C. y por la misma razon sacando C. de B. vna vez o muchas vezes, la proporciõ D. q̃ queda sera racional, q̃ es lo cõtrario delo q̃ nos deziã, y es por tanto verdadero este. 13. documento.

14. Siguese desto, que si nos dieren dos proporciones racionales de mayor desigualdad, y no tuuieren parte aliquota commun q̃ sea proporcion racional, ny la menor fuere parte aliquota dela mayor, no seran commensurables. Y si fuere

com-

commensurables,o la menor dellas sera parte ali quota dela mayor,o ternan parte aliquota commun,que sera proporcion racional.
15. Y dada qualquier proporciõ multiplice,hallaremos otras multiplices, q̃ con ella seran commensurables. Ny puede la proporcion multiplice ser commensurable con proporcion de otro genero.Porque toda proporcion multiplice puede ser continuada enel numero que quisieremos, y la compuesta de todas ellas,tambien sera multiplice por el.8.documento, y la menor quedara parte aliquota dela mayor. Y porque la multiplice no puede ser parte aliquota,si no de multiplice, por esta causa la multiplice y la no multiplice seran necessariamente incõmensurables.
16. Si dos proporciones multiplices fueren de vna misma orden,seran cõmensurables,y si fueren commensurables,seran de vna misma orden. Desto se sigue, que si dos proporciones multiplices no fueren commensurables, no seran de vna orden,y si no fueren de vna orden,no seran commensurables. Llamamos vna misma orden los nu meros cõtinuados en vna specie de proporcion, assi como las duplas son puestas en la orden que estos numeros guardan, 1.2.4.8.16.32.64.128. 256.512.1024.y assi en delante por la misma orden delos duplos. Y la orden de las triplas sera esta: 1.3.9.27.81.243.729.2187.y da hy en delante tri plando,y por el mismo modo en las otras species de proporciones multiplices. Y manifiesto es,que entre dos numeros que son vezinos en vna orden,ha vna proporcion,y entre dos q̃ tienen otro en el medio,ha dos proporciones, y entre dos q̃

tienen otros dos enel medio, ha tres ꝑporciones, y entre dos q̃ tiené tres enel medio, ha quatro ꝑporciones. Por loqual todas las ꝑporciones de vna orden seran necessariamẽte cõmensurables, porque o seran yguales, o la vna sera parte dela otra, o seran cõmunicantes en vna de las simplices multiplices, q̃ sera parte aliquota dellas. Simple multiplice llamamos la dupla en la orden, y la tripla en la suya, y la quadrupla en la suya, y assi las otras multiplices. Porq̃ en cada vna orden se hallan todos los numeros dela proporciõ simple, dela qual la misma orden es cõpuesta. Exemplo, la proporcion dupla es la simple en su orden, y lo mismo es la tripla en los numeros de su orden, y assi la quadrupla. Y algunas ordenes son commu nicantes, como es la orden de las duplas con la orden delas quadruplas, cuyos numeros son, 1. 4. 16. 64. 256. que por esta orden van continuando la quadrupla. Y toda proporcion que se halla en la orden delas quadruplas, se halla tambien en la orden de las duplas, pero algunas se hallan en la orden delas duplas, como es la octupla q̃ es compuesta de tres duplas, la qual no se hallara en la orden delas quadruplas, y son todavia commensurables la quadrupla y la octupla, porq̃ entrambas se hallan en la orden delas duplas, q̃ es parte aliquota de entrãbas, y es la quadrupla cõpuesta de. 2. duplas, y la octupla de. 3. y queda por vnidad la proporcion que en cada vna delas ordenes tienen entre si los dos numeros vezinos. Y la segunda parte del documẽto tambien sera verdadera, que si las proporciones multiplices fueren commensurables, estaran en vna misma orden, y esto de-

demonstráremos en vn exemplo, puesto q̃ la arte sera vniuersal. La menor delas dos multiplices q̃ nos ofrecen por cõmensurables, sea vna octupla, y la mayor tenga para ella la proporcion que tiene el numero. 5. para el numero. 3. la qual es superbiparciente tercias. Luego daquellas proporciones delas quales en la octupla ha. 3. desas mismas aura en la mayor. 5. y porq̃ la octupla es compuesta de. 3. duplas, estara por esta causa la octupla en la orden delas duplas, y estara luego en la misma orden la mayor, porque ha de tener. 5. duplas justamente, y esta sera la proporcion de. 32. para 1. Y puesto que la octupla este tambien en otra orden q̃ enella misma comiença, como se ve en estos numeros 1. 8. 64. 512. la qual orden es cõ municante con la primera, es todavia verdadera la segunda parte del documẽto, que si dos multiplices fueren cõmensurables, estaran en vna misma ordẽ. Y esta misma doctrina sirue en las otras species de proporciones que no son multiplices, pero quesimos hazer este documento delas multiplices, y no delas otras, porq̃ si dos ꝑporciones multiplices son cõmensurables, no salen fuera del genero multiplice, pero en los otros generos q̃ no son multiplices, hallamos en vna misma ordẽ ꝑporciones de generos differentes, como luego veremos en los documẽtos q̃ se siguẽ. Las otras dos partes deste. 16. documẽto q̃ son negatiuas, se siguen delas primeras partes q̃ son affirmatiuas.

17 Y ninguna proporciõ superparticular es cõmensurable con otra superparticular. Porq̃ ninguna puede ser parte aliquota de otra por el. 9. documento, ny pueden dos superparticulares te-

ner parte aliquota racional por el mismo documento,y por tanto no podrã tener parte aliquota irracional por el.13.documento.Sera luego incommensurable toda proporciõ superparticular con toda superparticular.

18. Halla se proporcion superparticular cõmensurable a proporcion superparciente,y prueua se esto por el.12.documento.

19. Halla se proporcion superparticular cõmensurable a proporcion multiplice superparticular, y prueua se por el mismo.12 documento.

20. Halla se proporcion superparticular cõmensurable a alguna multiplice superparciente, por el mismo.12.documento.

21. Halla se proporcion superparciente cõmensurable con otra superparciente,por el mismo.12. documento.

22. Halla se porporcion superparciente cõmensurable con proporciõ multiplice superparticular,por el mismo.12.documento.

23. Halla se proporcion superparciente cõmensurable con proporcion multiplice superparciente, por el mismo.12.documento.

24. Halla se multiplice superparticular cõmensurable a otra multiplice superparticular,y halla se multiplice superparticular cõmensurable cõ proporciõ multiplice superparciẽte,y algunas multiplices superparciẽtes son entre si cõmensurables, y todo esto se prueua por el mismo.12.documẽto.

Documento .25. y principal, en el qual esta el fructo de toda esta doctrina dela composicion y commensuracion delas proporciones racionales de mayor desigualdad, Siendo nos ꝓpuestas dos

pro-

proporciones destas, si entrambas fueren multiplices y de vna misma orden, como son la quadrupla y la octupla, seran commensurables, mas si no son de vna misma orden, puesto q̃ sean multiplices, no seran commensurables: y por esta causa la dupla y la tripla no son commensurables, ny la multiplice puede ser commensurable con la q̃ no es multiplice. Y si entrambas son superparticulares, no podran ser commensurables, como dize el.17.documento. *Y* si vna fuere superparticular y la otra superparciente y menor q̃ ella, no podran ser cõmensurables. Porque la menor no puede ser parte aliquota de la mayor, la qual es superparticular, como dize el documento .9. y pues la superparticular no tiene parte aliquota racional, no podra cõmunicar con otra racional en parte aliquota q̃ sea proporciõ racional: y por esa causa no podra communicar con ella en parte aliquota irracional por el. 13. documento, y sera luego toda proporcion superparticular incommensurable a qualquier superparciente menor q̃ ella. Mas si la menor fuere superparticular, y la mayor fuere superparciente, o multiplice superparticular, o multiplice superparciente, esto sera muy facil de determinar. Por que sacaremos la superparticular quantas vezes pudieremos dela proporcion mayor con la qual la cõparamos, y si no quedare proporcion alguna, seran luego commensurables, porque en tal caso la superparticular sera parte aliquota desa proporcion mayor con la qual la comparamos, y si quedare alguna proporcion, pronunciarlas emos por incommẽsurables. Porque la superparticular no puede te-

ner parte aliquota racional, y no podia por esta causa communicar con la mayor, ala qual la cõparamos, en parte aliquota racional, y no podiendo communicar con ella en parte aliquota racional,no podra communicar en parte aliquota irracional por el.13.documento,y seran luego incommensurables. De manera,que si la proporciõ superparticular fuere commensurable con otra alguna proporcion racional, sera submultiplice della,porque de otra manera no podra ser commensurable con otra racional. Resta agora hazer comparacion entre estos tres generos,superparciente,multiplice superparticular,y multiplice superparciente, y haremos la comparaciõ por vn mismo modo commun a todos,entre las proporciones de vn mismo genero, y entre las proporciones de vn genero con las de otro genero.

Sea A la proporcion mayor, y sea B la menor, y pornemos la proporciõ A en los minimos numeros, como en su lugar auemos enseñado,los quales sean C. y G. y porque A no es proporcion superparticular, ny es proporcion dupla,ternan C. y G. otros numeros enel medio,los quales sean D.E.F. por la orden natural delos numeros. De manera,que desde C. mayor numero hasta G. menor numero vengan los numeros diminuyendo por la vnidad. Y porque el numero delos interuallos o proporciones entre C. y G. es menor q̃ el numero delos terminos todos por la vnidad, como en este exemplo se ve, que siendo los terminos o numeros.5. las proporciones son.4. sacaremos la proporcion B. de la proporcion A, quan-

A.
B.R.
K.
L.Z.
M.

quantas vezes pudieremos, y si ninguna propor cion quedare, las proporciones A. y B. seran cõmensurables, porque A. sera multiplice de B. y si alguna quedare, la qual llamaremos K. esa tal sacaremos de B. quantas vezes pudieremos, y si q̃dare alguna, la qual llamaremos L. esa tal sacaremos de K. quãtas vezes pudieremos, y si quedare alguna, esa que quedare, llamaremos M. Y en esta diminuicion si sacando vna proporcion de otra quãtas vezes pudieremos, no quedare proporcion alguna, pronunciaremos las proporciones A. y B. por commensurables. Porq̃ si sacando K. de B. muchas vezes ninguna proporcion queda. y sacando B. de A. vna sola vez, quedo K. siguese que la proporcion A. es compuesta de B. y K. y que pues B. y K. son cõmensurables, sera luego la proporcion A. que dellas es cõpuesta a cada vna dellas commensurable, por la proposiciõ 15. del. 10. libro de Euclides. Pero si muchas vezes sacamos B. de A. y quedo K. esa proporcion com puesta de muchas vezes B. se llame R. y sera por tanto R. commensurable a la proporcion B. y por que tambien K. es commensurable a la misma B. porque es submultiplice della, commensurables seran luego entre si K. y R. por la 12. proposicion del mismo. 10. libro. Y por esta causa la proporciõ A. que es compuesta de K. y de R. sera commensurable a la proporciõ K. por la. 15. del mismo. 10. libro. Y porque B es commensurable a la misma K. cõmensurables seran luego A. y B. por la misma. 12. que auemos alegado. Y la misma demonstracion haremos, quando la proporcion q̃ muchas vezes sacamos dela precedẽte fuere L. o M.

 o qual-

o qualquier otra delas q̃ quedaren por continua diminuicion, por el modo ſobredicho.

Pero ſi proſiguiendo eſta diminuicion de proporciones, no pudiere la q̃ queda euacuar la precedente enteramẽte, por no ſer ſu parte aliquota, y proſiguiendo mas, quedare alguna proporcion menor q̃ la parte aliquota de A. denominada del numero delos interualos o proporciones que ha entre C. y G. en tal caſo pronunciaremos las proporciones A. y B. por incommenſurables. Queremos dezir, q̃ en eſte caſo ſi ſacando B de A. quantas vezes pudieremos, queda K. y ſacando K. de B. quantas vezes pudieremos, queda L. y ſacando L. de K. quantas vezes podemos, queda M. tan pequeña proporcion, que es menor que la quarta parte de la proporcion A. la qual parte aliquota es denominada de .4. que es el numero de las proporciones deſiguales, de las quales es compueſta la proporciõ A. pueſta en los ſus minimos numeros C. y G. podremos pronunciar las proporciones A. y B. por incommenſurables, y conoſceremos ſi M. es menor q̃ la quarte parte de A. buſcando numeros q̃ tengan entre ſi vna ꝓporciõ cõpueſta de .4. vezes M. y q̃ en tal caſo las dos proporciones A. y B. ſean incõmenſurables, demonſtraremos por eſta arte, ayudãdonos de dos propoſiciones, que Campano enel .7. libro de Euclides pone por communes ſentencias, porque quier lo ſean, quier no lo ſean, ſon pero propoſiciones verdaderas. La vna dize, que ſi vn numero midiere a dos numeros, midira tambien al numero compueſto de entrambos: y la otra dize, q̃ ſi vn numero midiere otro numero, tambiẽ midira

dira al que deſe fuere midido. Ordiremos pues nueſtra demonſtracion, diziendo aſsi: La propor cion M. no puede ſer parte aliquota dela propor cion L. porque ſi pudieſe ſer parte aliquota de L. tambien ſeria parte aliquota de la proporcion K. laqual es compueſta de la miſma M. y de vna vez o muchas vezes L. y ſiendo parte aliquota de K. tambien ſeria parte aliquota dela proporcion A. por la miſma razon, lo qual demonſtraremos ſer impoſsible. Y bien ſe ſigue, que ſi M. es parte aliquota de L. tambien ſera parte aliquota de K. por que ſi ſacando de K. vna ſola vez la proporcion L. quedo M. pues M. mide a ſi miſma, y tambien nos dizen que mide a L. midira luego a la proporcion K. por ſer compueſta de entrambas M. y L. Pero ſi ſacando muchas vezes L. de K. quedo M. tambien ſe ſigue, que ſi M. es parte aliquota de L. tambien lo ſera de K. porque pornemos, que ſacando de K. la proporcion Z. que es compueſta deſas muchas vezes L. quede M. y pues M. mide a L. y L. mide a Z. tambien midira a Z. y pues M. mide a Z. y mide a ſi miſma, midira luego la proporcion K. la qual es compueſta de M. y de Z. Agora demonſtraremos ſer impoſsible, que M. ſea parte aliquota de A. y ſera en eſte exemplo, enel qual los minimos numeros de la proporcion A. ſon C. y G. y los intermedios todos ſon D. E. F. de manera, que ſon. 5. numeros continuados por la orden natural de los numeros, y C. es el mayor y G. el menor, y van diminuyendo por la vnidad de differencia entre los dos propinquos, y ſon luego. 4. proporciones ſuperparticulares, y entre ſi deſiguales, y ſera todavia la demonſtracion v-

niuer-

niuersal. Pues nos dizen que M. es parte aliquota de A. y es hallada menor que la quarta parte de A. sea luego la quinta parte, y por esta cuenta la proporcion compuesta de. 5. vezes M. sera ygual a la proporcion A. y los extremos numeros dela proporcion ternan entre si quatro numeros que serã medios proporcionales, porque todos los numeros han de ser. 6. y el numero de los interuallos o proporciones ha de ser. 5. para que cadavna dellas sea ygual a M. que es la quinta parte de A. porque tal nos dizen que es. Y porque Euclides ha demonstrado en la. 8. proposicion del libro. 8. que quantos numeros proporcionales caben entre dos numeros, tantos necessariamente han de caber entre qualesquier otros dos numeros dela misma proporcion, y porque la proporcion es A. caben luego entre C. y G. sus minimos numeros. 4. numeros proporcionales, lo qual es impossible, porque son tres los numeros intermedios D. E. F. y no. 4. y essos no proporcionales. No es luego la proporcion M parte aliquota de A. ny tan poquo de L. Y assi como demonstramos q̃ la proporcion M. no es parte aliquota de la precedente q̃ es L. por ser menor proporciõ que la parte aliquota de A. denominada del numero delas ꝓporciones q̃ ha entre C. y G. por la misma manera se demõstrara ser mucho mas impossible, q̃ sacãdo M. de L. y ꝓseguiendo la diminuiciõ, quede alguna proporciõ q̃ sea parte aliquota dela precedente, y será luego incõmensurables las dos ꝓporciones A y B. por la. 2. proposicion del. 10. lib. de Euclides, la qual dize q̃ si la menor quãtidad sacaremos dela mayor

quan-

quãtas vezes pudieremos, y la q̃ q̃dare sacaremos dela menor quantas vezes pudieremos, y ꝓsigui endo la diminuiciõ, no q̃dare quãtidad q̃ sea parte aliquota dela precedẽte, las primeras dos quãtidades mayor y menor serã incõmensurables.

Y ternemos aduertencia, si prosiguiendo la diminuicion, antes de llegarmos a la proporciõ M. en la qual ya somos ciertos, que A. y B. son incommensurables, es alguna delas precedentes K. o L. proporcion superparticular, porque sin mas proceder en la diminuiciõ, por ella seremos ciertos si las dos proporciones A. y B. son incõmensurables, o si son commensurables. Porque si la superparticular que queda fuere parte aliquota de la precedente, conforme a lo que auemos demonstrado, seran las dos proporciones A. y B. jusgadas por commensurables; y si no fuere parte aliquota dela precedente, seran auidas por incõmensurables, y no aura necessidad de prosiguir en la diminuicion. La demonstracion sera esta. Sea L. proporcion superparticular, la qual queda sacando K. de B. y no sea parte aliquota de K. Y porque ninguna superparticular tiene parte aliquota racional, no podran K. y L. cõmunicar en parte aliquota que sea proporciõ racional, ny tan poquo podrá communicar en parte aliquota irracional por el documẽto. 13. y seran por esta causa incommensurables K. y L. Pongamos pues q̃ sacando de B. vna vez K. quedo L. y pues K. y L. son incõmensurables, la proporcion compuesta de K. y L, la qual es B, sera incommensurable a la proporcion K. por la. 16. del. 10. libro de Euclides, y pongamos que sacando de A. vna vez B. quedo

do K.y por la misma.16.del.10.La proporcion cõpuesta de B. y K. la qual es A. sera incõmensurable a la proporcion B. Y si sacando de B.muchas vezes K.quedo L. o sacando de A.muchas vezes B. quedo K.ayudar nos emos de la.13.del mismo libro decimo, y concluyremos que las dos proporciones A. y B. son incommensurables. Dize la.13. del decimo de Euclides por Theon: Que si dos quantidades fueren cõmensurables,y la vna dellas fuere a vna tercera quantidad incommensurable, tambien la otra quantidad sera ala misma tercera incommensurable.

En summa,la practica deste.25.documento separada dela demonstracion,sera esta: Siendo nos propuestas dos proporciones de mayor desigualdad racionales,A.mayor,y B.menor,si queremos saber si son commensurables,o si son incommensurables,el modo que ternemos sera este: Si entrambas fuerẽ multiplices de vna misma orden, diremos que son commensurables. Mas puesto q̃ sean multiplices, si no fueren de vna misma orden,seran incommensurables. Iten,si vna dellas fuere multiplice,y no la otra,seran incommensurables. Iten,si entrambas fueren superparticulares,seran incõmensurables. Iten,si la mayor fuere superparticular, y la menor superparciente, seran incommensurables. Iten,si la menor fuere superparticular,y la mayor fuere superparciente, o multiplice superparticular,o multiplice superparciente,sacaremos esa superparticular,pues es menor,dela otra,que es mayor,quãtas vezes pudieremos: y si ninguna proporcion quedare, diremos que las dos proporciones son commensura-

ſurables,porque en tal caſo la mayor ſera multiplice dela menor,pero ſi quedare alguna proporcion,diremos que ſon incommenſurables. Iten, ſi las dos proporciones A.y B.ſon entrambas ſuperparcientes , o entrambas multiplices ſuperparticulares, o entrambas multiplices ſuperparcientes, o la vna de vn genero, y la otra de otro genero deſtos tres,ſacaremos B.de A.quãtas vezes pudieremos, y lo que quedare ſacaremos de B. y por eſte modo proſiguiremos en la diminuicion delas proporciones,y ſi en alguna diminuicion ninguna proporcion quedare , diremos luego,que las dos proporciones A. y B. ſon cõmenſurables . O ſi proſiguienda la diminuicion quedare alguna proporcion ſuperparticular,ally luego ſeremos ciertos delo que queremos ſaber. Porque ſacando eſa ſuperparticular quantas vezes pudieremos dela precedente,ſi ninguna proporcion quedare, ſeran las dos proporciones A. y B.commenſurables: pero ſi alguna quedare, ſeran incommenſurables. Y ſi proſiguiendo la dicha diminuicion,no queda proporcion ſuperparticular, y la proporcion que queda ſacando la de la precedente quãtas vezes puede ſer,no la puede euacuar,porq̃ aun queda otra, ſera en tal caſo neceſſario proceder en la diminuicion,haſta que quede proporcion menor que la parte aliquota de la proporcion A. denominada del numero de las proporciones de mayor deſigualdad y deſiguales,que ha entre los minimos numeros de la proporcion A. Porque ſi antes de llegar a eſte punto, no auemos podido reſoluer el tal queſito, entonces pronunciaremos, que las dichas dos

pro-

inmediatamente, y de numeros mediatamente. Exemplo, la proporcion q̃ tiene R.2. para la vnidad, es irracional, y es la mitad de vna proporcion dupla. Toma luego la denominacion de la ꝓporcion dupla inmediamente, y del numero. 2. que es denominador dela dupla, mediatamente. Otras proporciones ha irracionales, que ny mediatamẽte son denominadas de numeros, ny inmediatamente de proporciones, como es la proporcion que tiene la tripla para la dupla, y la sesquialtera para la sesquitercia, y como es la proporcion que tiene el medio y dos extremos, dela qual en su lugar hablaremos. Siendo nos pues offrecidas dos proporciones, la vna dellas racional, y la otra irracional inmediatamente denominada de la misma racional, o de otra racional con ella commensurable, diremos que son commensurables, como son la proporcion dupla, y la mitad dela misma dupla, o la proporcion dupla, y la tercia parte de vna quadrupla. Pero la proporcion dupla, y la mitad dela tripla, seran incõmensurables, y assi mismo lo serã las ꝓporciones irracionales q̃ inmediatamẽte fuerẽ denominadas de ꝓporciones racionales entre si incõmensurables. Todo esto se demuestra porlas ꝓposiciones del 10. libro de Euclides, que auemos alegado.

¶ *Dela composicion delas proporciones que se haze por la composicion delos terminos.* Cap. 11.

ALlende dela sobredicha cõposicion de proporciones, por la qual vna proporcion cõsta de muchas, ha otra manera de composicion, quando juntamos en vna sũma el antecedente y el consequente de vna proporcion, y esta

como dela tercera y quarta juntas para la tercera, sera de la primera para la segunda, como de la tercera para la quarta. Y las proporciones q̃ desta composicion en los 5 generos racionales resultã, diremos en los siguientes documentos.

1. Si de vna quantidad para otra, vuiere proporcion multiplice, sera dela mayor y menor, juntas entrambas para la menor tambien proporcion multiplice, la qual terna por denominador, el numero que excede en la vnidad al denominador de la primera multiplice. Pero de la mayor quãtidad y menor, entrambas juntas para la mayor, sera proporciõ superparticular, la qual terna por denominacion la vnidad, con parte aliquota denominada daquel numero, que era denominador de la primera multiplice. Exemplo del primero: de 9 para 3, es proporcion tripla, y de 9 y 3, q̃ son 12, para 3, sera quadrupla, cuyo denominador es 4, q̃ excede al numero 3 denominador dela tripla en la vnidad. Exemplo del segundo: de 9 y 3 q̃ son 12, para 9, ha proporciõ sesquitercia, cuya denominacion es $1\frac{1}{3}$, y manifiesto es, q̃ $\frac{1}{3}$ es parte aliquota denominada del numero 3, el qual era denominador dela ꝓporciõ de 9 para 3.

2. Si de vna quantidad para otra, vuiere proporcion superparticular, sera de la mayor y menor entrambas juntas para la menor proporcion dupla superparticular, y el fin de su nombre sera el nombre dela superparticular. Pero de la mayor quãtidad y menor, entrambas juntas para la mayor sera proporcion superparciente, la qual terna por denominador la vnidad, y las partes aliquotas, cuyo numerador es la menor quantidad

de la ſuperparticular, y el denominador ſera la mayor quantidad. Exemplo del primero : de 4 para 3,es proporcion ſeſquitercia,y de 4 y 3,que ſon 7,para 3,ſera dupla ſeſquitercia, y es luego el fin de ſu nombre el entero nombre dela primera proporcion. Exemplo del ſegundo : de 4 para 3 es proporcion ſeſquitercia,y de 4 y 3,que ſon 7, para 4 , es ſupertriparciens quartas , cuya denominacion es la vnidad y $\frac{3}{4}$,y manifieſto es,que el numerador deſtas partes es 3,q̃ es la menor quantidad dela dos, y el denominador es 4, que es la mayor. Y entendemos que los numeros ſon los minimos daquella ſuperparticular,porq̃ no ſiendo los minimos,pueſto q̃ el documento ſea vniuerſalmẽte verdadero,la locucion pero ſeria impropria. Porque ſi los numeros dela ſeſquitercia fueren 8 y 6, ſera de 8 y 6,que ſon 14,para 8 proporciõ ſupertriparciens quartas,mas ſi ſiguimos las palabras del documento, diremos que es ſuperſexparciens octauas,pero es locucion impropria, porque no dizimos $\frac{6}{8}$ ſi no $\frac{3}{4}$, pueſto q̃ ſean yguales . Y por eſta cauſa, reduzimos primeramente la proporciõ a los minimos, y lo q̃ dellos pronunciamos,conuiene tambiẽ alos mayores.

3. Si de vn numero para otro fuere proporcion ſuperparciente,ſera del mayor y menor entrambos juntos para el menor proporcion dupla ſuperparciente, y ſera el fin del nombre,el nombre de la miſma ſuperparciẽte.Mas del mayor y menor entrambos juntos para el mayor, ſera proporcion ſuperparciente,el numerador delas partes ſera el numero menor,y el denominador dellas ſera el mayor . Exemplo del primero : de 5

para

para 3 es proporciõ ſuperbiparciens tercias, mas de 5 y 3, que ſon 8, para 3, es proporcion dupla ſuperbiparciens tercias. De manera que el fin del nombre, es el entero nombre de la primera proporcion. Exemplo del ſegundo en los miſmos numeros, q̃ ſon minimos de aquella proporcion: De 5 para 3, es proporcion ſuperbiparciens tercias, mas de 5 y 3, que ſon 8, para 5, es proporcion ſupertriparciens quintas. De manera que el numerador de las partes ſera 3, q̃ es el numero menor, y el denominador ſera 5, que es el mayor.

4. Si de vn numero para otro fuere proporcion multiplice ſuperparticular, del mayor y menor entrambos juntos para el menor, ſera proporcion multiplice ſuperparticular, cuyo denominador excedera al denominador dela primera proporcion en la vnidad. Mas del mayor y menor entrambos juntos para el mayor, ſera proporcion ſuperparciente, y ſera numerador delas partes el menor, y ſera denominador dellas el mayor. Exemplo del primero: de 5 para 2, es proporcion dupla ſeſquialtera, mas de 5 y 2 entrambos juntos, que ſon 7, para el menor que es 2, ſera tripla ſeſquialtera, cuyo denominador es 3 $\frac{1}{2}$, y el denominador dela dupla ſeſquialtera es 2 $\frac{1}{2}$, y es por tanto la differencia, la vnidad. Exemplo del ſegũdo en los miſmos numeros, que ſon los minimos de ſu proporcion: de 5 y 2 que ſon 7, para 5 es proporcion ſuperbiparciens quintas, y el denominador de las partes es el mayor que es 5, y el numerador es 2.

5. Lo miſmo hallaremos en la multiplice ſuperparciente. Exemplo: de 11 para 3, es tripla ſuperbi-

perbiparciens tercias, mas de 11 y 3 que son 14, para 3, es quadrupla superbiparciens tercias, crescio luego la denominacion por la vnidad. Iten, de 11 para 3, es tripla superbiparciens tercias, mas de 11 y 3, que son 14, para 11, es proporcion supertriparciens vndecimas, tienen luego las partes por numerador el menor numero, q̃ era 3, y es el denominador dellas el mayor, que era 11.

*¶ Por el noto conoscer lo ignoto en las Proporciones. Cap. 12.*

1 DElas 4 quantidades proporcionales, siendo conoscidas las 3, hallamos la quarta por Regla de 3. Exemplo: la primera sea 3, la segunda 7, y la tercera 8, y queremos conoscer la quarta. s. que assi como es 3 para 7, assi sea 8 para la quarta, esto se haze por la Regla de 3. Porq̃ multiplicamos 8 por 7, y hazemos 56, los quales partiendo por 3, vienen $18\frac{2}{3}$, que sera la quarta quantidad proporcional. El fundamento desta Regla es, que pues 56 partidos por 3, dan $18\frac{2}{3}$, luego multiplicando $18\frac{2}{3}$ por 3 haremos 56. Y por q̃ si tanto se haze multiplicãdo la primera quantidad por la quarta, como la segunda por la tercera, son los 4 quãtidades proporcionales, lo qual por Euclides es demonstrado en el sexto libro, luego si multiplicamos la segunda por la tercera, y partimos por la primera, necessariamẽte verna la quarta, la qual por esta causa sera hecha nota. Otro exemplo: la primera quantidad sea R.2, la segunda R.3, y la tercera R.5. Multiplicãdo R.3 por R.5, haremos R.15, la qual partida por R.2. viene R.$7\frac{1}{2}$, y esta sera la quarta.

2. Si vna quantidad nota fuere partida en dos partes

partes ſegun proporcion nota, eſas partes ſeran notas. Porque pues la proporcion es nota, los numeros en que ſe halla ſeran notos. Pornemos luego eſos dos numeros juntos en vna sũma, por primera quantidad dela Regla de tres, y el numero q̃ es conſequente, ſera la ſegunda quantidad, y ſera la tercera quantidad, la quãtidad nota, cuyas partes queremos conoſcer, y obrãdo por la Regla de tres verna nota la vna parte de las dos. Exemplo: Queremos partir 7, o eſta partido 7 en dos partes, ſegun la proporcion ſeſquialtera, por q̃ los numeros 3 y 2, guardan la proporcion ſeſquialtera, juntarlos emos, y haran 5 y diremos entonces aſſi: ſi 5 nos dan 2, quanto nos dara 7? obraremos por la Regla de 3, multiplicando 7 por 2, y partiendo por 5. y vernan $2\frac{4}{5}$, y eſta ſera la menor parte delas dos en que eſta partido 7. y ſera luego la otra lo q̃ reſta de 7, que es $4\frac{1}{5}$. Otro exemplo: El numero que queremos partir, ſea el miſmo 7, pero la proporcion ſea irracional, aſſi como de R.5 para R.2. Diremos luego aſſi: ſi R.5. p̃ R.2 nos dan R.2, quanto nos dara 7? multiplicando 7 por R.2, haremos R.98, la qual auemos de partir por R.5, p̃ R 2. porque el quociente ſera vna delas partes de 7. y ſera por tanto neceſſario reduzir el partidor a otro p̃tidor ſimple, lo qual haremos multiplicando R.5. p̃ R.2 por el ſu reciſo R.5. m̃ R.2. y haremos 3, que ſera el partidor, y tambien multiplicaremos la R.98. por R.5. m̃ R.2. y haran R.490. m̃ R.196. y eſte producto partiremos por el partidor 3, y verna R. $54\frac{4}{9}$ m̃ R. $21\frac{7}{9}$. y tanto ſera la vna parte de 7, y la otra ſera lo q̃ queda ſacando R. $54\frac{4}{9}$. m̃ R. $21\frac{7}{9}$. de 7. El fundamen-

mento desta Regla es la proporcion compuesta, porque si de a. para b. fuere como de c. para d. sera luego de a. y b. juntos para b. como de c. y d. juntos para d.

3. Si la proporcion que ha entre dos quantidades fuere nota, y la differencia dellas tambiē fuere nota, esas dos quantidades no podran ser ignotas. Exemplo, sea la proporcion dupla sesquiquarta, y differencia sea. 20. y porque los numeros dela proporcion dupla sesquiquarta son. 9. y 4. cuya differencia entre vno y otro es 5. Diremos assi, por regla de. 3. si. 5. differencia destos dos nos dan. 4. quanto nos dara 20? Multiplicando 20. por. 4. haremos. 80. los quales partidos por 5. dan. 16. y este numero sera el menor delos dos que buscamos, y juntando estos. 16 con los. 20. haremos. 36. y tanto sera el mayor, y la experiencia assi lo muestra, porque de. 36. para 16. ha proporcion dupla sesquiquarta, y la differēcia es. 20. El fundamento desto es la proporcion disjunta o diuisa demonstrada por Euclides enel. 5. libro. Porque si de. 5. y. 4. juntos que son. 9. para. 4. es como de. 20. y dela menor quantidad juntos para la menor quantidad, sera luego por la proporcion diuisa, como de. 5. para. 4. assi de. 20. para la menor quantidad. Y por tanto multiplicando 20. por. 4. y partiendo por. 5. vernan. 16. que sera la quarta quantidad enesta regla de tres, y entonces ternemos noto lo que buscauamos. Por que si de. 5. para. 4. es como de. 20. para. 16. sera luego de. 5. y. 4. entrambos juntos para. 4. como de. 20. y. 16. entrambos juntos para. 16. y la misma arte ternemos, quando las quantidades no fuerē nu-

me-

meros. Exemplo, sea la differencia.10. mas la proporcion sea assi como de R.5. para R.3. sacaremos R.3. de R.5. y sera la differencia R.5.m̃.R.3. y diremos por regla de.3. si R.5.m̃.R.3. que es la differencia entre R.5. y R.3. nos dan R.3. quanto nos dara.10? Multiplicaremos.10. por R.3. y haran R.300. para partir por R.5.m̃.R.3. pero primero multiplicaremos R.5.m̃.R.3. por el binomio R.5.p̃.R.3. y haremos el numero.2. q̃ sera partidor simple, y conuiene tambien multiplicar R.300. por el mismo binomio R.5.p̃.R.3. y haremos R.1500.p̃.R.900. y esto partido por el numero.2. verna este binomio R.375.p̃.R.225. y tanto sera la menor quãtidad delas dos que buscamos. Y porque pusimos, que la differencia dellas es.10. sera luego la mayor.25.p̃.R.375. y la menor es R.375.p̃.15. por quanto la R.225. es el numero.15. Es luego la differencia.10. y la proporcion es assi como de R.5. para R.3. y que sea esta la proporcion de las dos quantidades que hallamos, es la prueua, porque destas.4. quantidades R.5. y R.3. y.25.p̃.R.375. y.15.p̃.R.375. multiplicando la primera por la quarta, hazen R.1875.p̃.R.1125. y otro tanto se haze multiplicando la segunda por la tercera.

4 Si la proporcion que ha entre dos quantidades fuere nota, y lo que se haze multiplicando la vna por la otra fuere noto, cada vna desas dos quantidades sera nota. Exemplo, la mayor delas dos quantidades sea a. y la menor sea b. y la proporcion que nos dan nota, sea sesquialtera, y lo que se haze multiplicando a. por b. sea.150. y queremos por estas cosas que nos dan notas conoscer las dos quantidades a. y b. y esto alcançaremos

mos por esta arte: Buscaremos vna quantidad ala qual tenga 150, proporcion sesquialtera, y sera 100. y diremos por tanto, que R 100. la qual es. 10. sera la quantidad b. y porque a. para b. tiene proporcion sesquialtera, y b es conoscida, sera luego a. conoscida, y sera. 15. y la experiencia assi lo dize, porque. 10 por. 15. hazen. 150. El fundamento desta regla es este: que pues a por b. haze. 150. y b por si mismo haze su mismo quadrado, luego de a. para b. que son submultiplices, sera como de. 150. para el quadrado de b. q̃ son los multiplices, y porque de a. para b. es proporcion sesquialtera, sera luego de. 150. para el quadrado de b. proporcion sesquialtera, y sera por esta causa, 100. el quadrado de b. y sera por tanto b. R. 100. la qual es. 10. y porque. 15. tiene para. 10. proporcion sesquialtera, la qual pusimos tener a. para b. sera por esta cuenta la quantidad a. 15.

5 Si vna quantidad nota fuere partida en dos partes, cuyos quadrados tienen proporcion nota, seran esas partes notas. Porque quando las partes tienen entre si proporcion nota, por el segundo documento las hazemos notas, y la proporcion delos quadrados es dupla dela proporcion delos lados o raizes, facil sera luego conoscer las partes. Porque tomaremos dos quantidades que tengan entre si la proporcion delos quadrados delas dos partes, y las raizes desas quantidades ternan entresi la proporcion que tienen entre si las dos partes, y por el. 2. documento haremos notas las partes. Exemplo, sea nos propuesto el numero. 10. y partido en tales dos partes, que el quadrado dela mayor, para el quadra-

do

do dela menor, tenga proporcion tripla. Porque de tres para. 1. es proporcion tripla, ſera luego la proporcion delos quadrados de las dos partes, aſſi como. 3. para. 1. y la proporcion dela parte mayor para la menor, ſera como de R. 3. para R. 1. la qual es 1. Agora obraremos por el ſegundo documento, diziendo aſſi por regla de tres, ſi R. 3. p̃. 1. nos dan. 1. que nos dara. 10? Multiplicando 10. por. 1. hazemos. 10. para partir por R. 3. p̃. 1. y para que tengamos partidor ſimple, multiplicaremos aſſi los. 10. como R 3 p̃. 1. por R. 3. m̃. 1. y haremos R. 300. m̃. 10. para ſe auer de partir por. 2. q̃ ſera el partidor ſimple, y hecha la particion verna R. 75. m̃. 5. y tanto ſera la parte menor, y ſacando R. 75. m̃. 5. de. 10. quedaran. 15. m̃. R. 75. que ſera la parte mayor, y el quadrado dela parte mayor, es triplo del quadrado dela parte menor, porque el quadrado de R. 75. m̃. 5. es. 100. m̃. R. 7500. el qual multiplicado por. 3. haze. 300. m̃. R. 67500. y otro tanto vale el quadrado de. 15. m̃. R. 75.

6. Si la proporcion que tiene la differēcia de dos quantidades para vna dellas fuere nota, la proporcion deſas dos quātidades ſera tambien nota. Exemplo, dos quantitades ignotas tienen entreſi proporcion q̃ nos es ignota, pero ſabemos que la differencia dellas tiene para la menor proporcion ſeſquialtera, y dezimos: que por eſto q̃ nos dan noto, ſabremos que proporcion tienen entre ſi las dos quantidades ignotas. Porque tomaremos eſtos dos numeros. 3. y 2. q̃ tienen proporcion ſeſquialtera el mayor para el menor, y diremos aſſi, de. 3. para. 2. es como dela differencia delas dos quantidades para la menor dellas.

Luc-

Luego de.3.y.2.entrambos juntos para.2.ſera por la proporcion compueſta, como dela differencia delas dos quantitades, y dela menor quantidad todo junto para la menor quantidad. Y porque la dicha differencia,y la menor quantidad, todo junto es lo miſmo que la mayor quantidad,luego de la mayor quãtidad para la menor, ſera como.3.y.2. que ſon.5.para.2. que es proporciõ dupla ſeſquialtera. Y ſi la proporcion que nos dan nota,es la que tiene la differencia para la mayor quantidad, ſera aun la obra mas facil. Exemplo, ſea dela differencia para la mayor,aſſi como de.2. para. 3. porque neceſſariamente la differencia ha de ſer menor,que la quãtidad mayor, pues es el exceſſo dela mayor ſobre la menor, y diremos aſſi: pues la differencia para la quantidad mayor es como.2.para.3.luego quando la mayor es.3. la differencia es.2. ſacaremos por tanto 2 de.3. y lo que queda que es.1. ſera la menor, y la proporcion de la quantidad mayor para la menor en tal caſo ſera tripla.

7. Si de la primera quantidad para la ſegunda fuere aſſi como de la tercera para la quarta, y lo que ſe haze multiplicando la primera por la tercera,tuuiere proporcion nota para lo que ſe haze multiplicando la ſegunda por la quarta, la proporcion de la primera quãtidad para la ſegunda, y tercera para la quarta, q̃ es la miſma, ſera nota. Exemplo: La proporcion de vn producto para el otro ſea ſeſquialtera,y porque el primero producto es lo que ſe hizo por la multiplicacion de los antecedentes, y el ſegundo es lo que ſe hizo por la multiplicacion de los conſequentes, ſera

luego

luego por el.9.capitulo desta tercera parte de vn producto para el otro, la proporcion compuesta de las dos proporciones, .s. dela primera para la segunda, y de la tercera para la quarta, y porque de vn producto para el otro es proporcion sesquialtera, y las dos proporciones son yguales, sera luego la proporcion dela primera quantidad para la segunda, o tercera para la quarta, la mitad de vna sesquialtera. Sean pues los numeros dela sesquialtera.3.y.2. y porque la proporcion de los quadrados es dupla de la proporciō de los lados, segũ lo demuestra Euclides enel libro.6.sera luego de la primera quãtidad para la segunda, o tercera para la quarta, assi como de la raiz quadrada de.3.para la raiz quadrada de.2.o como dela raiz quadrada de 6.para la raiz quadrada de.4.la qual es.2. o assi como la raiz quadrada de.9.la qual es 3. para la raiz quadrada de.6.

8. Si la proporcion que vna quantidad ignota tiene para vna parte suya ignota, fuere nota, la proporcion que esa quantidad tiene para la otra parte suya, sera nota, y tambien la proporcion de las partes entre si, sera nota. Todo esto se hara noto por la proporcion compuesta y diuisa, que enel principio del cap.11.auemos declarado. Por que sea la proporcion nota, pongamos por exemplo la que tiene.5.para.3. sera luego de la primera parte y segũda, que son la quantidad entera para la segunda, assi como de.2.y.3.para.3.porque ponemos q̃ la proporcion nota es de toda la quantidad para la segunda parte, y sera luego por la proporcion diuisa de la primera para la segunda, como de.2.para.3. y de la primera y segunda para la primera sera por la proporcion cõpuesta, a.si co-

mo de.2.y.3.para.2.y quedan luego notas la proporcion que tiene toda la quantidad para la primera parte, y la que tiene la primera parte para la ſegunda.

9. Si vna quantidad nota fuere partida en partes proporcionales de proporciõ nota, cada vna delas partes ſera nota. Exemplo: Sea el numero 400.partido en.4.partes proporcionales en la ꝓporcion tripla, y queremos conoſcer las partes, eſto ſe podra conoſcer facilmente. Porque continuaremos la proporcion tripla en.4.numeros, los quales ſon.1.3.9 27.y juntos hazen.40. Y diremos por regla de tres,ſi.40.nos dan.1. quanto nos daran.400?y obrando vernan.10.por primera parte, y el triplo deſta,que es.30. ſera la ſegunda, y el triplo de 30. que es .90. ſera la tercera,y.270. ſera la quarta,y todas juntas en vna sũma hazen 400. El fundamento deſta regla,es la proporcion ygual,demonſtrada por Euclides enel quinto libro, la qual dize,que ſi de a.para b. en la primera orden,es como de d.para e.en la ſegunda, y de b. para c. en la primera es como de e . para f . en la ſegunda , ſera de a. para c. como de d. para f. en qualquier numero que ellas ſean , y ayudarnos emos dela proporcion compueſta.

## ❡ *Del multiplicar y partir en las Proporciones. Cap. 13.*

MVltiplicar vna proporcion no es obra differente de continuarla, y eſto auemos dicho como ſe deua de hazer en el cap.9.Por que multiplicar vna ſeſquialtera,pongamos por exemplo por el numero 3, es juntar tantas ſeſqnial-

quialteras,quantas ſon las vnidades del numero 3, y la proporcion delos extremos numeros en los quales la ſeſquialtera es continuada, ſera compueſta de tres ſeſquialteras,como vemos en eſtos numeros 27. 18. 12. 8. Y ſi la queremos multiplicar por numero con quebrado, no aura en eſta obra difficultad,porque ſiendo hecha la multiplicaciõ que ſe haze por el numero,juntaremos con la proporcion compueſta tal parte dela proporcion,qual denotare el quebrado. Exemplo, ſi queremos multiplicar la ſeſquialtera por 3 $\frac{1}{2}$, porque dela R.6.para.2 es la mitad de vna ſeſqui altera, multiplicaremos por tanto antecedente por antecedente,y conſequente pro conſequẽte, .ſ.27.por R 6.y 8. por 2.y haremos el antecedente y el conſequẽte dela proporcion engendrada por la tal multiplicacion,los quales ſon R.4374.y 16. aſſi que multiplicando vna ſeſquialtera por 3 $\frac{1}{2}$, haremos la proporcion que ha dela R.4374. para 16. la qual es la mitad dela porporciõ compueſta de 7 ſeſquialteras.

Partir vna proporcion por vn numero,es poner tantos medios proporcionales entre los terminos dela miſma proporcion,quanto es el partidor,la vnidad menos. Exemplo, ſi queremos partir la proporcion de 5 para 2 en tres partes yguales,eſto haremos buſcãdo dos medios proporcionales entre 5 y 2, porque quedara la proporciõ delos extremos numeros partida en tres proporciones yguales. Y el modo que ternemos para hallar los medios proporcionales, diremos luego.

¶ *De los medios proporcionales. Cap.14.*

Buſ-

1. BVſquemos vn medio proporcional entre 9 y 4. Multiplicaremos 9 por 4, y haran 36, y la raiz quadrada de 36, la qual es 6, ſera el medio proporcional. De manera, que tal proporciō aura de 9. para R.36. como de R.36. para.4. Otro exemplo, ſi queremos hallar vn medio proporcional entre.5. y.8. multiplicaremos 5. por. 8. y haran. 40. y diremos por tanto, que R. 40. es el medio proporcional, entre.5. y.8. Eſta Regla tiene ſu fundamento enel. 6. libro dela Geometria de Euclides, enel qual es demonſtrado, q̄ ſi tanto ſe hiziere por la multiplicacion del primero enel tercero, como del ſegundo en ſi miſmo, tal ſera la proporcion del primero para el ſegundo, como del ſegundo para el tercero. Iten, buſquemos vn medio proporcional entre R.3. y R. 7. Multiplicaremos R. 3. por R. 7. y haran R. 21. y ſera luego RR.21. el medio proporcional. Iten, buſquemos vn medio proporcional entre R. cu. 7. y R. cu. 10. Multiplicaremos vna por otra, y haran R.cu.70. y diremos por tanto, que la raiz quadrada de R.cu. 70. ſera el medio proporcional. Iten, buſquemos vn medio proporcional entre.2.coſas, y 1. cenſo. Multiplicaremos. 2.co. por. 1. ce. y haran. 2. cu. y diremos luego, que raiz quadrada de.2.cu.ſera el medio proporcional.

2. Buſquemos dos medios proporcionales entre 2. y.5. Multiplicaremos el numero.2.en ſi, y hara 4. y eſtos por.5.haran.20. y ſera luego la raiz cubica de. 20. el primero medio proporcional entre 2. y. 5. y por la miſma arte, hallaremos el ſegundo. Porque multiplicaremos el numero.5.en ſi, y hara.25. y eſtos.25. por.2. primero termino, y haran

ran

ran 50. y diremos por tanto que R.cu. 50 sera el otro medio proporcional, de manera q̃ de 2 para R.cu. 20, es como de R.cu. 20 para R.cu. 50, y de R. cu. 50, para 5. El fundamento desta Regla es, que por Euclides fue demonstrado en el 8 libro, que entre qualesquier numeros Cubicos caben dos medios proporcionales, los quales parten la proporciõ delos numeros cubicos extremos en tres ꝓporciones yguales, y cada vna dellas es la proporcion de las raizes de aquellos cubos, porque la proporcion delos cubos, o de qualesquier numeros solidos o cuerpos semejantes, es tripla de la proporcion delos lados. Exemplo, entre 8 y 27 numeros cubicos caben 12, y 18, que son medios proporcionales, porque de 8 para 12, es assi como de 12 para 18, y de 18 para 27, y esta es la proporcion que 2 raiz cubica de 8 tiene para 3 raiz cubica de 27. Y por esta causa si hizieremos el cubo de 2, el qual es 8, y el cubo de 5, el qual es 125, y por Regla de tres buscaremos los dos medios entre 8, y 125, en la proporcion de 2 para 5, que son los lados de aquellos cubos, hallarlos emos, diziendo assi: si 2 nos dan 5, quanto nos dara 8? y vernan 20, y despues 50, y seran luego entre 2 raiz cubica de 8, y 5 raiz cubica de 125, los dos medios proporcionales R.cu. 20, y R.cu. 50. Y porque obrando por este modo primeramẽte, cubicamos el primero numero, q̃ en este exẽplo es 2, haziendo dos multiplicaciones, y dizimos assi: 2 por 2 hazen 4, y 4 por 2 hazen 8, que es el cubo, y este cubo es la tercera quantidad en la Regla de tres, multiplicamos por esta causa este numero 8 por 5, que es la segunda quantidad, y

hazemos 40, para partir por la primera la qual es 2. Y porque tanto se haze multiplicãdo 4 por 2, y el producto por 5, como si multiplicassemos el mismo numero 4 por 5, y el producto por 2. y esto es assi en toda multiplicacion de tres numeros vno por otro, como auemos demonstrado en vn notado del caso 37, delos que traemos de Geometria en este libro: luego si de principio sin cubicar al numero 2, multiplicaremos el su quadrado que es 4 por 5, y el producto por 2, haremos de vna manera y de otra el numero q̃ en este caso es 40, para partir por la primera quantidad dela Regla de tres, la qual quantidad que ha de ser partidor, es 2, y vernan por tanto 20. Y porque multiplicando el numero 4, por el numero 5, hazemos los mismos 20, escusado sera luego multiplicar el numero producto q̃ es 20, por el numero 2, y el producto que es 40, partir por 2, porque quanto cresce el numero 20 por la multiplicación, tanto se buelue menor por la particion. Bastara luego para hallar el primero medio proporcional entre 2 y 5, multiplicar 2 en si, y hara 4, y este 4 por 5, y harã 20, que sera el primero medio proporcional entre el cubo de 2 y el cubo de 5, pero la raiz cubica del mismo numero 20, sera el primero medio entre 2, que es R.cu. del numero 8, y entre 5, que es R.cu. del numero 125, conforme a la Regla que auemos dado. Y por la misma arte començando del 5, como si fuesse la primera quantidad o antecedente dela proporcion, y tambiẽ primera en la Regla de tres, multiplicaremos esse numero 5 en si, y hara 25, y estos 25 por 2, haran 50, y sera luego esse numero 50

el ſegundo medio proporcional comẽçãdo del numero 8, y ſera el primero començando del numero 125, y ſera por tanto la raiz cubica de 50, el ſegundo medio entre 2 y 5, que ſon las raizes cubicas de 8 y 125. Y es de 125 para 50, y de 50 para 20, y de 20 para 8, la miſma proporcion que ha de 5 para 2. Y de 5 para R.cu.50, y de R.cu.50 para R.cu.20, y de R.cu.20 para 2, ſera vna miſma proporcion, la qual es la tercia parte de la que ha de 5 para 2. Y tambien ſeruira eſta Regla en las quantidades que no ſon numeros. Exemplo, ſi queremos hallar dos medios proporcionales entre R.2 y R.3, multiplicaremos R.2 en ſi, y hara 2, y eſtos 2 multiplicaremos por R.3, y haran R.12, y ſera luego el primero medio raiz cubica de R.12, y para hallarmos el ſegundo, multiplicaremos R.3 en ſi, y hara 3, y eſtos 3 multiplicaremos por R.2, y haran R.18, y ſera por tanto el ſegundo medio ꝓporcional raiz cubica de R.18. La demõſtracion que auemos hecho por el 8 libro de Euclides, no ſirue para eſte caſo: porq̃ R.2 y R.3 multiplicadas cubicamente, no hazen numeros, pero facilmente ſe podra conuertir en otra para ſemejantes caſos, y la prueua particular deſte caſo ſera eſta: R.cu. R.12 que es el primero medio multiplicada por R.cu.R.18, ſegũdo medio haze R.cu. R.216, y R.2 por R.3, haze R.6, cuyo cubo es R.216, aſſi que R.6, es R.cu.R.216, por lo qual tanto ſe haze multiplicãdo la ſegunda quantidad por la tercera, q̃ ſon los dos medios vno por otro, quanto es lo q̃ ſe haze multiplicando la primera quantidad que es R.2, por la quarta que es R.3, y ſera luego de la primera para la ſegunda, como de la

tercera para la quarta. Y que la proporcion sea continua tambien tiene su prueua, porque la primera quantidad, la qual es R.2, es R.cu.R.8, la qual multiplicando por la tercera, q̃ es R.cu.R.18, haremos R.cu.R.144, que vale tanto como R.cu.12. y si multiplicamos en si misma la segunda quantidad, la qual es R.cu.R.12, que es el primero medio, haremos lo mismo: y sera luego de la primera quantidad para la segunda, como dela misma segunda para la tercera: y porque de la primera para la segunda auemos prouado ser assi como dela tercera para la quarta, sera por tanto la proporcion continua, de R.2 para R.cu.R.12, assi como de R.cu.R.12 para R.cu.R.18, y assi como de R.cu.R 18 para R.3. Otro exemplo, Si queremos hallar dos medios proporcionales entre el numero 3 y 2 cosas. Multiplicaremos 3 en si, y hara 9. y estos 9 por 2 co. hazen 18 co. y sera luego el primero medio R.cu.18 co. y multiplicaremos 2 co. en si, y haran 4.ce. y estos 4 ce. por 3, haran 12 ce. y sera luego el segundo medio R.cu.12 ce. Es la prueua, que 3 por 2 co. hazen 6.co. y otro tanto haze R.cu. 18 co. multiplicada por R.cu. 12 ce. porque el producto es R.cu.216 cu. y manifiesto es q̃ 6 co. son raiz cubica de 216 cubos. Y sera luego de la primera quantidad, la qual es 3, para la segunda, que es R.cu.18 co. como dela tercera, que es R.cu.12 ce. para la quarta, que es 2.co. Y que la proporcion sea continua es la prueua, porque la primera quantidad multiplicada por la tercera q̃ es el segũdo medio, haze R.cu.324.ce. y otro tanto haze la segunda, que es el primero medio, multiplicada en si, y sera luego de la primera para la

segun

ſegunda,como de la ſegunda para la tercera; y ſera por tanto la proporcion continua.

3. Buſquemos tres medios ꝓporcionales entre 2 y 5, primeramente buſcaremos el medio proporcional entre 2 y 5, por la primera Regla, y hallaremos q̃ es R.10, y por la miſma Regla tomaremos el medio proporcional entre 2 y R.10, y hallaremos que es RR.40, y buſcaremos tambien el medio proporcional entre R.10 y 5, y hallaremos ſer RR.250, y ſeran luego proporcionales en continua proporcion eſtas 5 quantidades 2, RR.40, R.10, RR.250, y 5. Otro exemplo: Buſquemos tres medios ꝓporcionales entre 2 y 5.co. Tomaremos primeramente por la primera Regla el medio entre 2 y 5 co. el qual hallaremos ſer R.10.co.y entre 2. y R.10.co.buſcaremos el medio proporcional,el qual ſera RR.40.co; y eſte ſera el primero medio, y el ſegundo ſera R.10 co.y por la miſma arte hallaremos el medio entre R.10 co. y 5 co. el qual ſera RR.250 cu. y eſte ſera el tercero medio.

Y aſſi como quando buſcauamos dos medios proporcionales entre dos quantidades, engendrauamos los cubos de las miſmas dos quantidades, y por la Regla de tres les interponiamos otras quãtidades en la proporcion de las primeras dos, y las raizes cubicas deſtas interpueſtas deziamos ſer los dos medios proporcionales,aſſi tambien para que hallemos tres medios entre dos extremas quãtidades,podremos engendrar los quadrados de los quadrados de las dos extremas quantidades, y interponer les por Regla de tres otras quãtidades en la proporcion de las

primeras dos,porque las raizes quadradas delas raizes quadradas,que ſe llamã raizes quartas,de las interpueſtas ſeran los medios proporcionales que buſcamos. Y para mayor breuedad podremos eſcuſar vna de las multiplicaciones, parando en los cubos de las dos propueſtas quantidades,entre las quales queremos poner los tres medios proporcionales, aſsi como quando buſcauamos los dos medios engendrauamos quadrados en lugar delos cubos,por la razon q̃ auemos dado, que lo que creſce por la multiplicacion, ſe buelue menor por la particiõ,hecha por el miſmo numero,por el qual ſe hizo la multiplicacion. Exemplo,para que hallemos tres medios proporcionales entre 2 y 5,multiplicaremos por 5 el cubo de 2, el qual es 8,y el producto ſera 40, y ſera luego el primero medio RR. 40, y para que hallemos el tercero medio,que es el primero començando del extremo termino,el qual es 5,multiplicaremos por 2 el cubo de 5,que es 125, y ſera el producto 250,y ſera luego el tercero medio RR. 250. Y para q̃ hallemos el ſegundo medio,el qual queda en el medio entre los dos extremos terminos 2 y 5, y tambien enel medio entre RR.40, y RR. 250 podremos vſar dela primera Regla,diziendo aſsi: 2 por 5 hazen 10,y la raiz de 10 ſera el ſegundo medio. O podremos vſar dela Regla de tres,diziendo aſsi:ſi 2 nos dan RR. 40,quanto nos dara la miſma RR.40? multiplicaremos RR.40 por RR.40,y hara R.40,la qual partiẽdo por 2,verna R. 10,la qual cõuertida en raiz quarta,es RR.100.Y manifieſto es,q̃ eſto en effecto no es otra coſa,ſino hazer los quadrados delos quadrados de 2 y de 5,dizien

ziendo assi: 2 por 2, haze 4, y 4 por 4, haze 16; q̃ es el quadrado del quadrado de 2, y dezir entonces por la Regla de tres, si 2 nos dan 5, quanto nos daran 16? y vernã 40. y dezir otra vez, si 2 nos dan 5, quanto nos daran 40? y vernan 100, y por otra Regla de tres dezir assi: si 2 nos dan 5, quãto nos daran 100? y vernan 250, y los mismos 250 vernian diziendo assi: si 5 nos dan 2, quanto nos daran 625, que es el quadrado del quadrado de 5. Desta manera quedan 5 quantidades cõtinuadas en vna misma proporcion, que es la proporcion de las dos extremas quantidades entre las quales queremos poner los tres medios proporcionales, y las sus raizes quartas, que son raizes de sus raizes, quedan tambien en continua proporcion, que es la quarta parte de la proporcion de las dos extremas: pero los otros dos modos de q̃ auemos vsado, son mas breues en la operacion, de los quales daremos otro exemplo. Busquemos tres medios proporcionales entre 2 y 4. Diremos pues assi: 2 por 4 son 8, y sera luego R.8 el segundo medio, y 2 por R.8, haze R.32. y sera el primero medio RR.32, y R.8 por 4, haze R.128, y sera luego el tercero medio RR.128, y quedã desta manera 5 quãtidades cõtinuadas en vna misma proporcion 2, RR.32, R.8, RR.128, y 4, y tanto vale R.8 como RR.64. Por el otro modo diremos assi: el cubo de 2 es 8, y 8 por 4, haze 32, y sera luego el primero medio RR.32, y para hallar el tercero medio diremos assi: el cubo de 4, es 64, y 64 por 2, hazen 128, y sera luego el tercero medio RR.128, començando de 2, o el primero començando de 4, el segundo hallaremos multipli-

cando 2 por 4, y haran 8, y sera luego el segundo medio R.8, o RR.64, que es lo mismo.

4. Busquemos entre.2.y.3.quatro medios proporcionales. Tomaremos el quadrado del quadrado de.2. el qual es.16. y estos.16. multiplicaremos por.3.y haran.48. y la raiz quinta de.48. aque llamamos raiz relata prima de. 48. sera el primero medio proporcional. *Y* esto se auia de hallar por Regla de.3. engendrando el relato primo de.2. el qual es. 32. y dezir assi, si 2. nos dan.3. quanto nos daran 32? y vernian.48.y quedaria entonces el numero. 2. que es la primera quantidad delas seis proporcionales, contando los quatro medios, por raiz relata de.32.y la raiz quinta de. 48. seria la segunda quantidad, y de 48. para.32. es 5 vezes la proporcion de las sus raizes quintas o relatas. Mas porque el quadrado del quadrado de. 2. boluiendolo a multiplicar por. 2. haze. 32. que es el su relato primo, y essos.32. auiamos de multiplicar por.3.y partir el producto por. 2. escusamos vna multiplicacion, y vna particion, multiplicando el quadrado del quadrado de.2. por el numero. 3. y viene tanto, como si multiplicaremos por 2.y boluieramos a partir por el mismo numero.2. Auiẽdo pues hallado el primero medio proporcional, comẽçando del numero.2. por la misma arte, hallaremos el quarto medio, que sera primero commençando del numero.3. y diremos assi, el quadrado del quadrado de. 3. es. 81. los quales multiplicaremos por.2. y haran. 162. y diremos luego, que la raiz quinta de.162. es el quarto medio proporcional. Y para hallar los otros dos medios continua-

nuaremos la proporcion de.2 para.3. buſcando las otras quantidades proporcionales ſobre el numero.48. porque las ſus raizes quintas ſeran los otros dos medios, y diremos pues aſſi, ſi 2. nos dan. 3. quanto nos dara.48? y verna el numero.72. y R. quinta o relata de.72. ſera el ſegũdo medio. Iten, diremos aſſi, ſi.2. nos dan.3. quãto nos dara.72? y vernan. 108. y raiz quinta de 108. ſera el tercero medio proporcional, el quarto ya fue hallado, o lo buſcaremos de nueuo por la miſma arte por la regla de.3. Quedã luego eſtas ſeis quantidades continuadas en vna miſma proporcion, la qual es quinta parte dela proporcion ſeſquialtera, y los relatos primos deſtas ſeis quantidades van continuados en proporciõ ſeſquialtera El fundamento de toda eſta doctrina es, que entre dos numeros quadrados, cabe vn numero, el qual es medio proporcional, y de quadrado a quadrado, es la proporcion dupla, dela que tienẽ entre ſi las ſus raizes, y la proporcion deſas raizes, es ygual ala proporciõ q̃ tiene aquel medio proporcional con el vno delos dos quadrados. Y aun que los numeros no ſean quadrados, ſera toda via lo miſmo, porque los podremos repreſentar en ſuperficies quadradas, pero en tal caſo el medio proporcional no ſera numero; mas antes ſera raiz ſorda del producto por la multiplicacion delos dos numeros, entre los quales buſcamos el medio, vno por otro. Y entre dos numeros cubicos, caben dos medios proporcionales, los quales ſon numeros, y la proporciõ que tienen entre ſi dos numeros cubicos es tripla dela proporciõ delas ſus raizes cubicas,

y la proporcion delas ſus raizes cubicas el ygual ala proporcion del vn medio proporcional al otro, los quales dos medios, ſon los que caben entre los dos numeros cubicos. Y entre dos quadrados de quadrados ha tres numeros, los quales ſon medios proporcionales entre ellos. Y la proporcion que tienen entreſi dos quadrados de quadrados, es quadrupla dela proporcion de las raizes de ſus raizes. Y entre dos relatos primos, caben quatro numeros, q̃ ſon medios ꝓporcionales entre ellos, y la ꝓporcion delas raizes relatas delos dos relatos primos, es la quinta parte dela proporciõ delos miſmos relatos, y es ygual ala proporcion que qualquier delos .4. medios q̃ caben entre eſos relatos, tiene para al otro medio propinquo. Y conforme a eſto procedẽ las otras quantidades, que ſon quadrados de cubos, o cubos de quadrados, las quales lleuan ſu cuenta, y todas las otras q̃ van ſubiendo en la proporciõ.

5. Buſquemos entre. 2. y. 4. cinquo medios proporcionales. Porque el tercero medio queda en el medio entre. 2. y. 4, multiplicaremos. 2. por. 4. y haran. 8. y ſera luego el tercero medio R. 8. y entre. 2. y R. 8. buſcaremos dos medios, los quales hallaremos obrando por la ſegunda regla, y diremos aſſi. 2. por. 2. hazen. 4. y. 4. por R. 8. haze R. 128. y ſera por tãto el primero medio raiz cubica de la raiz quadrada de. 128. Iten, multiplicaremos R. 8. en ſi, y hara. 8. y eſtos. 8. por. 2. hazen. 16. y ſera luego el ſegundo medio R. cu. 16. Y por eſta miſma arte, hallaremos los otros dos medios entre R. 8. y. 4. diziendo aſſi: R. 8. por ſi, haze. 8. y eſtos. 8. por. 4. hazen. 32. y ſera luego el quarto

medio R.cu.32. y multiplicaremos.4. en ſi,y hara 16. y eſtos. 16. por R. 8. haze R. 2048. y ſera por tanto el quinto medio raiz cubica dela raiz quadrada de. 2048. Y los miſmos medios proporcionales hallariamos ſi de principio engendraſſemos el cubo del cenſo, o cenſo del cubo de. 2. el qual es 64.y fueſſemos cõſtituiendo numeros en la proporciõ de.2.para.4.los quales ſon.64. 128. 256.512.1024.2048.4096. Porq̃ las ſus raizes ſextas, q̃ ſon raizes cubicas delas quadradas,o quadradas delas cubicas ſerã collocadas en vna miſma y continua proporcion,y es la primera.2. y la ſeptima.4. y por eſta cuenta entre.2.y.4.quedan 5. medios proporcionales.

6. Partamos el numero que nos fuere dado en tales dos partes,que ſea la vna dellas medio proporcional,entre la otra parte,y qualquier otro numero que nos fuere dado. Exemplo, partamos 12. en tales dos partes, q̃ ſea la vna dellas medio proporcional entre la otra parte, y el numero.2. y la Regla ſera eſta: Multiplicaremos el numero 12. por el numero.2. y haran.24. y tomaremos la mitad de.2. la qual es 1. y eſte 1, multiplicado en ſi,hara 1.y eſto juntaremos con los,24.y ſeran.25. y dela raiz que es.5. ſacaremos la mitad de.2.que es.1. y quedaran. 4. y eſte numero,4. ſera el medio proporcional entre los.8.que quedan de.12.y el numero 2. Otro exemplo.Partamos.12.en tales dos partes, que ſea la vna dellas,medio proporcional entre la otra parte, y el numero. 16. Multiplicaremos. 16.por.12. y haran.192.y la mitad de.16.que es.8. multiplicaremos en ſi,y hara 64.los quales, 64. juntaremos con, 192. y haran

256

256. cuya raiz es.16. dela qual ſacaremos.8. y quedaran otros.8. q̃ ſera el medio proporcional entre 4. que quedan del numero.12. y 16. Tercero exemplo, ſi queremos partir el numero.10. en tales dos partes que ſea la vna dellas medio proporcional entre la otra parte y el numero.9. multiplicaremos.10. por.9. y haran.90. y multiplicaremos en ſi la mitad de.9. que es.4 $\frac{1}{2}$. y hara.20 $\frac{1}{4}$. eſtos.20$\frac{1}{4}$. juntaremos con.90. y haran.110 $\frac{1}{4}$. cuya raiz es.10$\frac{1}{2}$. dela qual ſacaremos la mitad de.9. que es.4 $\frac{1}{2}$. y quedaran.6. y ſera luego el numero.6. la parte de 10. que es el medio proporcional, entre la otra parte de. 10. que queda, la qual es. 4. y entre el numero.9. Eſta regla ſacamos dela operaciõ que ſe haze por Algebra.

7. Partamos.10. en tales dos partes, que ſea entre ellas el numero.4. medio proporcional. Eſto no es otra coſa, ſino partir.10. en tales dos partes, que la vna multiplicada por la otra, haga.16. que es el quadrado de.4. por quanto la multiplicacion de vn extremo por el otro, haze tanto como el medio proporcional, multiplicado en ſi miſmo. Sera luego la obra eſta: Multiplicaremos en ſi la mitad de.10, la qual es.5. y hara.25. y deſtos.25. ſacaremos el quadrado de.4. el qual es.16 y quedaran.9. cuya raiz la qual es.3. ſacaremos de 5. y quedaran.2. que ſeran la vna parte, y la otra ſera.8. que quedan ſacando. 2. de. 10. o juntaremos con.5. la raiz de.9. que es. 3. y haremos. 8. que ſeran la vna parte, y lo que queda de.10. q̃ es 2. ſera la otra parte. Eſta regla ſe demõſtrara por la.5. propoſicion del.2 libro de Euclides, porque ſacando del quadrado dela mitad de la linea que

en

en este caso es.10.el rectangulo.16.quedan.9.que es el quadrado dela parte q̃ queda entre el punto medio de toda la linea, y el punto que la diuide en las partes desiguales que queremos conoscer, y sacando la raiz,que es.3.dela mitad que en este caso es.5. quedaran.2. por parte menor,y juntãdola con la mitad,haremos.8. por parte mayor. Y desta.7. regla nos paresce necessario poner algun exemplo en las dignidades,para practica de los casos que enel Cap.5.dela tercera parte,auemos de poner. Como si nos dixessen,que partamos 1.censo en tales 2. partes que sea entre ellas medio proporcional 1.cosa, que es lo mismo que dezir,partamos 1 ce.en tales 2.partes,que multiplicando la vna por la otra,hagan 1.ce. Obraremos assi conforme ala regla. La mitad de 1. ce. es $\frac{1}{2}$ ce,que multiplicada en si, haze $\frac{1}{4}$ ce çe. del qual sacaremos.1.ce.y quedara $\frac{1}{4}$ ce ce.m̃.1.ce.y la raiz vniuersal desto q̃ queda,junta con $\frac{1}{2}$ ce.sera vna delas partes,y la otra parte sera $\frac{1}{2}$ ce.menos la dicha raiz vniuersal. Y la prueua desta obra sera,q̃ multiplicando $\frac{1}{2}$ ce.p̃.R.V.$\frac{1}{4}$ ce.ce.m̃ 1. ce. por $\frac{1}{2}$ ce. m̃.R.V.$\frac{1}{4}$ ce.ce.m̃.1.ce. haremos 1. censo. Y en tales multiplicaciones como estas deuemos de tener aduertencia,para q̃ no nos embaracemos obrando. Y para esto sera bueno poner las dichas dos partes en orden, como solemos hazer multiplicando. Y multiplicando primeramente $\frac{1}{2}$ ce. por $\frac{1}{2}$ ce.haremos $\frac{1}{4}$ ce.ce.y multiplicando despues la R.V. vna por otra,haremos m̃ $\frac{1}{4}$ ce.ce.m̃.1.ce.que se ha de reputar por vna sola quantidad, puesto que tenga dos nombres. Sera luego toda la sũma que haze la dicha multiplicacion compuesta

de

$\frac{1}{2}$ ce.p̄.R.V.$\frac{1}{4}$ ce.ce.m̄.1.ce.
$\frac{1}{2}$ ce.m.R.V.$\frac{1}{4}$ ce.ce.m̄.1.ce.
$\frac{1}{4}$ ce.ce.m̄.$\frac{1}{4}$ ce.ce.m̄. 1.ce.

de dos quantidades, la vna es $\frac{1}{4}$ ce. ce. y la otra es m̄.$\frac{1}{4}$ ce. ce. m̄. 1. ce. y es compuesta de dos nombres. Y no hazemos cuenta delas dos multiplicaciones en +. porque vna deshaze la otra. Iuntaremos pues $\frac{1}{4}$ ce.ce. con la otra quantidad, que es m̄.$\frac{1}{4}$ ce.ce.m̄.1.ce. applicando el. 1. ce. con declaracion de p̄ al $\frac{1}{4}$ ce. ce. y sera la dicha sūma rectamente conuertida en esta quantidad 1.ce. p̄. $\frac{1}{4}$ ce.ce. m̄ $\frac{1}{4}$ ce.ce. que vale tanto como 1. censo. y desto auemos dado auiso enel capitulo del sūmar las dignidades.

8. Partamos el numero 4 en la proporcion que tiene el medio, y dos extremos. Esta proporcion no se puede hallar en numeros, y es quando de toda linea para la parte mayor, es tal proporciō como dela parte mayor para la menor, y es quando la linea dada se parte en tales dos partes, que el quadrado dela parte mayor es ygual al rectangulo comprehenso por toda la linea y parte menor, porq̄ siendo assi partida, de toda la linea para la parte mayor, sera la misma proporcion que dela parte mayor para la menor, de manera que queda la parte mayor medio proporcional entre toda la linea y la parte menor. Queriendo pues partir el numero 4, en esta proporcion, diremos assi: el quadrado de 4 es 16, y la mitad de 4, es 2, cuyo quadrado es 4, y estos dos quadrados juntos hazen 20, sacaremos pues la mitad de 4, la qual es 2 dela raiz de 20, y lo q̄ queda sera la parte mayor, y essa parte mayor sacaremos de toda la linea, la qual en este exemplo es 4, y quedara la

par-

parte menor. De manera que partiendo 4 en la proporcion que tiene el medio, y dos extremos sera la parte mayor R. 20 m̃. 2, y la menor sera 6 m̃. R. 20, y entrambas las partes juntas son 4, y tanto se hara multiplicando 4 por 6 m̃. R. 20, como R. 20 m̃. 2 en si. Porque el quadrado de R. 20. m̃. 2. es 24. m̃. R. 320, y multiplicando 4 por 6 m̃. R. 20, sera el producto tambien 24 m̃. R. 320. La demonstracion desta Regla trae Euclides enel segundo libro y enel 6, y della vsa muchas vezes en los postreros libros.

9. Con estas Reglas delos medios proporcionales, juntaremos esta nona, por la necessidad q̃ della adelante puede auer. Partamos. 10. en tales dos partes, que el quadrado dela mayor exceda al quadrado dela menor en. 60. que es menor número, que el quadrado de. 10. el qual es. 100. Diremos assi. 60. partidos por. 10. vienen. 6. estos. 6. sacaremos de. 10. y quedaran. 4. y la mitad destos 4. la qual es 2. sera la parte menor, y la mayor sera lo que queda de. 10. que es. 8. Y la prueua assi lo dize, porque el quadrado de. 8. es 64. y el quadrado de. 2. es. 4. y es por tanto el excesso 60. La demonstracion desta Regla se hara por la sexta proposicion del segundo libro de Euclid. la qual dize, que si vna linea fuere partida en dos partes yguales, y le juntaremos rectamente qualquier otra linea, lo que se haze de toda la linea compuesta en la que se junto con el quadrado de la mitad dela primera linea, sera todo esto junto ygual al quadrado dela linea cõpuesta, de la mitad dela primera linea, y dela que rectamente se junto. Porque en este exemplo (y es la demonstra-

ſtracion vniuerſal ) pues partiendo.60. por .10. vienen.6.multiplicando luego.10.por 6.harã. 60. Entẽderemos pues la parte de.10.q̃ queda,la qual es.4. partida por la mitad en.2. y 2.y que le auemos juntado.6.que todo junto es 10. ſera luego por la 6.del ſegundo,el quadrado dela linea compueſta de 2 y de 6,que ſon 8,y vale 64,ygual a lo que ſe haze de toda la linea compueſta la qual es 10, en la que ſe junto, que es 6, y vale 60,juntamente con el quadrado de 2, que es la mitad de 4,y vale 4. Excede por eſta cuenta el quadrado de 8,que diximos ſer la parte mayor al quadrado de 2,que queda por parte menor enel numero 60,que es el rectangulo que ſe haze de toda la linea compueſta en la linea que ymaginamos ſer rectamente junta.

¶ *Delas raizes delos binomios. Cap.15.*

ENtre todas eſtas reglas es la ſeptima de mas frequente vſo, y por ella facilmente los Arithmeticos hallã la raiz quadrada de qualquier binomio. Porque no es mas neceſſario,que partir la quantidad mayor,o nombre mayor del binomio en tales dos partes, q̃ la vna multiplicada por la otra,haga la quarta parte del quadrado dela menor quantidad, o menor nombre del miſmo binomio. Exemplo,ſi queremos hallar la raiz deſte binomio 8.p̃ R.60,porque mayor quantidad es el numero 8,que R.60.partiremos 8 por la 7 Regla en tales dos partes, que la vna multiplicada por la otra,haga 15,q̃ es la quarta parte del quadrado dela menor quãtidad,el qual es 60, y ſera la vna parte 5, y la otra ſera 3, y diremos luego q̃ eſte binomio R. 5.p̃ R. 3 es raiz quadrada del

del binomio 8 p̃ R.60. y la experiencia que se haze multiplicádo R.5 p̃ R.3 en si,lo muestra. Otro exemplo: si queremos hallar la raiz quadrada deste binomio 6 p̃ R.60,porque mayor quantidad es R.60 que 6,y el quadrado de 6 es 36, y la quarta parte del tal quadrado es 9. partiremos la R.60 en tales dos partes, que la vna multiplicada por la otra, haga 9, y sera la parte mayor R.15.p̃ R.6,y la menor sera R.15.m̃.R.6,y sera por tanto la raiz quadrada de 6 p̃ R.60.este binomio de raizes vniuersales,el qual es R.V.R.15. p̃ R.6. p̃ R.V.R.15. m̃ R.6.cuyo valor sera tanto como R.V.6.p̃ R.60. Y que el dicho binomio de raizes vniuersales, sea raiz quadrada del dicho binomio 6.p̃ R.60.se ve multiplicandolo en si mismo, porque la primera raiz vniuersal multiplicada en si,haze R.15. p̃ R.6, y la segunda multiplicada en si, haze R.15. m̃.R.6,que valen tanto como dos raizes de 15,las quales juntas son la R.60. Multiplicádo despues R.V.R.15. p̃ R.6,por R.V.R.15. m̃.R.6, haremos raiz vniuersal de 15.m̃.6,la qual raiz vniuersal es 3.y porque esta multiplicació se ha de hazer dos vezes,valdran luego entrambas 6, y toda la multiplicacion junta valdra 6.p̃ R.60.Otro exemplo: Si queremos hallar la raiz quadrada deste binomio R.60. p̃ R.40. Partiremos R.60, en tales dos partes,que la vna multiplicada por la otra,haga 10, q̃ es la quarta parte de 40 quadrado del menor nombre,y sera la vna parte R.15.p̃ R.5. y la otra sera R.15.m̃. R.5. y sera por tanto raiz quadrada del binomio R.60.p̃.R.40.este binomio de raizes vniuersales R.V.R.15.p̃ R.5. p̃ R.V.R.15.m̃.R.5. Y por la misma manera hallaremos las raizes

quadradas delos recisos. Exemplo, si queremos hallar la raiz quadrada de 8.m̃. R 60. partiremos como hezimos al principio, el numero 8 en tales dos partes que la vna por la otra haga 15, y seran 5 y 3, y sera por tanto la raiz quadrada del dicho reciso R.5.m̃. R.3. Desta Regla se collige, que todo binomio tiene raiz quadrada justa y puntual, porq̃ siempre la quantidad mayor se puede partir en tales dos partes, que vna multiplicada por otra, haga la quarta parte del quadrado dela quãtidad menor, que es el menor nombre: y la razõ desto es, que la mitad dela quãtidad mayor siendo en si multiplicada, haze vn quadrado mayor q̃ la quarta parte del quadrado de la menor, por quanto esa quarta parte del quadrado de la menor, es el quadrado de la mitad desa misma quantidad menor o nombre menor, y poderse ha por tãto sacar la quarta parte del quadrado de la menor del quadrado dela mitad dela quãtidad mayor o nombre mayor del binomio, y podremos seguir en la dicha particion la dicha septima Regla. Exemplo, En este binomio 8 p̃ R. 60, mayor quantidad es 8, que R 60. porque 8 es R.64, la mitad de 8, es 4, y la mitad de R.60, es R. 15. mayor sera luego 16 quadrado de 4, que 15 quadrado de R.15. y por esta causa bien podremos sacar 15 de 16, y seguir la operacion de la 7 Regla. Tiene esta Regla q̃ auemos traido, dela qual vsan los Arithmeticos su fundamẽto enel 10 libro de Euclides, empero nos daremos razon della por otro modo mas facil, y sera este: Manifiesto es, que qual quier binomio engendra su quadrado por multiplicacion, y la via por la qual procedemos es

com

compositiua. Porque se hazen quatro multiplicaciones, las primeras dos son los dos quadrados delos dos nombres del binomio, porque cada vno dellos se multiplica en si mismo. Y estos dos quadrados juntos, constituien la quantidad mayor o nombre mayor del binomio engendrado. Las otras dos multiplicaciones son yguales entre si, porq̃ cada vna dellas es el ducto de vna parte en la otra, la qual se toma dos vezes, y haze la quãtidad menor o nombre menor del quadrado engendrado, y assi resulta constituido el binomio quadrado. Y que el duplo deste ducto de vn nombre del binomio enel otro, sea menor quantidad que los quadrados de entrambas las partes juntos, se prueua muy claramente por la 9 y 5 del segundo libro de Euclides. Siendo pues assi cõstituido el binomio quadrado por la multiplicacion de su raiz en si misma, boluiendo por la misma via, podremos resoluer el quadrado en essa raiz suya. Porq̃ en este mismo exemplo, enel qual el binomio R.5. p̃ R.3 multiplicado en si, hizo 8 p̃ R.60. si queremos hallar la raiz desse quadrado 8 p̃ R.60, porque la mitad de R.60. nõbre menor, es R.15. partiremos 8 nombre mayor en tales dos partes, que la vna multiplicada por la otra, haga 15, y obrãdo por la 7 Regla delos medios ꝓporcionales, la vna dellas hallaremos ser 5. y la otra 3. y sera por tanto la raiz quadrada del dicho binomio R.5. p̃ R.3. porque 5 y 3 hazen 8, que es el nombre mayor, y R.5 por R.3, hazen por vna sola multiplicacion R.15, y por dos multiplicaciones R.60. Y puesto que esta demonstracion sea hecha en estos terminos, y parezca por

esso particular, es empero vniuersal en la razon.

*¶ Delas raizes cubas delos binomios cubos.*

LA Regla para hallar las raizes cubas binomicas de los binomios cubos, traeremos por la misma manera, y por los mismos discursos que la hallamos: y la inuencion no es differente del arte que tuuimos para sacar las raizes quadradas delos binomios, puesto que todo binomio es quadrado, pero no es cubo qualquier binomio. O quan bueno fuera, si los Autores que escriuieron en las sciencias Mathematicas, nos dexaran escriptos los sus inuentos por la misma via, y con los mismos discursos q̃ hizieron, hasta que pararon en ellos. Y no como Aristoteles dize en la Mechanica delos artifices, q̃ nos muestran dela machina que tienen hecha lo de fuera, y esconden el artificio, por parescer admirables. Es la inuencion muy differente dela tradicion en qualquier arte, ny penseis q̃ aquellas tantas proposiciones de Euclides, y de Archimedes, fueron todas halladas por la misma via que nos las han traido. Buscando pues Regla para hallar las raizes cubas binomicas de aquellos binomios que las tienen, cõmençamos a criar el cubo deste binomio 2. p̃ R.3, que tomamos por exemplo, pretendiendo que por el mismo modo que engendrassemos el cubo, por composicion delas multiplicaciones o ductos, por essa misma via siendo esse cubo engendrado, bolueriamos en busca de la su raiz cuba, que fue su principio, como si nos fuesse ignota, haziendo resolucion. Y puesto el dicho binomio 2 p̃ R.3, en la orden que aquy veis para hazer las multiplicaciones, començamos de prin-

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2. p̄ R.3. | | | principio, y procedemos por |
| 2. p̄ R.3. | | | esta manera: 2 por 2, haze 4, q̃ |
| 4. p̄ 3. p̄ 4. R.3. | | | es su quadrado, y R.3 por R.3, |
| 8 | R.27. | | haze 3, que es su quadrado, y es |
| 6 | 4. R.3. | | numero, y 2 por R.3. dos vezes |
| 12 | 8. R.3. | | q̃ es la +, haze 4 raizes de 3. |
| 26. p̄ 15. R.3. | | | Vale luego el quadrado 4 p̄ 3 p̄ |
| 26. p̄ R.675. | | | 4 raizes de 3. Y porq̃ estos tres |

ductos, delos quales es constituido el quadrado de 2 p̄ R.3, han de ser multiplicados por el mismo binomio 2 p̄ R.3, para engendrar el cubo, hezimos por esta causa seis multiplicaciones, diziendo assi: El numero 2 nombre mayor del binomio multiplicado por su quadrado, el qual es 4, haze 8, que es su cubo. Y el mismo 2 nombre mayor del binomio multiplicado por 3, que es quadrado del menor nombre, haze 6. Y R.3 nombre menor multiplicado por 4 raizes de 3, que fue el ducto de 2 por R.3, tomado dos vezes, haze 12, porque vale tanto como dezir 4 vezes 3. fueron luego tres ductos, el primero 8, que es cubo, y el segundo 6, y el tercero 12. Y notamos que el segundo ducto 6, es siempre la mitad del tercero ducto, que en este exemplo es 12, y por essa causa es el tercio de entrambos juntos. Porque el segundo ducto es del numero 3 quadrado del nombre menor por 2, que es nombre mayor, y el tercero ducto es del mismo numero 3, quadrado del nombre menor por 4, que es duplo de 2, porque esse tercero ducto es de R.3, por 4 raizes de 3, que son 2 raizes de 3, tomadas 2 vezes, mas ya diximos, y a baxo lo prouaremos, que tanto vale como dezir 3 vezes 4, y esto generalmente.

Y notamos mas, que en estos tres ductos, que son tres numeros, no auer quebrado, es porque los que multiplicaron fueron numeros sin quebrado. Recogemos pues los tres numeros 8, 6, y 12, que son los tres ductos, y hizieron todos en vna sũma 26, y tanto pusimos por mayor nombre del binomio cubo, que queremos constituir. Las otras tres multiplicaciones que aun auemos de hazer, todas son raizes, porque son representadas en forma de raizes, y en valor podrian ser numeros, si la raiz que es vno de los nombres del binomio fuesse raiz de numero quadrado, como si el binomio fuera 2.p̃ R.4, o 2.p̃ R.9. Hezimos luego las tres multiplicaciones de raizes, diziendo assi: R.3 por su quadrado, que es 3, haze R 27, que es cubo dessa R.3, y raiz quadrada del numero cubo 27, y vale 3 raizes de 3. Iten, R.3 por 4 quadrado del numero 2, que en este exemplo es nombre mayor, haze 4 raizes de 3, y esse mismo 2 nombre mayor del binomio, multiplicado por las 4 raizes de 3, que fueron el ducto de R.3 por 2, tomado dos vezes, haze 8 raizes de tres. Son por esta manera tres ductos de raizes por numeros, en los quales assi como en los otros tres, el primero es el cubo del nõbre del binomio q̃ es raiz, y el segundo es la mitad del tercero: y por essa causa sera el tercio de entrambos juntos. Y que el segundo ducto sea la mitad del tercero, assi en este exẽplo, como en qualesquier otros vniuersalmẽte, es esta la razon, que tanto vale multiplicar la primera de tres quantidades por la segunda, y el producto por la tercera, como multiplicar el ducto dela primera en la ter-

cera por la ſegunda, como hallareis demōſtrado en vn notado del caſo 37 de la Geometria deſte libro. Y porque el dicho tercero ducto, que vale 8 raizes de 3, es conſtituido por la multiplicacion dela raiz de 3 en el nombre mayor, y el producto multiplicado por 2, y lo que ſe haze multiplicado deſpues por el nombre mayor, eſto ſera otro tanto, como es lo que ſe haria multiplicando la raiz de 3, por el ducto del nombre mayor en ſi miſmo, el qual es el ſu quadrado, y eſſe producto por 2. y porque el ſegundo ducto fue conſtituido por la multiplicacion de R.3, enel ducto del nombre mayor en ſi miſmo, duplo es por tanto el tercero ducto del ſegundo en todos los exemplos o caſos ſemejantes a eſte vniuerſalmente. Y porque los tres ductos juntos, ſon 15 raizes de 3, multiplicamos R. 3 por 15, y reſulto R.675. y fue conſtituido el binomio cubo 26 p̄ R. 675. y aſſi como 2, fue mayor nombre q̄ R.3, aſſi tambien 26, es mayor nombre que R.675. Y porq̄ en la multiplicacion de las raizes no interuino quebrado, el quadrado 675, no tiene quebrado. Eſte fue el diſcurſo q̄ hezimos, cōponiendo el binomio cubo por ſu origē, y raiz q̄ es 2 p̄ R.3. Agora commençando del miſmo cubo, y boluiendo por el miſmo camino, y reſoluiendo, pararemos en la ſu raiz cuba, y ſera eſto muy facil. Pornemos pues q̄ nos ſea ꝓpueſto el miſmo binomio 26 p̄ R. 675. del qual q̄remos ſaber ſi es cubo, y ſi lo es qual ſea la ſu raiz. Eſto podremos examinar por qual quier delos ſus dos nōbres, y inueſtigaremos eſto primeramēte por el mayor nōbre, el qual es 26, por ſer mas facil de tratar q̄ la raiz, y diremos aſſi:

Si el tal binomio es cubo, es luego el numero 26, q̃ es el nombre mayor compuesto de vn numero cubo, y de otro numero que tiene tercio sin quebrado, porque sera esse numero restante cõpuesto de vn numero entero sin quebrado, y de su duplo. Y porque esto todo se halla en las dos partes de 26 que son 8, y 18. porque 8 es cubo, y el tercio de 18, es 6. que es numero entero sin quebrado, y es la mitad de lo que queda, que es 12. tomaremos luego la raiz cuba de 8. la qual es 2, por el mayor nõbre dela raiz cuba de 26. p̃ R 675. si el es cubo binomio, y si lo es, sera esse numero 6. produzido por la multiplicacion desse mayor nombre que es 2. enel quadrado del menor nombre dela raiz cuba que buscamos. Partiremos por tanto 6 por 2, y lo que viene que es 3. sera el quadrado del menor nombre, y sera luego el menor nombre R. 3. y toda la raiz binomica cuba 2 p̃ R. 3, y esto si el dicho binomio 26 p̃ R. 675, es cubo, lo qual examinaremos por dos maneras, o haziendole la prueua, queremos dezir, que multipliquemos 2 p̃ R 3 en si cubicamente, y si hiziere el dicho binomio 26. p̃ R 675, sera juzgado por cubo, y que aquella es la su raiz, y si no lo hiziere, no sera cubo. Y puesto que esta manera sea mas facil, la otra sera mas doctrinal. Porque si el dicho binomio fuere cubo, buscandola su raiz por el menor nombre, verna la misma que antes vino, la qual era 2. p̃ R 3. Partiremos pues R. 675, en tales dos partes, que la vna sea raiz quadrada de vn cubo, y el tercio dela raiz que es la segunda parte, sea raiz de numero entero sin quebrado, porque 26 y 675. no tienen quebrado. Y por

que

que seria gran trabajo tentar todos los cubos q̃ caben en 675, para ver qual sera el cubo, cuya raiz quadrada sacada de R 675. dexa otra raiz q̃ tenga tercio sin q̃brado, pues la raiz cuba opinada era 2. p̃ R 3. y es R 3 el menor nombre, multiplicaremos en si cubicamente essa R 3. y haremos R 27. la qual es raiz de cubo, y esta sacaremos de R 675. para ver si dexa raiz que tenga tercio sin quebrado, y hallaremos que queda R 432. cuyo tercio es R 48. en la qual no interuiene quebrado. Y es esta raiz de 48. conforme ala composicion que hezimos, el ducto dela raiz cuba dela R 27. la qual es R 3, enel quadrado del nombre mayor. Partiremos luego R 48, por R 3. y si el dicho binomio 26. p̃ R 675 es cubo, (porque se propuso como si no lo supiessemos) verna en la particion el quadrado del nombre mayor. Y porque lo que viene es R 16, la qual es 4, sera luego el numero 4, quadrado del nombre mayor: y porque la raiz de 4, es 2. diremos que el nombre mayor es 2, assi como auiamos hallado obrando por el numero 26. Y pues concorda vna raiz con la otra, pronũciaremos por esta causa el dicho binomio 26. p̃. R 675 por cubo, y que la su raiz binomica cuba es 2. p̃ R 3. Y delo que dicho auemos, y delas operaciones que hezimos, cõsta, que siendo nos propuesto vn binomio, para que veamos si es cubo, y qual es la su raiz cuba, si lo es, seria muy gran trabajo commençar este exame por el nombre suyo que fuere raiz. Sera luego lo mejor buscarle raiz cuba por el nombre que fuere numero, y essa raiz hallada, porque es opinada, y no sabida, porque no sabemos aun si el propuesto binomio

es

es cubo, multiplicaremos en ſi cubicamente eſa raiz, y ſi hiziere el tal binomio, diremos que es cubo, y que la raiz cuba binomica q̃ por el numero hallamos, es la verdadera raiz cuba.

*Y* porque la dicha Regla para hallar las raizes cubas de los binomios cubos, es collegida de la compoſiciõ y reſolucion que hezimos, daremos algunos otros exemplos, para q̃ quede mas fixa en la memoria. Sea nos propueſto eſte binomio R.50. p̃ 7. del qual queremos ſaber ſi es cubo, y ſi lo es, qual ſea la ſu raiz binomica cuba. Y porque el numero 7, es el menor nombre del dicho binomio, en el qual no ha quebrado, ny tan poco en el quadrado del mayor nombre, partiremos 7 en tales dos partes, q̃ la vna ſea cubo, y la otra tenga tercio ſin quebrado, y ſeran eſſas partes 1 y 6, porque 1 es cubo, y 2 es el tercio de 6, y ſera por tanto la raiz cuba de 1, la qual tambien es 1, el nombre menor dela raiz que buſcamos, y partiremos 2 por eſſe 1, que es nombre menor, y vernan 2, cuya raiz quadrada ſera el nombre mayor, y toda la raiz cuba ſera R.2 p̃ 1, ſi el dicho binomio R.50 p̃ 7 es cubo. Y eſto examinaremos multiplicando en ſi cubicamẽte R.2 p̃ 1, y la obra ſera eſta, R.2 en ſi multiplicada, haze 2, y 1 en ſi, haze 1, que ſon 3. y R.2 por 1 dos vezes, haze 2 raizes de 2. Es luego el quadrado 3 p̃ 2 raizes de 2, el qual multiplicaremos por 1 p̃ R.2, diziendo aſſi: 1 por 3, haze 3. y R.2 por 2 raizes de 2, vale tanto como dezir, 2 vezes 2, ſon 4, que con 3, hazen 7. y 1 por 2 raizes de 2, ſon 2 raizes de 2. y R.2 por 3, ſon 3 raizes de 2. y aſſi ſon 5 raizes de 2, que valen tanto como R.50. Vale luego toda la multiplica-


cion

cion R.50 p̃ 7, y pronunciaremos por tanto, que el dicho binomio R.50 p̃ 7 es cubo, y que la su raiz cuba binomica es R. 2 p̃ 1. Tambien podremos examinar si es cubo, y si aquella es la su raiz cuba, por el nombre mayor R.50, diziẽdo assi: Pues el nõbre menor, q̃ es 7, nos da por nombre menor dela raiz q̃ buscamos 1, y por mayor R.2, sacaremos de R.50, el cubo de R.2, el qual es R.8. y quedara R 18, la qual partiremos en tres partes yguales, y sera la vna R.2, esta raiz de 2, que es el tercio de R.18, partiremos por el mayor nombre q̃ obrãdo por el numero 7 hallamos ser R.2, y verna 1. cuya raiz sera el nombre menor. Y porq̃ la primera obra concorda con la segunda, diremos que R 2 p̃ 1, es raiz cuba de R 50 p̃ 7. Y porque el mismo discurso, que auemos hecho, sirue en los residos, diremos, q̃ la raiz cuba de R 50 m̃ 7. es R 2, m̃ 1. y q̃ la raiz cuba de 26 m̃ R 675, es 2 m̃ R 3.

Y sabed, que quando nos proponen algun binomio o reciso para buscar la su raiz cuba, lo q̃ pretẽdemos es saber si tiene raiz cuba en forma de binomio, y que sea tal, q̃ multiplicandola en si misma cubicamẽte, haga el propuesto binomio, en aquella misma forma en la qual se propone, sin auer mudãça enel nombre mayor, ny enel menor. Y esto notamos, porque en este binomio 63. p̃. R. 3844. cuyos nombres entrambos son quantidades racionales: porque la R 3844, es 62. y vale luego el dicho binomio 125. que es numero cubo, si le queremos buscar la raiz binomica cuba, hallaremos que es conforme ala Regla 3. p̃. R. 4. Porque partiremos 63. q̃ es el mayor nombre, en 27, que es cubo, y en 36, cuyo tercio es 12. sera lue

go

go el nombre mayor de la raiz que buſcamos el numero 3. y por eſtos 3, partiremos los 12. y vernan 4. cuya raiz ſera el nombre menor, y toda la raiz cuba 3 p̃ R 4. y la miſma nos dara R 3844, que es menor nombre, porque ſacaremos della la R 64. el qual 64 es cubo, y reſtara R 2916. cuyo tercio es R 324. ſera luego el menor nombre R 4. porque es raiz cuba de R 64. Y por eſſa R 4, nombre menor, partiremos la R 324, y verna R 81. la qual es 9. y R 9, la qual es 3. ſera el nombre mayor, como antes auiamos hallado. Y pueſto q̃ eſte binomio 115. p̃ R 100. tenga el valor del dicho binomio 63. p̃ R 3844. porque es 125. no tiene pero raiz cuba en forma de binomio, ny la regla ſe la da, aun que en valor ſea cubo, porque como dicho auemos, no llamamos binomios cubos ſino aq̃llos cuyo principio es otro binomio, del qual trae ſu naſcimiento.

Y quanto a los binomios en los quales, o enel numero, que es el vno delos nombres, o enel quadrado del otro nombre, ha quebrado, buſcaremos las ſus raizes cubas por la miſma manera, pero no nos occuparemos en partir en tales dos partes, que la vna ſea numero cubo, y la otra tẽga tercio ſin quebrado, porque auiendo quebrado enel binomio, lo aura en la raiz cuba, y en alguno delos medios, por los quales hallamos eſſa raiz, y eſto veremos en algunos exemplos que traeremos. Sea nos propueſto eſte binomio 10. p̃. R 50 $\frac{12}{27}$, del qual es el numero 10 el mayor nombre, no partiremos eſſe numero 10 en la vnidad que es cubo, y en 9, que es partible en tres partes yguales ſin quebrado, lo qual hizieramos, ſi el

nom-

nombre su cōpañero fuera numero entero, mas partir lo emos en el cubo 8, y en el numero 2. el qual se puede partir en 3 partes yguales, pero con quebrado, por quāto el tercio de 2, es $\frac{2}{3}$. Tomaremos luego la raiz cuba de 8, la qual es 2, por el mayor nombre dela raiz cuba q̃ buscamos, y por esse numero 2, partiremos los $\frac{2}{3}$, y verna $\frac{1}{3}$, cuya raiz quadrada sera el nombre menor, y toda la raiz cuba binomica, sera 2. p̃ R $\frac{1}{3}$. y la prueua assi lo dize. Porque si multiplicaremos 2 p̃ R $\frac{1}{3}$ en si cubicamēte, sera el producto 10. p̃ R 50 $\frac{10}{27}$. Podremos tambien examinar, si el dicho binomio es cubo, y si es aquella la su raiz cuba, sacando el cubo de R $\frac{1}{3}$, el qual es R $\frac{1}{27}$ de R 50 $\frac{10}{27}$. y partiendo la raiz q̃ queda en tres partes iguales, y partiēdo vna parte dessas que es el tercio por R $\frac{1}{3}$, y lo que viniere, ha de ser el quadrado del numero 2. si la dicha raiz cuba 2. p̃ R $\frac{1}{3}$, es del dicho binomio 10. p̃ R 50 $\frac{10}{27}$, y la obra sera esta: Partiremos 50 $\frac{10}{27}$ por $\frac{1}{27}$, q̃ es cubo de $\frac{1}{3}$, y verna 1369. cuya raiz es 37, de la qual sacaremos 1. conforme ala regla del diminuir las raizes, y quedara 36. y por este numero 36. multiplicaremos la R $\frac{1}{27}$. y hara R 48. y esta es la raiz que queda sacando este cubo R $\frac{1}{27}$, de R 50 $\frac{10}{27}$, partiremos pues R 48 por 3, y verna R 5 $\frac{1}{3}$. la qual auemos de partir por R $\frac{1}{3}$, q̃ es raiz cuba de R $\frac{1}{27}$. y es por essa causa el menor nombre de la raiz q̃ buscamos, y verna R 16. la qual es 4. y raiz de 4, la qual es 2, sera el nombre mayor: y toda la raiz 2. p̃ R $\frac{1}{3}$. Pero si no vuieramos buscado la dicha raiz por el numero 10. y quisieramos buscar la commençando dela R 50 $\frac{10}{27}$, trabajo fuera atinar enel cubo, cuya raiz cumple sacar de R 50 $\frac{10}{27}$. pue-

sto

ſto que ſiendo el Arithmetico bien exercitado en eſta arte, el quebrado $\frac{10}{27}$ lo encaminaria. Otro exemplo en los quebrados, ſea nos propueſto eſte binomio 8. p̄ R 66 $\frac{10}{27}$, para le buſcar la raiz binomica cuba, ſi la tuuiere, partiremos el menor nōbre, que es 8 en 1, que es cubo, y en 7, cuyo tercio es 2 $\frac{1}{3}$. y ſera luego el menor nombre dela raiz 1. que es raiz cuba del cubo 1. y por eſſe 1, nombre menor, partiremos los 2 $\frac{1}{3}$, y vernan los miſmos 2 $\frac{1}{3}$. y ſera luego el nombre mayor R 2 $\frac{1}{3}$. y hecha la prueua por cubica multiplicacion de 1. p̄ R 2 $\frac{1}{3}$, ſera el producto el miſmo binomio 8. p̄ R 66 $\frac{10}{27}$. Iten, en eſte binomio 5 $\frac{1}{2}$ p̄ R 30 $\frac{3}{8}$. el nombre menor es 5 $\frac{1}{2}$. el qual partiremos en dos partes, la vna ſera 1, que es cubo, y la otra ſera 4 $\frac{1}{2}$, cuyo tercio es 1 $\frac{1}{2}$. y ſi el dicho binomio es cubo, el menor nombre dela ſu raiz cuba ſera 1, q̄ es raiz cuba de 1. y partiremos por eſſe 1, el tercio de 4 $\frac{1}{2}$, q̄ es 1 $\frac{1}{2}$, y verna 1 $\frac{1}{2}$. cuya raiz quadrada ſera el nombre mayor. Y porque multiplicando en ſi cubicamente 1. p̄ R 1 $\frac{1}{2}$, es el producto 5 $\frac{1}{2}$. p̄ R 30 $\frac{3}{8}$, diremos que es binomio cubo, y que la ſu raiz cuba, es 1. p̄ R 1 $\frac{1}{2}$. Y lo miſmo hallaremos, ſi le buſcaremos la raiz ſobre el nombre mayor, el qual es R. 30 $\frac{3}{8}$. Porque partiremos eſſa R 30 $\frac{3}{8}$ en el cubo, q̄ es R 3 $\frac{3}{8}$. y en R 13 $\frac{1}{2}$. y conforme a eſto ſera el nōbre mayor la raiz cubica de R 3 $\frac{3}{8}$, la qual es R 1 $\frac{1}{2}$. por la qual partiremos el tercio de R 13 $\frac{1}{2}$, q̄ tambien es R 1 $\frac{1}{2}$, y verna 1. cuya raiz que tambiē es 1, ſera el nombre menor, que concorda con la raiz que auiamos hallado, por el nombre menor del dicho binomio cubo. Y daremos vn exemplo, en el qual ſacando del vno delos nombres, el qual

es numero con quebrado, el cubo que cumple ſacar, lo que queda ſe puede partir en tres partes yguales ſin quebrado. Como ſi nos fueſſe propueſto eſte binomio 12 $\frac{3}{8}$. p̃ R 153 $\frac{1}{8}$, para ſacar la ſu raiz binomica cuba, partiremos el numero 12 $\frac{3}{8}$, que es el nombre mayor enel cubo 3 $\frac{3}{8}$. y enel numero 9. y la raiz cuba de 3 $\frac{3}{8}$, la qual es 1 $\frac{1}{2}$. tomaremos por el nombre mayor de la raiz que buſcamos, y por eſſe 1 $\frac{1}{2}$. partiremos el numero 3, que es el tercio de 9, y verna el numero 2. cuya raiz ſera el nombre menor dela raiz que buſcamos, ſi el dicho binomio 12 $\frac{3}{8}$ p̃ R 153 $\frac{1}{8}$ es cubo, y ſera luego toda la raiz 1 $\frac{1}{2}$. p̃ R 2, la qual ſe dize opinada, y no ſabida, haſta que ſe le haga ſu prueua, la qual haremos multiplicando en ſi cubicamente 1 $\frac{1}{2}$, p̃ R 2. y hallamos que haze el dicho binomio 12 $\frac{3}{8}$, p̃ R 153 $\frac{1}{8}$. y ſera por tanto juſgada por ſu raiz cuba. Y podremos tambien hazer la prueua inueſtigando la raiz por el menor nombre, el qual es R 153 $\frac{1}{8}$. Porque pues buſcandola por el mayor nombre, hallamos q̃ era 1 $\frac{1}{2}$ p̃ R 2. tomaremos el cubo deſſa R 2, el qual es R 8. y ſacarlo emos de R 153 $\frac{1}{8}$. cõforme a ſu Regla, por eſta arte: Partiremos 153 $\frac{1}{8}$ por 8, y vernan 19 $\frac{9}{64}$, cuya raiz quadrada es 4 $\frac{3}{8}$, delos quales ſacaremos la vnidad, y quedará 3 $\frac{3}{8}$. y eſtos 3 $\frac{3}{8}$. multiplicaremos por R 8, y haran R 91 $\frac{1}{8}$. y eſta es la raiz que queda, ſacando R 8 de R 153 $\frac{1}{8}$. Partir la emos en tres partes yguales, y ſera la vna parte R 10 $\frac{1}{8}$, y partiremos eſta R 10 $\frac{1}{8}$ por R 2. que es la raiz cuba de R 8. y verna R 5 $\frac{1}{16}$ la qual es 2 $\frac{1}{4}$, cuya raiz es 1 $\frac{1}{2}$, y tanto ſera el nõbre mayor dela raiz que buſcamos, y el menor ſera R 2. que concorda con la primera obra.

Delo

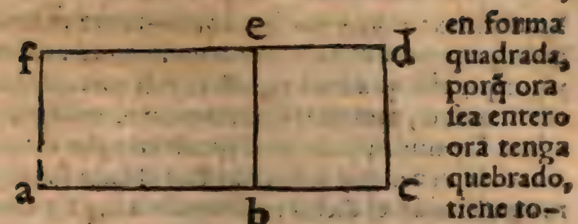
Delo que dicho auemos delos binomios cubos, en los quales ha quebrado, colligimos, que siendo nos propuesto vn binomio, y buscando le la raiz cuba por el vno delos nombres, la qual siendo ya hallada, dezimos q̃ es opinada, si hazemos entonces la prueua por multiplicacion cubica, y hallamos que haze precisamente el binomio propuesto, o buscando tambiẽ la raiz cuba por el otro nombre dese propuesto binomio, si la q̃ nueuamente hallamos concorda con la otra, podremos pronunciar el tal binomio por cubo, y que la raiz opinada, es la verdadera. Mas quando la raiz opinada, que fue hallada por el vno de los nombres, fuere en si misma multiplicada cubicamente, y no hiziere el binomio cuya raiz cuba buscamos, no podremos por eso affirmar, que el tal binomio no es cubo. Porq̃ pues el binomio en que ha quebrado, no nos obliga a partir el su nombre que es número, en cubo que sea numero entero, ny es forçado que lo que queda sacando el cubo, se pueda partir en tres partes iguales, ny en tres desiguales: porque lo vno y lo otro puede acontecer, como en los casos que auemos traido muy claramente se ve, si no acertaremos en la particion dese nombre del ꝓpuesto binomio, tomãdo vn cubo por otro, verna vna falsa raiz, la qual siendo en si misma multiplicada cubicamente, no hara el propuesto binomio, el qual toda via sera cubo, y si por esa prueua lo jusgasemos, lo auriamos por no cubo. Exemplo, sea el propuesto binomio este de que auemos hablado $12\frac{3}{8}$ p̃ R $153\frac{1}{8}$. si para saber si es cubo, y le buscar raiz cuba, partiessemos $12\frac{3}{8}$ en el cubo 1. y en $11\frac{3}{8}$.

o en

o en el cubo 8, y en 4 $\frac{3}{8}$. y lo que resta partiessemos en tres partes yguales, aun q̄ sean con quebrado, porque assi vienen las mas delas vezes, obrando conforme ala Regla vernia otra raiz, y no 1 $\frac{1}{2}$ p̄ R 2, la qual es la verdadera. Verdad es, q̄ ningun sabio Arithmetico partira el nombre 12 $\frac{3}{8}$ en el cubo 1. y en 11 $\frac{3}{8}$. porque pues 12 $\frac{3}{8}$, es mayor nōbre, q̄ R 153 $\frac{1}{8}$. y del mayor nōbre sale el mayor nombre dela raiz, y esse mayor nombre dela raiz ha de ser raiz cuba, daquel cubo enel qual partimos el nombre mayor del binomio propuesto, no partira por tanto el nombre 12 $\frac{3}{8}$ enel cubo 1, y en 11 $\frac{3}{8}$, para buscar la raiz cuba del binomio 12 $\frac{3}{8}$ p̄ R 153 $\frac{1}{8}$. Mas si ese numero 12 $\frac{3}{8}$, partiesse en 8 cubo, y en 4 $\frac{3}{8}$, que aura por mas verisimile, tambien erraria, y si la raiz que por esse tal medio hallasse multiplicasse cubicamēte, no haria el propuesto binomio, y si por ello lo juigasse por binomio no cubo, erraria. Iten, si quisiesse hazer el exame, buscando la raiz binomica cuba del mismo binomio 12 $\frac{3}{8}$ p̄ R 153 $\frac{1}{8}$, por el menor nōbre R 153 $\frac{1}{8}$. partiendola en vna raiz quadrada de vn cubo, y en raiz de otro numero, la qual se ha de partir en tres partes yguales, auiēdo errado enel cubo del nombre mayor, puesto que acertasse en este, es impossible cōcordaren las raizes. Principalmēte que tal raiz quadrada de cubo tomara del segūdo nombre, qual le mostrare la raiz binomica cuba hallada por el primero nombre. Luego si por no concordar en las raizes que hallo, pronūciare por no cubo el dicho binomio 12 $\frac{3}{8}$ p̄ R 153 $\frac{1}{8}$, errara. En aquellos binomios, en los quales no ha quebrado no puede caber este engaño, quan-

do les buſcamos las ſus raizes cubas. Porque raras vezes aconteſce ſer el binomio tal,que pueda caber enel,mas que vn numero cubo ſin quebrado,y lo que queda numero entero ſin quebrado, y por eſta cauſa,no puede auer dubda en la election del cubo,que auemos de ſacar del nombre que es numero. Y quando nos proponen binomio en el qual no ha quebrado,y que es tal,que del nõbre que es numero podemos ſacar vn numero cubo, quedando numero partible en tres partes yguales ſin quebrado,y que podemos ſacar otro numero cubo, mayor o menor que el primero, ſiendo toda via el numero que queda partible en tres numeros yguales enteros, y ſin quebrado,como vemos en eſte binomio 945 p̄ ℞ 504008. ny aun en eſſe tal caſo podra auer dubda en la election del cubo,que auemos de ſacar del nombre que es numero. Porque buſcaremos la raiz cuba por entrambos los cubos, y aquella eligeremos para con ella hazer la prueua, que cõuienere en mayor y en menor, con los nombres del binomio. Es nos propueſto eſte binomio 945, p̄ ℞ 504008. y queriendo ſaber ſi es cubo,y ſi lo es, qual ſea la ſu raiz binomica cuba,porque el nõbre 945, que es el mayor, es compueſto de dos cubos 729,cubo de 9. y 216,cubo de 6.y qualquier dellos ſe puede partir en tres numeros yguales, y enteros ſin quebrado,buſcaremos la raiz cuba del binomio por entrambos los cubos,diziendo aſſi: De 945. ſacando 279, numero cubo,quedan 216,cuyo tercio es 72.tomaremos luego por mayor nombre dela raiz que buſcamos el numero 9, que es raiz cuba de 729. y partiremos 72 por 9, y vernan

vernan 8. cuya raiz quadrada sera el segundo nõbre, y toda la raiz cuba opinada, sera 9 p̃ R 8. Iten, de 945. sacando 216 numero cubo, quedan 729. cuyo tercio es 243. Los quales 243, partiremos por 6. raiz cuba de 216. y vernã 40 ½. cuya raiz sera el segũdo nombre, y el primero sera 6. sera luego toda la raiz opinada 6 p̃ R 40 ½. y la otra raiz opinada era 9, p̃ R 8. la qual cõuiene mas con el binomio 945, p̃ R 504008. q̃ 6 p̃ R 40 ½. porq̃ assi como 945. es mayor nõbre q̃ R 504008. assi tambiẽ es el numero 9. mayor nombre q̃ R 8. y es al cõtrario 6 p̃ R 40 ½. la qual por esta causa dexaremos. Pero no aceptaremos aun 9 p̃ R 8. por raiz cuba de 945 p̃ R 504008. hasta le hazer su exame, el qual sera multiplicarla en si cubicamẽte, y si no hiziere por essa multiplicacion el dicho binomio, diremos q̃ no es binomio cubo. Porq̃ si fuesse cubo, essa seria su raiz cuba, y no siẽdo ella la su raiz cuba, siguesse que no es cubo. Pero hallamos q̃ multiplicando en si cubicamente 9 p̃ R 8. haze el dicho binomio 945 p̃ R 504008. y sera luego el dicho binomio cubo, y 9 p̃ R 8, la su raiz cuba. O podremos si mas nos pluguiere hazer exame, si el dicho binomio es cubo, sacando de R 504008. la R 512, que es el cubo de R 8. y buscar la raiz cuba del dicho binomio, porq̃ si concordare con la otra enel nombre que es 9. sera la misma raiz, y pronunciaremos esse binomio por cubo. Cosa es digna de admiracion, aquien no supiere la razon dela regla, ver que si el binomio es cubo, por vn solo nombre se halla la raiz binomica cuba. Mas el que la sabe, no terna de que se marauillar, considerando que quando multiplicamos la raiz binomica por




en forma quadrada, porq̃ ora sea entero ora tenga quebrado, tiene todo numero lado quadrado, puesto que numero quadrado no sea. Y la linea a.b.que con b.c. constitue la recta linea a.c.sea vn numero que cõprehenda muchas vezes el lado quadrado b.c.o justamente;o con quebrado,o vna tan sola vez con quebrado. Queremos dezir,que a.b. sea tres vezes mayor que b.c.o tres vezes y media mayor, o tres vezes y dos quintos mayor, o vna vez y media mayor, o vna vez y dos quintos mayor, o en qualquier otro numero mayor q̃ b.c.puesto que b.c.no sea numero,porque si b.c.d.e. no es numero quadrado,no puede b.c. ser numero. Y del punto a, lleuaremos la perpendicular a.f. y estenderemos la linea d.e segun rectitud,y resultara formado el rectangulo a.b.e.f.el qual deziemos ser numero,y que tantas vezes o justamente,o con parte,o con partes, cõprehende al quadrado b.c.d.e. quantas vezes a.b. contiene al lado quadrado b.c. Porque pues el dicho rectangulo a.b.e.f. y el quadrado b.c.d.e. tienen vna misma altitud,qual es la proporcion de a.b.para b.c.tal sera la proporciõ desse rectangulo a.b.e.f. para el quadrado b.c.d.e.por la 1.del 6.de Euclides: y porque a.b. tiene muchas vezes justamẽte la linea b.c. o con quebrado della, o vna sola vez con quebrado, luego el rectangulo a.b.e.f.

las mismas vezes, y por la misma manera es forçado ꝗ comprehenda al dicho quadrado b. c.d.e. y porque esse quadrado b.c.d. e. pusimos que fuesse numero, tambien sera numero el rectágulo a.b. e. f. y multiplicando el quadrado por el numero de vezes que a.b. contiene al lado b.c. sera constituido el dicho rectangulo a.b.e.f. y esto es lo que queriamos demonstrar.

# TERCERA PARTE PRINCIPAL CAP. PRIMERO de como se deua de hazer la ygualacion.

EN esta arte de Algebra hazemos ygualacion, quãdo siendo nos offerecidas dos quantidades por yguales, las reduzimos a otras dos de differentes naturalezas, por ygual diminuicion de lo que es commun a entrambas, o abatiendo las ygualmente, o por ygual addicion de lo que faltaua, para que vengan a alguna delas conjugaciones, que desas mismas quantidades ay. Exemplo: Siẽdo nos offerecidas por yguales estas dos quantidades 20.co.p̃.7.ce.m̃.37. y 30. co. p̃.4.ce.m̃.40, para las reduzir a otras dos de differentes naturalezas, y que vengan si es possible a alguna delas conjugaciones. Porque el numero 37, esta declarado por menos en la primera quantidad, callarlo emos, que tanto vale como darselo, y quedaran enteramente 20.co.p̃.7.ce. y delos 40 que en la segunda quãtidad tambien son declarados por menos, sacaremos otros 37, y quedaran

daran por tanto 20.co. p̃.7.ce. yguales a 30.co. p̃ 4.ce.m̃.3. Este numero 3, que aun en la segunda quãtidad esta declarado por menos, callaremos, q̃ tanto monta como darse lo, y otro tanto daremos a la primera quãtidad, y ternemos 20.co. p̃ 7.ce p̃.3. yguales a 30.co. p̃ 4.ce. Y porque las 20.co.es quantidad commun a entrambas quantidades, sacarlas emos, y quedaran 7.ce.p̃ 3.yguales a 10.co p̃ 4.ce. Y porque tambien los 4.ce.es quantidad cõmun a entrambas quantidades, sacarlos emos, y quedaran finalmẽte 3.ce.p̃ 3.yguales a 10. co. y assi queda hecha la ygualacion, y viene a la tercera delas compuestas, y tiene su regla por la qual se sabe el valor dela cosa, y q̃ las quantidades offerecidas por yguales realmente eran yguales. Otro exemplo: siendo nos offerecidas estas dos quantidades por yguales, para las auermos de reduzir a otras yguales, a las quales se deua coniugacion .s.10.co.m̃.1.ce.y el numero 26, daremos a cada vna dellas 1.ce. y ternemos 10 co. yguales a 1.ce.p̃ 26, que es la tercera coniugacion delas compuestas, y assi queda hecha la ygualacion. Pero porque obrando por su Regla hallamos ser impossible, que 10 co. sean yguales a 1.ce.p̃ 26. como auemos notado enel cap.6. dela primera parte, seremos ciertos q̃ las dos quantidades 10.co.m̃.1.ce. y el numero 26, que fueron offrecidas para las auermos de ygualar, no eran yguales, mas deuiose les ygualaciõ, porque basta llegarmos con ellas a conjugacion. Por lo qual si las quãtidades offerecidas para ygualar, son tales q̃ tienen desigualdad manifiesta, como si nos dixessen, q̃ ygualemos estas dos quantidades, 10.

ſacaſſemos el numero 20 de entrambas quantidades, y quedarian 3.co.m̃.1.ce. yguales a m̃.10. y deſpues ſeria neceſſario ſuplir el defecto del 1. ce.y quedariã 3.co.yguales a 1.ce.m̃.10.y finalmẽte ſupliẽdo el defecto delos 10,terniamos 1.ce.igual a 3.co.p̃.10.como de antes,pero la primera obra es mas facil y mas intelligible.

Y proſiguiendo eſta materia de la ygualacion, deuemos de tener aduertencia,q̃ parãdo la ygualacion en otras quantidades que no ſean numero, coſa, y cenſo, en tal caſo ſera neceſſario abatir las ygualmẽte, reduziendo las a otras de menor denominacion, y eſto ſe hara ſacando de ſus denominaciones la denominacion de la menor dignidad,que entre ellas ouiere. Exemplo:pongamos por caſo que reſoluiendo alguna queſtiõ, paremos en 2 cubos p̃.5. cenſos de cenſos yguales a 3 relatos primos. Y porq̃ deſtas tres dignidades la menor es el cubo , cuya denominacion es 3, ſacaremos por eſta cauſa 3 dela denominacion del cubo,y quedara çifra,que es denominacion del numero,y de 4,que es denominaciõ del cenſo de cenſo,ſacaremos tambien 3,y quedara 1, que es denominacion dela coſa.y de 5,que es denominacion del relato primo, ſacando otra vez el 3,quedaran 2, que es denominacion del cenſo. Y deſta manera reſultara,q̃ ſiendo 2.cu.p̃.5.ce.ce. yguales a 3 relatos primos,ſeran por eſa cauſa 5. co.p̃.2.yguales a 3 cenſos,que es la ſegunda delas compueſtas,y obrando por ſu Regla,hallaremos el valor de la coſa ſer 2.

Y porque ſi ay numero en la compañia delas dignidades,no ſe pueden abatir por eſte modo;

buſcaremos entonces otro remedio, y ſera ver ſi tienen partidor commun, por el qual entrambas quantidades que queremos ygualar puedan ſer partidas. Como ſi hallaſemos que 1 cubo p̃.1.cen ſo, ſon yguales a 1.ce.p̃.7.co.p̃.6, no baſtaria para las ygualar, ſacar el cenſo de entrambas, porque aun quedaria 1.cu. ygual a 7.co. p̃.6. y para eſta tal coniugacion, no es hallada Regla general. Por lo qual hallando les cõmun partidor, el qual en eſte caſo es 1.co. p̃.1. y partiendo las por el, vernan a la ſegunda conjugacion delas compueſtas. Porque partiendo 1.cu.p̃.1.ce. por 1.co.p̃.1. ſera el quociente 1.ce. y partiendo 1.ce.p̃.7.co.p̃.6.por el miſmo partidor, ſera el quociente 1.co.p̃ 6. Yguales ſeran por tanto 1.ce.y 1.co p̃.6 y obrando por ſu Regla hallaremos q̃ el valor de la coſa es 3.

Y para hallar partidor cõmun con menos negocio, ſeria coſa muy cõueniente componer vna tabla, y guardarla en la memoria, en la qual ſe multipliq̃ 1.co.p̃.1. por 1.co.p̃.1.y por 1.co. p̃.2. y por 1 co.p̃.3. y aſsi por eſta ordẽ, y deſpues multiplicar 2.co. p̃.1. por 1.co.p̃.1. y por 1.co.p̃.2. y ir aſsi proſiguiendo haſta.10.

Pero ay algunas conjugaciones de dignidades y numero, en las quales ſin eſta tabla podremos luego por Regla general ſaber, qual ſera el partidor cõmun, y quales ſeran los quocientes. Y las conjungaciones ſon aquellas, en las quales cubo, y numero, ſon yguales a coſas, o coſas y numero yguales a cubo, y no ſeruira la tal Regla q̃ auemos de dar en qualquier conjugacion deſtas, porque ſolamente ſeruira, quando las coſas excedieren al numero en la vnidad, o el duplo de

las

las cosas excediere al numero por el cubo de 2, el qual es 8, o el triplo delas cosas excediere al numero por el cubo de 3, el qual es 27, o el quadruplo delas cosas excediere al numero en el cubo de 4, el qual es 64, y assi por el consiguiente en los otros cubos. Exemplo del primero: Pongamos q̃ 1 cubo es ygual a 7.co.p̃.6. y por quanto las cosas exceden en este exemplo al numero en la vnidad, dizimos que ternan ygualaciõ, por la qual vernan a vna dela seis conjugaciones, para las quales son dadas Reglas. Y esto haremos por este modo, porq̃ el excesso es 1, acrecentaremos por esa causa la vnidad a entrambas las quãtidades, y ternemos 1.cu.p̃.1, yguales a 7.co. p̃.7. Partiremos estas quãtidades por 1.co.p̃.1, y seran los quocientes 1.ce.m̃.1.co.p̃.1. y el numero 7. y la prueua assi lo muestra: Porque multiplicando 7 por 1.co.p̃.1, haran 7.co.p̃.7. y multiplicando 1.ce. m̃.1.co.p̃.1, por 1.co.p̃.1, haran 1.cu.p̃.1. yguales seran luego 7, y 1.ce.m̃.1.co.p̃.1. y sacando lo superfluo, y restaurando lo diminuto, yguales quedaran 1.ce. y 1.co. p̃.6. q̃ es la segunda conjugacion de las compuestas, y obrando por su Regla hallaremos el valor dela cosa ser 3, y en semejantes posiciones, sera el vno delos dos quocientes 1.ce.m̃. 1.co.p̃.1. y el otro sera numero ygual al numero de las cosas. Exemplo del segundo: Ternemos en las mismas quantidades, en las quales pusimos 1.cubo ser ygual a 7.co p̃ 6. por quanto el duplo delas cosas, q̃ es 14, excede al numero 6 en 8, que es el cubo de 2. el modo que ternemos, sera este: Sacaremos el numero 6 de entrambas quantidades, y ternemos 1.cu.m̃.6, yguales a 7.co. y dando

les

do a cada vna destas quantidades el numero 33, q̃ es triplo delas cosas, ternemos 1.cu.p̃.27, yguales a 11.co.p̃.33. y sera el commun partidor 1.co. p̃.3. que es raiz cubica de 27, que estan en compañia del cubo. Y sera el vno delos quocientes 1.ce. m̃ 3 co. p̃ 9. q̃ es raiz cubica del quadrado de 27. y el otro quociente sera el numero 11. por quanto 1 co.p̃ 3. caben en 11 co.p̃ 33, por 11. yguales seran por tanto 11. a vn censo m̃.3 co.p̃ 9. y restaurando lo diminuto, y sacando lo superfluo, ternemos finalmente 3 co.p̃ 2. yguales a 1 censo, que es la segunda delas compuestas, y el valor dela cosa sera ℞ 4 $\frac{1}{4}$.p̃ 1 $\frac{1}{2}$. y el valor de 3 co.p̃ 2. sera 6 $\frac{1}{2}$.p̃. ℞ 38 $\frac{1}{4}$. y otro tanto vale el censo.

Y assi como pusimos en el primero exemplo 1 cu. ygual a 7 co.p̃ 6. y vino la ygualacion a 1 ce. y a 1 co.p̃ 6. si pusieremos 1 cu. ygual a 7 co.m̃ 6. verna la ygualacion a la primera de las compuestas, por este modo. Sacando de entrambas las quantidades la vnidad, quedara 1 cu.m̃.1. ygual a 7 co.m̃.7. y sera el commun partidor 1 co.m̃.1. y el vno delos quociẽtes 1 ce.p̃. 1 co. p̃.1. y el otro sera 7. y sacando lo superfluo seran yguales 1 ce. p̃.1 co. y el numero 6. y el valor dela cosa sera 2.

Mas pongamos otros exemplos, en los quales el cubo y numero sean yguales a cosas, y si las cosas excedieren al numero por la vnidad, sacaremos el numero de las cosas de entrambas las quantidades, y haremos nuestra particion como antes haziamos. Exemplo, pongamos que 1 cu. p̃.6. son yguales a 7 co. sacaremos por tanto el numero 7. de cada vna destas dos quantidades, y quedaran 1 cu.m̃.1. yguales a 7 co.m̃.7. y el commun

mun partidor sera 1.co.m̃.1.y serã los quocientes 1.ce.p̃.1.co.p̃.1. y el numero 7,que seran yguales, y sacando de entrambos la vnidad,quedarã 1 ce. p̃.1.co. yguales a 6,que es la primera de las compuestas,y el valor dela cosa sera 2.

Iten,pongamos q̃ 1 cu p̃.4,son yguales a 6 co. porque en este exemplo el duplo de 6, que es el numero de las cosas excede al numero 4, en 8,q̃ es el cubo del numero 2,por el qual se multiplicaron las çosas,diremos luego,sin mas otro discurso,que el valor de la cosa es 2,y quadra con la posicion, porque 1.cu. p̃.4, son 12, y tanto valen las 6. co. Y si pusieremos que 1. cu. p̃.9,son yguales a 12. co. porque multiplicando 12 por 3, hazemos 36.los quales 36 exceden a los 9,en 27, q̃ es el cubo de 3. diremos sin otro discurso,que el valor dela cosa es 3. y la misma Regla seruira en la proporcion quadrupla, y en las otras multiplices.Mas porque quando el cubo y numero son yguales a cosas,tiene dos respuestas, la otra sera con mas obra. Porque si 1 cu.p̃ 4,son yguales a 6 co. el excesso del duplo de las cosas sobre 4.es el numero 8, q̃ es cubo de 2. sacaremos pues 12 de entrambas las quãtidades,y quedaran 1 cu. m̃.8,yguales a 6 co.m̃.12.y sera el commun partidor 1 co.m̃. 2. y los quocientes seran 1 ce. p̃. 2 co. p̃.4. y el numero 6. que seran yguales,sacaremos lo superfluo, y quedaran 1 ce. p̃. 2 co. yguales al numero 2. que es la primera de las compuestas. Y obrando por ella,hallaremos el valor dela cosa ser R.3.m̃.1. y el valor del censo 4.m̃.R.12, y sera el cubo R.108.m̃.10, y dandole el numero 4, haremos el valor de 1.cu. p̃.4, el qual sera R.108.m̃.6.

y tan-

y tanto valen 6.co.

Y ſi vn cubo fuere ygual a coſas y numero, y multiplicando el numero de las coſas por algun numero, y dandole el numero que eſta en compañia delas coſas, hizieren numero cubico: en tal caſo el numero multiplicante, ſera el valor dela coſa que reſponde al miſmo cubo, y no ſera neceſſario hazer otra ygualacion. Exemplo: ſi 1.cu. fuere ygual a 7.co.p̃.6. por quãto multiplicando 7 por 3, y juntando le 6, hazen 27, que es cubo: diremos por eſta cauſa, q̃ el numero multiplicante el qual es 3, ſera el valor de la coſa, y el ſu cubo ſera el miſmo numero 27.

Y ſi coſas fueren yguales a 1 cubo, y cenſos, y numero, y eſtos tres juntos fuerẽ yguales en numero al numero delas coſas, vernan a Capitulo manifieſto, y lo miſmo ſera, ſi cenſos fueren yguales a 1 cu. y coſas y numero, con la miſma cõdicion de ygualdad. Porque haremos que 1 cu. m̃.1. quede ygual a co. m̃. ce. m̃. numero enel primero caſo deſtos, y las coſas quedaran yguales en numero al numero delos cenſos, con el numero que eſta en la compañia delos cenſos, y ternan commun partidor, el qual ſera 1 co. m̃. 1. y haremos que el primero quociente deshaga al numero que va en la compañia del trinomio, que ſe parte. Exemplo: Sean 5 co. yguales a 1 cu. p̃. 1 ce. p̃.3. y porque 1 cu. y 1 ce. y 3. hazen en numero 5. y las coſas ſon 5. aceptarlaſemos para ygualar por eſte modo: que ſacando de 1.cu.p̃.1.ce.p̃.3. que ſon la ſegunda quantidad 1. cenſo, y el numero 3, quedara 1 cu. ygual a 5 co. m̃. 1 ce. m̃.3. y ſacando la vnidad de entrambas eſtas quantidades, quedara

1 cu.

bien hechas, constara multiplicando el partidor por el quociente, y verna la quantidad que pusimos para partir.

Otro exemplo: Sean 6 co. yguales a .1. cu. p̃. 1. ce. p̃. 4. Porque 6. que es el numero de las cosas, es ygual a 4 con el vno del censo, y el vno del cubo: acceptaremos las tales dos quantidades para las ygualar, y reduzir a conjugacion de capitulo manifiesto. Porque primeramente sacaremos de entrambas las quantidades 1 ce. p̃. 4. y quedaran 6 co. m̃. 1 ce. m̃. 4. yguales a 1 cu. y quitaremos despues la vnidad de estas dos quantidades, y quedarã 6 co. m̃. 1 ce. m̃. 5. yguales a 1 cu. m̃. 1. y el numero 5. con la 1 del censo, hazen 6. q̃ es ygual al numero de las cosas, y por esta causa terna partidor justo, que sera el partidor de 1 cu. m̃. 1. el qual partidor es 1 co. m̃. 1. y los quocientes seran 1 ce. p̃ 1 co. p̃. 1. y 5 m̃. 1 co. Y q̃ partiendo 6 co. m̃. 1 ce. m̃. 5. por 1 co. m̃. 1. sea el quociente 5. m̃. 1. co. prouaremos assi: Porque pornemos la primera parte del quociente ser 5. los quales 5. siendo multiplicados por 1 co. m̃. 1. haremos 5 co. m̃. 5. q̃ sacados de 6 co. m̃. 1 ce. m̃. 5. quedaran .1. co. m̃. 1. ce. y estos siendo partidos por 1 co. m̃. 1. sera el quociente m̃. 1 co. por quanto multiplicando m̃. 1 co. por 1. co. m̃. 1. hazen 1 co. m̃. 1. ce. los quales siendo sacados de 1 co. m̃. 1 ce. ninguna quantidad queda, y por tanto partiendo 6 co. m̃. 1 ce. m̃. 5. por 1 co. m̃. 1. sera el quociente justo 5. m̃. 1. co. Y porque partiendo 1 cu. m̃. 1. por el mismo partidor, viene por quociente 1 ce. p̃. 1. co. p̃. 1. como ya fue demonstrado, yguales seran por esta causa 1 ce. p̃. 1. co. p̃. 1. y 5. m̃. 1. co. y restaurando lo dimi-

nuto,y ſacandolo ſuperfluo,y reſtaurãdolo dimi nuto,teremos finalmente 1 ce.p̃.2.co.yguales a 4, que es la primera de las compueſtas, y ſera por tanto el valor de la coſa R. 5.m̃. 1. y el valor de 6 co. ſera 6 raizes de.5.menos.6. Y prouaremos que 1 cu p̃.1.ce.p̃.4.valen otro tanto,conforme a la poſicion: porque 1 ce. vale por eſta cuenta 6, menos dos raizes de 5. y eſto multiplicado por R.5.m̃.1. que es el valor de la coſa,ſera el producto.6.raizes de.5. menos.6. m̃ R.100. p̃. 2. raizes de.5.y eſto ſera el valor del cubo,el qual juntando con el valor del cenſo,y añadiendo el numero.4.que eſta en la compañia de 1.cu.p̃.1.ce.haremos.6.raizes de.5 m̃.6.que es el valor de las.6. coſas. y quadra eſto con la poſicion,porque puſimos que 6 co. ſon yguales a 1 cu. p̃.1.ce.p̃.4.

Otro exemplo: Sean 6 ce.yguales a 1.cu.p̃.1.co. p̃.4. ſacaremos de entrambas eſtas quantidades 1.co.p̃.4.y quedara 1.cu.ygual a.6.ce.m̃.1.co.m̃.4. y ſacando de entrambas ellas 1,quedara 1 cu.m̃.1. ygual a 6 ce.m̃.1 co.m̃.5.y ternan commun partidor,el qual ſera 1 co.m̃.1. y ſeran los quocientes 1 ce.p̃.1.co.p̃.1. y 6.co.p̃.5. los quales ſeran yguales, ſacaremos de entrambas eſtas quantidades 1 co.p̃.1. y quedara 1 ce. ygual a 5 co.p̃.4.que es la ſegunda delas compueſtas, y obrando por ella, hallaremos el valor dela coſa ſer $2\frac{1}{2}$,p̃.R.10$\frac{1}{4}$.

Y ſi cenſos y coſas fueren yguales a numero y cubo,y el numero delos cenſos y coſas fuere ygual al numero dela compañia del cubo con la vnidad del cubo, en tal caſo eſtas quantidades reduzidas de tal modo,que vna dellas quede en 1 cu.m̃.1. ternan commun partidor, y los quoci-

entes

entes quedaran en conjugacion de capitulo manifiesto. Exēplo, 2 ce.p̃. 3 co. sean yguales a 1 cu. p̃. 4. sacaremos 5. de entrambas estas quantidades, y quedaran 1 cu.m̃.1.yguales a 2.ce.p̃ 3 co m̃. 5. y sera el commun partidor 1 co.m̃. 1.y los quocientes seran 1 ce. p̃.1 co.p̃.1.y 2 co. p̃.5. los quales seran yguales, y acabando la ygualacion quedara 1 ce.ygual a 1 co.p̃. 4.

Y si censos y numero fueren yguales a 1 cu. y cosas, y el numero de los censos con el numero de su compañia fuere ygual al numero delas cosas con la vnidad del cubo, tambien seran reduzidas estas quantidades a otras de tal modo, que quede de vna parte 1 cu. m̃. 1. y ternan commun partidor, y los quocientes quedaran en conjugacion de capitulo manifiesto, acabada la ygualacion. Exemplo, Sean 5 ce.p̃.3. yguales a 1 cu.p̃. 7 co. y sacando de entrambas quantidades 7 co. p̃.1.quedaran 1 cu. m̃.1. yguales a 5 ce.p̃.2.m̃.7 co. y sera el commun partidor 1 co.m̃.1.y los quocientes seran 1 ce.p̃.1 co.p̃.1.y 5 co.m̃.2. y acabada la ygualacion, quedaran 1 ce.p̃.3.yguales a 4 co. Y en estos casos, los numeros de vna quantidad son yguales alos numeros dela otra que se propone por ygual: y quando en la ygualacion es vna dellas conuertida en 1 cu.m̃.1. los numeros dela otra son partidos en dos numeros yguales.

Y notaremos, que destas 4 quantidades, numero, cosa, censo, y cubo, si dos dellas fueren entresi yguales en numero, y entrambas juntas fueren yguales a 1 cu.con 1 co.o con 1 ce.o con la vnidad del numero, ternan commun partidor, y vernan a vna delas 6 conjugaciones, que en el

principio deste Libro son escriptas. Exemplo, Sean 2 ce p̄ 2. yguales a 1 cu p̄. 1 co. sera commun partidor 1 ce. p̄. 1. y seran los quocientes 1 co. y el numero 2. los quales seran yguales. Y sera por tanto 2 el valor dela co. y la experiencia assi lo dize: porque siendo la co. 2. el valor de 1 cu. p̄. 2. sera 10. y otro tanto sera el valor de 2 ce. p̄. 2. Y si 1 cu. p. 1 co. fueren yguales a 5 ce. p. 5. seran los quocientes 1 co. y el numero 5. que seran yguales. Por lo qual siendo 5, el valor dela cosa, sera el cubo 125, que con 5 hazen 130. y otro tanto sera el valor de 5 ce. p. 5.

Iten, sean 9 co. p. 9. yguales a 1 cu. p 1 ce. sera cõmun partidor 1 co. p. 1. y serã los quociẽtes 1 ce. y el numero 9. los quales serã yguales. Y siendo 9 el valor del cẽso, el valor dela co. sera 3. y 9 co. p. 9. serã 36. y otro tanto sera el valor de 1 cu. p. 1 ce.

Iten, Sean 3 ce. p. 3 co. yguales a 1 cu. p. 1, sera commun partidor 1 co. p. 1. y seran los quociẽtes 1 ce. m̄. 1 co p. 1. y 3 co. y restaurando lo diminuto, seran 4 co. yguales a 1 ce. p. 1. y sera por tanto el valor de vna cosa R. 3. p. 2. y el valor del censo 7. p. 4. raizes de 3. y el valor del cubo sera 26. p. 15. raizes de 3. y quadra con la posicion.

Y puesto que la disposicion del caso que nos fuere propuesto, no sea tal en propria forma como estos que pusimos: pero si sacando lo superfluo, y restaurando lo diminuto, y partiendo todo por el numero delos cubos, viniere a alguna destas disposiciones, ternan su ygualacion en las conjugaciones q̃ auemos traido. Exemplo, Sean 6 ce. p̄. 6 co. m̄. 2 yguales a 2 cu. restauraremos lo diminuto, y ternemos 6 ce. p̄. 6 co. yguales a 2 cu.

p̄. 2.

p̃.2.y partiendo todo por el numero delos cu. el qual es 2, ternemos finalmente 3 ce.p̃.3 co.yguales a 1 cu p̃ 1. y ternan su ygualacion partiendo por 1 co.p̃.1.como auemos dicho.

*Del abatimiento que se haze en la ygualacion, por las raizes.*

Y porque muchas vezes no hallamos partidor commun que abata las quantidades yguales, que queremos reduzir a otras, para que vengan a alguna delas conjugaciones aque auemos dado sus reglas, assi como si nos propusiessen vn trinomio de dignidades ygual a numero, buscaremos otra via, tentando si el tal trinomio tiene raiz: porque si la tiene explicita, ternemos ygualacion que nos sirua. Y sera essa raiz necessariamente vn binomio, el qual sera igual ala raiz del numero que era ygual al trinomio. Y en esto es differente el binomio cõpuesto de raizes de numeros, del binomio compuesto de dignidades: porque el binomio de raizes de numeros, siendo por si mismo multiplicado, haze binomio. Es la razon, que las quadraturas delas partes del binomio compuesto de raizes de numeros, que se multiplica, son numeros: los quales juntos hazen numero, y la otra parte del producto, es el duplo dela multiplicacion de vna raiz por la otra, que son las dos multiplicaciones hechas en ✠ Exemplo: Este binomio R.3.p̃.R.5 siendo multiplicado por si mismo, haze 8.p̃. R. 60. assi que R 3.p.R.5. es raiz quadrada deste binomio 8.p R. 60. Pero todo binomio de dignidades multiplicado en si, haze trinomio, porque las quadraturas no se juntan sino por esta palaura p̃.o m̃. Mas

no reſponde a qualquier trinomio de dignidades raiz que ſea binomio. Por lo qual para q̃ ſepamos, ſi el trinomio q̃ nos proponen tiene raiz que ſea binomio, auemos primeramente de ver ſi enel tal trinomio ay dos dignidades quadradas: porque ſi no las ay, no podra eſe trinomio tener binomio por raiz. Y pueſto que tenga dos dignidades quadradas, aun eſo no baſtara para que tenga raiz que ſea binomio, porque juntamente con eſto conuiene, q̃ las raizes delas dos dignidades quadradas ſean tales, que vna multiplicada por otra haga la mitad dela tercea dignidad del trinomio. Exemplo, Siendo propueſto eſte trinomio 4 ce.ce.p 9.ce.p.12.cu.por quanto el cenſo de cenſo, y tambien el cenſo ſon dignidades quadradas, tomaremos las ſus raizes, que ſon 2 ce. y 3 co. y porque cenſos multiplicados por coſas hazen cubos, que es la tercera dignidad, y 3 por 2, hazen 6. que es la mitad de 12. diremos por tanto, que eſte binomio 2 ce.p.3. co. es raiz del trinomio 4 ce.ce.p.9.ce.p.12.cu.porq̃ 2 cenſos multiplicados en ſi hazen 4 ce.ce.y 3 co. multiplicadas en ſi, hazen 9 ce. y 2 ce. por 3 co. dos vezes, que es la multiplicaciõ delas dos cruzetas, hazen 12 cu. Pero ſi el trinomio propueſto fuera 4 ce.ce p 9 ce. p.10 cu. no tuuiera binomio por raiz, porque la ſu raiz ſeria declarada por eſte modo, R.V.4 ce.ce.p.9 ce.p.10 cu. que no ſirue para la ygualacion que pretendemos. Aſſi q̃ queriendo reſoluer algun queſito, ſi en la ygualaciõ vinieremos a parar en eſto, que 4 ce.ce.p.9.ce.p. 12 cu ſon yguales al numero, pongamos por exemplo 196, ſera el binomio 2 ce.p.3 co, ygual ala

raiz

raiz de 196. y partiendo todo por 2, q̃ es el nume ro delos censos, seran 1 ce.p̃. 1.co. ½. yguales ala mitad dela raiz de 196. que es raiz de 49. y el valor dela cosa sera 2.

Otro exemplo: Este trinomio 12.ce.ce p̃ 3.ce. p̃ 12.cu. tiene binomio por raiz, porque las raizes delas primeras dos dignidades que son quadradas, son censos R.12, y cosas R.3. por quanto censos R.12 multiplicados en si, hazen 12 ce.ce, y cosas R. en si, hazen 3 ce. y porque cosas multiplicadas por censos, hazen cubos, y R.12 por R.3, haze R.36, la qual duplicada, sera R.144, que es 12. por esta causa censos R.12 por cosas R.3 dos vezes, haran 12 cu. y en esto se acaba la multiplicacion del binomio. Assi que censos R.12 p̃ cosas R.3. sera raiz quadrada deste trinomio 12 ce.ce. p̃ 3 ce p̃ 12 cu. Mas no lo seria si los cubos no fuessen 12, y por esta causa cumple tener aduertencia en la tercera dignidad, porque las dignidades quadradas nos dan sus raizes, pero el binomio delas raizes no podra ser raiz del trinomio, si la tercera dignidad del trinomio con su numero, no fuere tal que la multiplicacion delas raizes delas dos primeras dignidades quadradas, vna por otra, y duplicada, haga enteramẽte sin falta ny redundãcia la tercera dignidad. Pongamos pues q̃ 12 ce.ce. p̃ 3 ce. p̃ 12 cu. son yguales al numero 300, y seran luego ce.R.12 p̃ co R.3. yguales a R.300. y partiendo todo por el numero de los censos, el qual es R.12, ternemos 1 ce. p̃ co. R. ¼, yguales a R.25, que es la primera conjugacion de las compuestas. y obrando por su Regla, hallaremos el valor dela cosa ser 2. Porque las cosas son R. ¼, que es ½, y

la mitad de $\frac{1}{2}$ es $\frac{1}{4}$. y multiplicando $\frac{1}{4}$ en si, haremos $\frac{1}{16}$, el qual juntando con el numero, que es 5, o raiz de 25, haremos 5 $\frac{1}{16}$, cuya raiz es 2$\frac{1}{4}$, de la qual sacaremos $\frac{1}{4}$, que es la mitad delas cosas, y quedaran 2 por valor dela cosa, y esto quadra con la posicion, .s. que 12 ce.ce. p̃ 3 ce. p̃ 12. cu. son yguales a 300.

Otro exemplo: En este trinomio 9 ce.ce. p̃ 16 ce. m̃ 24. cu. la raiz dela primera dignidad es 3 ce. y dela segunda es 4 co. y porque ce. multiplicado por co. haze cubo, y 3 por 4, hazen 12, que es la mitad de 24, justamẽte tomaremos por raiz del dicho trinomio 3 ce. y las 4 co. mas sera con declaracion de m̃. por quãto la mitad delos cubos la qual es m̃. 12, no puede venir de p̃ 3 ce. sino siendo multiplicados por m̃. 4. co. y ternemos desta manera 3 ce. m̃. 4. co. por raiz del dicho trinomio 9 ce. ce. p̃ 16 ce. m̃. 24 cu. Y si pusieren el dicho trinomio ser ygual a 225, sera luego el binomio 3 ce. m̃ 4 co. el qual es su raiz ygual al numero 15, que es R. 225. y acabada la ygualacion, ternemos 3 ce. yguales a 15 p̃ 4 co. y partiendo todo por el numero de los censos, ternemos finalmente 1 ce. ygual a 5 p̃ 1 co. $\frac{1}{3}$. y obrando por la segunda delas compuestas, hallaremos el valor de la cosa ser 3, y quadra con la posicion.

Y en esta parte notaremos vna cosa muy digna de se saber, y q̃ pero es muy difficil, y muy estraña a nuestro entendimiento, por el poco exercicio que tenemos en las subtilezas de Arithmetica: y esto es, que dos quantidades son yguales, mas la raiz de la vna no es ygual a la raiz dela otra. Por que assi como 3 ce. m̃ 4 co. es raiz de 9 ce. ce. p̃ 16.

ce.

ce.m̃.24 cu. aſſi tambiẽ 4 co.m̃ 3 ce. es raiz del miſmo trinomio, por quanto multiplicando 4 co.m̃ 3 ce. en ſi, hazen 9 ce.ce. p̃ 16 ce. m̃ 24 cu. y eſta es la diffinitiõ de raiz. Pero ſi puſieremos q̃ 9 ce.ce. p̃ 16 ce.m̃ 24 cu. ſon yguales a 225, lo qual ſe verifica ſiendo 3 el valor dela coſa, como auemos dicho: manifieſto es, que 15 es raiz de 225, mas eſte numero 15 no ſera ygual a 4 co.m̃.3 ce. Porque ſi 4 co. m̃ 3 ce. fueſſen yguales a 15, acabando por tanto la ygualacion, ſerian 4 co. yguales a 3 ce. p̃ 15, y partiendo todo por 3, ſerian 1 co. $\frac{1}{3}$ yguales a 1 ce. p̃ 5. y entrando en la tercera delas compueſtas, hallaremos eſto ſer impoſſible. Porq̃ es impoſſible que el quadrado dela mitad delas coſas ſea menor que el numero que eſta en la compañia del cenſo, como auemos demonſtrado en el Capitulo 6 dela primera parte. Y deſto ſe ſigue, q̃ las dos raizes de 9 ce.ce. p̃ 16 ce.m̃.24 cu. las quales ſon 3 ce.m̃ 4 co. y 4 co.m̃ 3 ce. no ſon entre ſi yguales, porque la primera es ygual a 15, pero no la ſegunda. Y tambien con eſto quedara eſte ſcru pulo, que pues dizimos eſta poſicion ſer poſſible, .ſ. 9 ce.ce. p̃ 16 ce m̃ 24. cu. yguales a 225, delo qual ſe ſigue, q̃ 3 ce.m̃ 4 co. ſon yguales a 15, y acabando la ygualacion 3 ce. ſon yguales a 4 co. p̃ 15, que es poſſible, y obrando por la ſegunda delas compueſtas, hallamos el valor de la coſa ſer 3, pareſce que por la miſma razon deuriamos pronunciar la miſma poſicion por impoſſible, por quãto della ſe ſigue, que 4 co. m̃ 3 ce. ſon yguales a 15, que conſta ſer impoſſible. La reſpueſta y ſoluciõ deſta dubda que al preſente ſe nos offreſce, ſera que aſſi como 9 ce.ce p̃ 16 ce.m̃ 24 cu. tiene dos raizes, aſſi

tambiē 225 tiene dos raizes, la vna es 15, y la otra es m̃ 15. Porque assi como 15 multiplicados por si, hazen 225, assi tambien m̃ 15 multiplicados por m̃ 15, hazen 225, puesto q̃ esto no es conforme a nuestra doctrina enel Capit. 4. de la segũda parte, enel qual diximos, que m̃ por m̃ haze p̃, porque va acompañado con p̃. Y las dos raizes del trinomio, son yguales a estas dos raizes. s. 3 ce. m̃ 4 co. es ygual a 15, y 4 co. m̃ 3 ce. es ygual a m̃ 15, y todo concorda con la posicion. Porq̃ como auemos demonstrado, si 3 ce. m̃ 4 co. son yguales a 15, seran luego 3 ce. yguales a 4 co. p̃ 15, y 1 ce. sera ygual a 1 co. $\frac{1}{3}$ p̃ 5, y obrando por la segũda delas compuestas el valor dela cosa sera 3. Y poniendo que 4 co. m̃ 3 ce. son yguales a m̃ 15, ternemos lo mismo, porque restaurãdo el defecto de los 3 ce. seran 4 co. yguales a 3 ce. m̃ 15. y restaurando el defecto delos 15, seran 4. co. p 15, yguales a 3 ce. y sera otra vez assi como de antes 1 co. $\frac{1}{3}$ p̃ 5, yguales a 1 ce. y el valor dela cosa 3, con que todo queda concorde, y la posicion possible, y a quien esto no satisfiziere, busque otra mejor solucion.

Y assi como en este posicion de 9 ce. ce. p̃ 16 ce. m̃. 24 cu. yguales a 225, el binomio 3. ce. m̃ 4 co. es ygual a 15, que es raiz de 225, y el binomio 4 co. m̃. 3 ce. es ygual a m̃ 15, y todo queda conforme con la posicion, y el valor dela cosa se manifiesta ser 3, assi tambien si pusieremos que el mismo tri nomio 9 ce. ce. p̃ 16 ce. m̃ 24 cu. es ygual a $\frac{144}{625}$, cuya raiz es $\frac{12}{25}$, sera al reues en esta posicion, porque 4 co. m̃ 3 ce. seran yguales a $\frac{12}{25}$, y 3 ce. m̃ 4 co. seran yguales a m̃ $\frac{12}{25}$. Porque siendo 4 co. m̃ 3. ce. yguales a $\frac{12}{25}$, seran luego 4 co. yguales a 3 ce. p̃

$\frac{12}{25}$, y partiendo todo por el numero de los censos, sera 1 co. $\frac{1}{3}$, ygual a 1 ce. p̃ $\frac{4}{25}$, y obrando por la tercera delas compuestas multiplicaremos en si $\frac{2}{3}$, que es la mitad del numero delas cosas, y haran $\frac{4}{9}$, delos quales sacando $\frac{4}{25}$, quedará $\frac{64}{225}$, cuya raiz es $\frac{8}{15}$, la qual juntando con $\frac{2}{3}$, hazen 1 $\frac{1}{5}$, y tanto sera el valor dela cosa. *Y* el mismo valor hallaremos si pusieremos 3 ce. m̃. 4 co. yguales a m̃. $\frac{12}{25}$. porque restaurãdo el defecto delas 4 co. ternemos 3 ce. yguales a 4 co. m̃. $\frac{12}{25}$, y restaurando el defecto delos $\frac{12}{25}$, ternemos 3 ce. p̃ $\frac{12}{25}$, yguales a 4 co. y partiendo todo por el numero delos censos ternemos otravez 1. ce. p̃ $\frac{4}{25}$, yguales a 1 co. $\frac{1}{3}$, y el valor dela cosa sera como de antes 1 $\frac{1}{5}$, y quadra con la posicion, porque pusimos el dicho trinomio ygual a $\frac{144}{625}$. *Y* si pusieramos 3 ce. m̃. 4. co. ser yguales a $\frac{12}{25}$, viniera la ygualaciõ a 1 co. $\frac{1}{3}$ p̃ $\frac{4}{25}$ yguales a 1 ce, y hallaramos otro valor de cosa y otro censo, y el trinomio no resultara ygual a $\frac{144}{625}$, como contiene la posicion. Desta doctrina sacamos, que en posiciones semejantes, en las quales las raizes del trinomio son binomios differentes, entonces ternemos por aueriguado qual es justo valor dela cosa, quando en entrambas las ygualaciones delos binomios con la raiz del numero q̃ se propuso ygual al trinomio, hallaremos vn mismo valor dela cosa, porque necessariamente han de concordar en esto, poniendo la raiz del numero declarado por p̃, ygual al vno de los binomios, y poniendo la misma raiz declarada por m̃. ygual al otro, y trocãdo si cumpliere, para que vengan las ygualaciones a vna misma conjugacion y regla, y en los mismos termi-

minos y resulte vn mismo valor dela cosa.

Y algunas vezes en la resolucion de algunos quesitos viene la ygualacion a parar en quadrinomio de dignidades ygual a numero, por lo qual seria necessario buscarle raiz, para q̃ la raiz del numero quedasse ygual a la raiz del quadrinomio, pero ningun quadrinomio de dignidades tiene raiz, excepta la vniuersal, la qual no nos podra seruir. Porque binomio de dignidades siendo en si multiplicado haze trinomio, como dicho auemos, y no quadrinomio. Y si quisiessemos tomar por raiz vn trinomio, ny aun esso podra ser, porq̃ trinomio es raiz de quinomio, y no de quadrinomio, como se muestra por sus multiplicaciones. Y por tanto daremos la vnidad al quadrinomio de dignidades, para que resulte quinomio, y daremos tambien la vnidad al numero q̃ se propone ygual al quadrinomio, para resultaren yguales vn quinomio, y el numero, y entonces podremos buscar raiz del constituido quinomio, que no sea vniuersal, y si la tuuiere, sera trinomio de dos dignidades con la vnidad. Y el modo q̃ ternemos para saber si la tiene, y qual es, mõstraremos en este exẽplo, el qual guardaremos en todos los otros. Pongamos por caso, q̃ resoluiendo alguna question vengamos a parar en 9 ce.ce. p.12 cu.p.10 ce.p.4.co. yguales a 1155.dando a entrambas estas quãtidades la vnidad, ternemos 9 ce ce. p.12 cu p.10 ce. p.4.co p.1. yguales a 1156. Agora buscaremos el trinomio q̃ ha de ser raiz deste quinomio, y tomaremos primeramente 3 ce.por raiz delos 9 ce ce q̃ es la mayor dignidad quadrada deste quinomio, y por

esa causa, y por ser declarada por p̄. la puse enel principio. Y porque siendo 3 ce. la primera dignidad del trinomio, que ha de ser raiz del quinomio, y siẽdo la segunda dignidad del quinomio 12 cu. quedamos obligados a tomar por segunda dignidad del trinomio, vna tal dignidad, y en tal numero, que siendo multiplicada por la primera dignidad del mismo trinomio, haga la mitad delos 12 cu. necessariamente sera esta segunda dignidad del trinomio 2 co. porque 2 co. por 3 ce hazen 6 cu. que es la mitad delos 12 cu. y dãdole la vnidad, sera este trinomio 3 ce. p. 2 co. p. 1. raiz del dicho quinomio, si los censos del quinomio que son la su tercera dignidad, fueren justamente tantos, como el duplo del numero delos censos del trinomio, con el quadrado del numero delas cosas, q̃ entran enel mismo trinomio. Y esto se halla en este exemplo, porque los censos del quinomio son 10. y por que los censos del trinomio son 3. el duplo dellos sera 6. q̃ con 4, que es el quadrado del numero delas cosas, el qual es 2, haran 10. Y aun esto no bastara para el trinomio 3 ce. p 2 co. p. 1. ser raiz del dicho quinomio, mas es aun necessario, que las cosas del quinomio sean el duplo delas cosas que tiene el mismo trinomio, y todo esto se halla en este mismo quinomio. Y por esta causa si multiplicaremos en si 3 ce p̄. 2 co. p̄. 1. haremos 9 ce. ce p̄. 12 cu. p̄. 10 ce. p̄. 4. co p̄. 1. y seran por tanto yguales 3 ce. p̄. 2 co. p̄. 1. y la raiz quadrada de 1156. Agora prosiguiremos nuestra ygualacion, sacando la vnidad de entrambas estas quantidades, y quedarã 3 ce. p̄. 2 co. yguales ala raiz de 1156. m̄. 1. y partiẽ-

do

quando 4 dignidades ſon yguales a numero.

*Regla dela ygualacion en los quebrados y raizes.*

NO tratamos al preſente dela ygualacion de los quebrados de primera intencion, como ſon $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. y $\frac{1}{4}$. y qualquier otro quebrado cuyo numerador y denominador ſean conoſcidos, porque eſtos ſon auidos por enteros, porque por la miſma arte de los enteros tienen ſu ygualacion. Mas queremos tratar de la ygualacion delos quebrados de ſegunda intencion, a que llaman eſimos de coſas o cenſos o cubos, y tambien delas raizes. Y la arte que ternemos ſera eſta, que aſſi como quando la ygualacion viene a dignidades mayores, las abatemos ygualmente, reduziendo las a otras menores, para las quales ſon dadas Reglas, o por ygual diminuiciõ de las denominaciones delas dignidades mayores, o partiendolas por vn commun partidor, o haziendo la ygualacion en las ſus raizes, aſſi tambien en los quebrados y raizes, q̃ a nueſtro entendimiento ſe repreſentan como quantidades defectuoſas, porque ſon referidas a otras mayores, obrando por el cõtrario, haremos ſemejantemente nueſtra ygualacion, haziendolas creſcer proporcionalmẽte, porque por eſte modo ſi las primeras quantidades eran yguales, tambien las ſegundas neceſſariamente ſeran yguales. Por lo qual ſi las quantidades q̃ queremos ygualar fueren quebrados, o enteros con quebrados; por qualquier modo que el quebrado entre, multiplicaremos en + el numerador de vno por el denominador del otro, y ſera hecha la ygualacion q̃ buſcauamos. Y por la miſma arte ſi vuiere raizes,

ſiendo

ſiendo reduzidas a otras de vna miſma denominacion, multiplicaremos cadavna dellas en ſi, y ſera hecha la ygualacion. Y por que eſta doctrina ſe comprehende mejor por exemplos, traeremos algunos, por los quales los otros ſe podran entender.

Si queremos ygualar $\frac{20}{1\ co}$ con $\frac{30}{1\ ce}$ multiplicaremos en ✠, diziendo aſsi: 20 por 1 ce. hazen 20 ce. y 30 por 1 co. hazen 30 co. y ternemos por tanto 20 ce. yguales a 30 co. los quales abreuiados, ſeran 20 co. yguales a 30 numero, y queda hecha la ygualacion.

Iten, ſi queremos ygualar $\frac{20.\ co.}{1.ce.}$ con 12 nu. porñemos la vnidad debaxo delos 12, porque es denominador de qualquier entero, y multiplicaremos en ✠, y ternemos 20 co. yguales a 12 ce. q̃ abreuiados vernan 20, yguales a 12 co.

Iten, ſi queremos ygualar $\frac{20\ co.\ \tilde{m}\ 4.}{3.ce.}$ con $\frac{5\ co.}{1\ cu.}$ multiplicaremos en ✠, y haran 20 ce.ce. m̃ 4 cu. yguales a 15 cu. reſtauremos lo diminuto, y ternemos 20 ce.ce. yguales a 19 cu. que abreuiados vernan 20 co. yguales a 19. nu.

Iten, ſi queremos ygualar $\frac{20.\tilde{m}\ 1\ co.}{1\ ce.\tilde{p}\ 1\ co.}$ con $3\frac{4.co.}{1.ce.}$ primeramente conuerteremos la ſegunda quantidad, la qual es entero con quebrado, en puro quebrado, multiplicando 1 ce por 3, que ſon 3 ce. y eſcreuirſe ha por eſte modo $\frac{3\ ce.\tilde{p}\ 4\ co.}{1\ ce.}$, y aſsi lo ſolemos hazer en los quebrados de primera intencion, quãdo ha entero meſclado con quebrado. Y multiplicaremos luego 20 m̃ 1 co. por 1 ce.

y

y haran 20 ce. m̃ 1 cu. y multiplicaremos 3 ce. p̃ 4 co. por 1 ce p̃ 1 co. y haran 3 ce.ce.p̃ 7 cu.p̃ 4 ce. que seran yguales a los 20 ce.m̃ 1 cu. y restaurando lo diminuto, y sacando lo superfluo quedarã finalmente 16 ce. yguales a 3 ce.ce.p̃ 8 cu. que abreuiados ternemos 3 ce. p̃ 8 co. yguales a 16 nu. y queda acabada la ygualacion.

Iten, si queremos ygualar $\frac{6}{1\ co.}$ con R. 7. multiplicaremos R 7. en si, y haremos 7, y multiplicaremos $\frac{6}{1.\ co.}$ en si, y haremos $\frac{36}{1.ce.}$ que seran yguales, y para acabar la ygualacion en enteros, multiplicaremos estos en ✠, y seran 36 yguales a 7 ce.

Iten, si q̃remos ygualar R 7 cõ 4 co. multiplicaremos en si la raiz de 7, y hara 7, y multiplicaremos las 4 co. en si, y harã 16 ce. q̃ serã yguales a 7.

Iten, si queremos ygualar R. 7 con R. 3 co. multiplicaremos cada vno en si mismo, y haremos 7, yguales a 3 co.

Iten, si queremos ygualar 12 con R 6 co. multiplicaremos cada vno en si mismo, y haremos 144 yguales a 6 co.

Iten, si queremos ygualar R. 18. co. con. 3. co. multiplicaremos cada vno en si mismo, y haremos 18. co. yguales a 9 ce. y queriendo saber el valor dela cosa, partiremos 18 por 9, y el quociente, que es 2, sera el valor dela cosa, que quadra con la posicion: porque 3 co. seran 6, y 18 co. 36, cuya raiz es los mismos 6, lo mismo concluye Hieronymo Cardano, mas por falso discurso y falsas premissas, y muy prolixamente.

Iten, si queremos ygualar 1 ce. p̃ 2 con 8 m̃ R. ¹. ce. Primeramẽte sacaremos el numero 2 de entram-

bas las partes, y quedara 1 ce. ygual a 6. m̃ R. 1. ce. y restaurãdo lo diminuto seran 1 ce p̃ R 1 ce. yguales a 6, y porque la raiz del censo es cosa, diremos por tanto que 1. ce. p̃ co. R. 1, son yguales a 6, y es la ygualacion acabada, porque es la primera de las compuestas, y obrando por su Regla hallaremos que el valor dela cosa es 2, porq̃ R. 1 es 1, y la mitad multiplicada por si misma, haze $\frac{1}{4}$, el qual juntando con los 6, haremos 6 $\frac{1}{4}$, de cuya raiz, que es 2 $\frac{1}{2}$, sacando $\frac{1}{2}$, quedaran 2, por valor dela cosa, y quadra con lo que auemos concluido. s. que 1 ce. p̃ co. R. 1. son yguales a 6. Por otro modo podremos ygualar las dichas quãtidades, q̃ es mas prolixo, pero es muy doctrinal, y cõforme alo q̃ auemos dicho, que las raizes se ygualan por razon de sus quadrados. Auemos en este exemplo traida la ygualacion a 1 ce. p̃ R. 1 ce. y el numero 6, y para que la raiz quede sola, sacaremos de entrambas las quantidades 1 ce. y quedara R. 1. ce ygual a 6 m̃. 1. ce. quadraremos, y harã 1. ce. y 36. p̃ ... ce. ce. m̃. 12. ce. que seran yguales, y restaurando lo diminuto, ternemos 13 ce. yguales a 36. p̃ 1. ce. ce. y sera la ygualacion acabada porque son dignidades ꝓporcionales, en las quales por censos pornemos cosas, y por el censo de censos pornemos vn censo, y obraremos por la tercera delas compuestas, conforme a lo q̃ abaxo escreuimos en el Capitulo quarto, y el valor dela cosa sera valor del censo. Porque 6 $\frac{1}{2}$ multiplicados por si, hazen 42 $\frac{1}{4}$, delos quales sacando el numero 36, quedaran 6 $\frac{1}{4}$, cuya raiz es 2 $\frac{1}{2}$, la qual sacaremos de 6 $\frac{1}{2}$, y quedara 4 por valor del censo, y quadra con la posicion primera, en la qual pusimos que 1 ce.

p̃. 2.

p̃ 2 son yguales a 8.m̃.R.1.ce.y con la segunda que della se sigue, la qual dize, que 13.ce. son yguales a 36.p̃.1.ce.ce.Pero porque la tercera delas compuestas da dos respuestas, assi como sacando $2\frac{1}{2}$ de $6\frac{1}{2}$, quedan 4 por valor del censo: assi tambiē juntando $2\frac{1}{2}$ con $6\frac{1}{2}$, vernā 9 por valor del censo, y quadrara esto con la postrera posicion, que pone 13 ce. yguales a 36 p̃ 1 ce.ce. mas no podra quadrar con la primera, dela qual ella se sigue, la qual pone que 1.ce.p̃ R.1.ce.son yguales al numero 6, y esto es cosa digna de se notar.

Iten, si queremos ygualar R.9. con R.V.3.co.p̃ R.9. Multiplicaremos R. 9. en si, y haremos 9, y multiplicaremos la R.vniuersal en si, y haremos 3 co.p̃ R.9. que seran yguales. Agora podremos lleuar dos vias. La primera sera, q̃ saquemos las 3 co. de entrambas las quantidades, para q̃ quede la raiz sola sin cōpañia, lo que siempre deuemos de procurar de hazer, y quedarā 9.m̃.3.co.yguales a R.9.y multiplicaremos luego estas dos quātidades por si, haziendo quadrados, y haran 81 p̃.9.ce m̃ 54.co.yguales a 9. y restaurando lo diminuto, seran 81.p̃.9.ce.yguales a 9.p̃.54.co.y sacādo lo superfluo, quedaran 72.p̃.9.ce.yguales a 54 co.y sera acabada la ygualacion, que es la tercera de las compuestas. La otra via sera, que por quanto 3 co. p̃. R. 9. son yguales a 9, que son los quadrados delas primeras quātidades. s. R.9.y R.V. 3. co. p̃ R.9. multipliquemos en si esos quadrados, y ternemos los quadrados delos quadrados delas primeras quantidades, que tambien seran entresi yguales, y serā 9 ce.p̃.9.p̃.R.324.ce.yguales a 81. Sacaremos lo superfluo que es 9, y quedaran

9.ce.p̃.R.324.ce.yguales a 72,y porque raiz de censos es cosas, quedara la ygualacion acabada en la primera delas compuestas,porq̃ 72 quedan yguales a 9 ce.p̃.cosas en numero R.324,q̃ es 18. Y porque en las primeras quadraturas hallamos 3 co. p̃.R.9.yguales a 9,sera mejor modo,y mas facil,q̃ saquemos lo superfluo,que es R.9, y quedaran 3 co.yguales a 9.m̃.R.9,y quedan en simple conjugacion de cosas yguales a numero. Partiremos por tanto 9.m̃.R.9. por el numero de las cosas,el qual es 3,y vernan en la particion 3.m̃.R.1.y tanto sera el valor dela cosa.s.el numero 2.

Iten, si queremos ygualar 20 cõ 24.m̃.RV.34.m̃.6. co.restauraremos primeramente lo diminuto, y ternemos 24,yguales a 20.p̃.RV.34.m̃.6.co.y sacaremos lo superfluo que es 20,y quedarã 4,yguales a R.V.34.m̃.6.co.Quadraremos estas dos quãtidades,y ternemos 16,yguales a 34.m̃.6.co.y restaurando lo diminuto,ternemos 34,yguales a 16 p̃ 6.co. y quitando lo superfluo quedaran finalmente 18,yguales a 6.co.que es simple conjugacion. Y seremos siempre aduertidos,que la raiz vniuersal quede por si sola, como en este exemplo hezimos, porque de otra manera no ternemos tal ygualacion que sirua para obrarmos por las Reglas,y desto daremos otro exemplo.

Tres cosas p̃ R.V.1.ce.p̃.5.sean yguales a 9,sacaremos las 3 co. de entrambas estas quantidades, y quedara R.V.1.ce.p̃.5.ygual a 9.m̃.3.co. y multiplicando cada vno por si, 1.ce.p̃.5. seran yguales a 81.p.9.ce.m̃.54.co. y finalmẽte quedaran 54 co. yguales a 76.p.8.ce.

Y muchas vezes acabada la ygualacion quedan

dan raizes,y con ellas entramos en las Reglas,como si fuesen quantidades absolutas, sin auer necessidad de dexar de fuera dela equacion las raizes q̃ en ellas hallamos. Porq̃ si son raizes de numeros, cõtar sean por numeros, partiẽdo las por las cosas,y por los cẽsos,y añadiẽdolas o sacãdolas como cũpliere. Y si fuerẽ raizes de censos,cõtarse han por cosas,quedãdo la misma raiz por numero dellas. Que por quãto las cosas son raizes delos censos,tanto montara,dezir R.5.ce.como co.R.5. La prueua es muy clara , porq̃ cierto es, q̃ multiplicãdo co.R.5.en si,haremos 5 ce.y lo mismo haremos multiplicãdo R.5.ce.en si. Y por la misma razon R 7.ce ce.sera ce.R 7.y por esta causa quãdo siendo hecha la ygualaciõ,quedarẽ raiz de censos,nombrarlos emos por cosas R. del numero de censos, y obrando por las Reglas de las cõjugaciones cõpuestas,tomaremos la mitad de la raiz da quel numero de censos,como solemos hazer quãdo tomamos la mitad del numero de las cosas,para la multiplicarmos en si,conforme a las Reglas . Exemplo, si la ygualacion viniere a esto,que 1.ce.es ygual a 2.p̃.R.8.ce. sera acabada la ygualacion.Porque tanto vale como dezir,que 1.ce.es ygual a 2.p̃.co.R 8.que es la segunda conjugacion delas compuestas, y el valor de la cosa sera 2.p̃.R 2. Y podremos si quisieremos obrar por otra via,dexãdo de fuera la raiz,vernemos a parar en 12.ce. yguales a 1.ce.ce. p̃.4. y el valor del censo sera R.32.p̃.6. y el valor dela cosa sera R.V. 6.p̃.R.32.que no es tan claro,y tiene tambiẽ otra respuesta porque va por la tercera de las compuestas . Pero las raizes de cosas no deuen de

quedar acabada la ygualacion,porq̃ no nos constara el numero dellas,para tomar la mitad y hazer el quadrado, como solemos hazer obrando por las Reglas delas conjugaciones compuestas, y el mismo impedimento ternemos para obrar por las simples. Porque no es lo mismo dezir R. 4.co. y co.R 4.porque co.R.4. declara el numero delas cosas ser 2, mas quien dize R.4.co. no nos declara quantas son las cosas,y son quantidades differentes. Y esto se manifestara bien en exemplo,siendo 4 el valor de vna cosa,sera el numero 4 R.4.co.porque 4 por 4,hazen 16,cuya raiz es 4, pero el valor de co.R.4 sera 8, porque R.4.es 2, y sera luego co.R.4. dos cosas,que valen 8. y manifiesto es que R.4.co.multiplicada en si,haze 4. co.pero co.R.4.multiplicadas en si,hazen 4 ce. Y no tan solamente deuemos de ser auisados, que en la fin dela ygualacion no queden R co.mas deuemos aun de procurar q̃ no vengan en la compañia delas quantidades que auemos de ygualar, porque muchas vezes impiden la ygualacion q̃ buscamos para entrar en Regla. Y daremos algunos exemplos delas quãtidades que ygualamos en las quales entran raizes de cosas,sin auer impedimento, para por ellos podermos atinar en otros casos semejantes.

Si queremos ygualar R.12.co.p̃.3. con R.27.co. multiplicaremos cada vna destas quãtidades en si, y el quadrado de R.12.co.p̃.3. sera 12.co. p̃.9 p̃. R.432.co. y el quadrado de R.27.co. sera 27.co. y serã yguales estos quadrados. Sacaremos de entrambos las 12.co.y quedaran 9.p̃.R.432.co.yguales a 15.co. Agora ordenaremos como raizes de

co.

co.queden por si solas, y esto se hara sacando de entrambas las quantidades los 9. y quedará por tanto R.432.co.yguales a 15.co.m̃.9. Y multiplicaremos por si cada vna destas quãtidades, y haremos 432.co. y 225.ce.p̃.81.m̃.270.co. q̃ será yguales, restauraremos lo diminuto, y ternemos 702.co. yguales a 225.ce.p̃.81.y sera acabada la ygualaciõ.

Iten, si queremos ygualar R.12.co. p̃.5.co. con R.3.co. p̃.18. sacaremos primeramente 5.co.de entrambas las quantidades para q̃ R.co.quede por si sola, y ternemos R.12.co.yguales a R.3.co.p̃.18 m̃ 5.co.y sacaremos de entrambas estas quãtidades R.3.co.y ternemos R.12.co.m̃.R.3.co.yguales a.18. m̃.5.co. Agora multiplicaremos en si, R.12.co m̃. R.3.co.y haremos 15.co.m̃.R.144.ce.y multiplicaremos tambien en si 18.m̃.5 co.y haremos 324. p̃ 25.ce.m̃.180.co. q̃ seran quadrados yguales, y daremos a cada vno dellos 180.co.para restauraciõ delo diminuto, y haremos 195,co.m̃.R.144.ce. yguales a 324. p̃.25.ce. y porq̃ raizes de censos son cosas, seran luego 195.co. m̃.co. R.144. yguales a 324 p̃.25.ce.y sera acabada la ygualacion en cosas yguales a numero y censo.

Esto deue de bastar para saber como se deua de hazer la ygualaciõ, porque en los casos que auemos de poner para practica delas Reglas, hallaremos otros muchos y muy differentes exemplos, y exercitãdo nos en ellos quedaremos mas diestros en la arte de ygualar.

¶ *Cap.2. delas nuestras Reglas delas conjugaciones compuestas.*

PVesto que las Reglas que en la primera parte auemos traido, sean muy ciertas y verdaderas,

 ras,

ras, y muy practicadas por los antiguos ſabios deſta arte, queremos todavia para mayor abaſtãça enſeñar otras q̃ para las miſmas cõjugaciones ordenamos, y algunas vezes ſera mas facil el vſo deſtas Reglas q̃ el delas antiguas, como a delãte en la practica ſe vera. Y quanto a la eſpeculaciõ, tienen eſtas eſte primor, que la ſu demonſtracion ſiendo todo en numeros, ſe puede fundar en los principios de Arithmetica, la qual pone que los numeros ſon cõpueſtos de vnidades indiuiſibles. Multiplicaremos en ſi el numero de las coſas, y por 4 el numero q̃ ay en la compañia, y ſi coſas y cenſo ſon yguales a numero, juntaremos el producto de vno con el ꝓducto del otro, y dela raiz deſta sũma ſacaremos el numero delas coſas, y lo q̃ q̃dare ſera el valor de dos coſas, aſſi q̃ la mitad de lo q̃ q̃dare ſera el valor de 1.co. y eſta es la primera delas cõpueſtas. Pero ſi las coſas cõ el numero ſon yguales al cenſo, como en la ſegũda regla, juntaremos la dicha raiz con el numero delas coſas, y eſa sũma dela raiz y del numero ſera valor de dos coſas, y la mitad ſera el valor de 1.co.

Y ſi el cenſo con el numero fueren yguales a las coſas, que es la tercera regla, multiplicaremos en ſi el numero delas coſas, y del producto, ſacaremos el quadruplo del numero, y la raiz delo q̃ quedare, juntaremos con el numero delas coſas, y ſera la sũma el valor de dos coſas, y la mitad ſera el valor de 1 co. Y ſi quiſieremos la raiz delo q̃ quedare, ſacaremos del numero delas coſas, y lo que quedare ſera el valor de dos coſas, y la mitad ſera valor de 1 co. Y eſto ſera en reſpecto de otro cenſo. Y ſi el numero de las coſas multiplicado

cado

cado por ſi,y el numero de la compañia del cenſo, ſiendo multiplicado por 4, fueren yguales, en tal caſo el numero delas coſas ſera el valor de dos coſas,y la mitad valor de 1 co.

Exemplo dela primera: Pongamos que 5 co. y 1 ce. ſon yguales a 24. Multiplicaremos en ſi el numero delas coſas que es 5. y haremos 25. y multiplicaremos 24 por 4, y haremos 96. eſtos 96, jũtaremos con 25, y ſeran 121, cuya raiz es 11. de los quales ſacaremos 5, q̃ es el numero delas coſas, y quedaran 6, por valor de 2 co. y la mitad ſera por tanto valor de 1 co. ſ. 3.

Exemplo dela ſegunda: Pongamos que 3 co. y el numero 40, ſon yguales a 1 ce. Multiplicaremos en ſi el numero delas coſas, y haremos 9. y multiplicaremos 40, por 4. y haremos 160. los quales juntando con los 9. haremos 169. cuya raiz es 13. juntaremos con eſtos 13. el numero de las coſas, que es 3. y haran 16. y la mitad deſtos 16, la qual es 8, ſera el valor de 1 co.

Exemplo dela tercera: Pongamos que 1 ce. y 21. ſon yguales a 10 co. multiplicaremos en ſi 10, q̃ es el numero delas coſas, y haremos 100. y multiplicaremos por 4, el numero 21, y haremos 84. los quales ſacaremos de 100, y quedaran 16. cuya raiz es 4. Eſtos 4 podremos juntar con los 10, y ſeran 14. cuya mitad, la qual es 7. ſera el valor de 1 co. Tambien podremos ſacar eſtos 4 de 10. y quedaran 6, cuya mitad, que es 3, ſera el valor de la coſa, mas en reſpecto de otro cenſo. De modo, que quando el numero con el cenſo fueren yguales alas coſas, aura dos reſpueſtas. Y ſabe, que ſi el numero dela compañia del cenſo ſiendo multipli-

tiplicado por 4, fuere ygual al quadrado del numero delas cosas, en tal caso la mitad del numero delas cosas sera el valor de 1 co. Exemplo, 1 ce. p̄. 9, sean yguales a 6 co. porque el quadrado de 6. es 36. y 9. multiplicado por 4, hazen tambien 36. el valor de dos cosas sera 6. y la mitad que es 3. sera valor de 1 co.

*Demonstracion destas Reglas.*

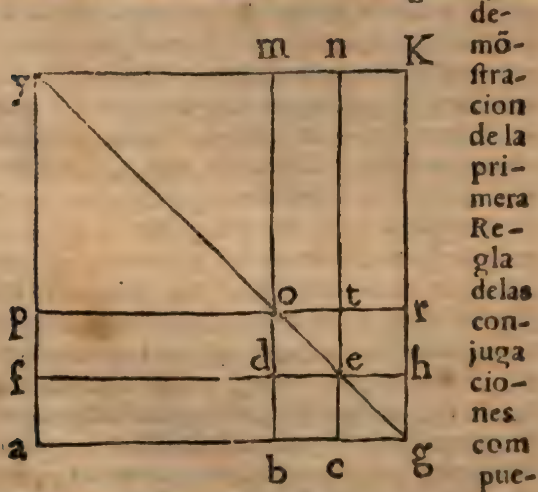
ESTas nuestras Reglas tienen su fundamento en las antiguas, que en su lugar auemos demonstrado. Porque multiplicamos todo el numero delas cosas en si, y el numero por 4, y por la Regla antigua, multiplicauamos en si la mitad del numero delas cosas, y el numero no se multiplicaua. Y quedara por tanto proporcion quadrupla entre el quadrado del numero de las cosas, y el quadrado dela mitad, como tambien el numero crescio en quadruplo. Y la razõ desto es, que el duplo y el subduplo multiplicados en si, hazen quadruplo y subquadruplo, y los quadruplos en vna sũma tambiẽ quedan en la misma proporcion quadrupla con los subquadruplos puestos en vna sũma. Y esto se demuestra por el quinto libro de Euclides: porque si de vn antecedente para su consequente ay la proporcion q̃ tiene otro antecedente con su consequente, tal proporcion aura delos antecedentes juntos alos consequentes juntos, qual ay de vno de los antecedentes a su cõsequente. y esto sirue para la primera Regla, y para la segunda. Y para la tercera seruira lo que Euclides demuestra enel 5. libro. Que si de vn todo para otro todo, ay tal proporcion como de parte a parte, sera delo que

que-

queda para lo que queda, como de vn todo para otro todo: y desta manera lo que por vna via resulta, ora sea sumando, como en la primera y segunda, ora sea sacando, como en la tercera, sera quadrupla a lo que resulta por la otra via, y sera luego la raiz del quadruplo dupla de la raiz del subquadruplo, y procediendo conforme alos dos modos, conforme a estos principios, el valor de la cosa sera vn mismo.

*Otra demonstracion.*

Y Sin ayuda del .5. libro de Euclides podremos demonstrar estas reglas nueuas, vsando solamente del segundo libro, como hazemos en la demonstracion de las antiguas, y la demõstracion de la primera Regla delas conjugaciones compuestas, sera por este modo:




Sea la linea a b. el numero delas cosas. Y b.c. lado del censo b.c.e d. y estẽderemos la linea e.d. para la parte de d, hasta cõcurrir

conoſcido,y quedara conoſcida la linea b.g.y por que b.c.es la mitad de b. g. conoſcida ſera luego b.c.lado del cenſo b.c.e.d.que reſponde al valor dela coſa. Deſta figura y demonſtracion vſo Euclides en la 8 propoſicion del ſegundo libro,para prouar que ſi la linea a.c. fuere partida en dos partes, aſſi como enel punto b. y le acrecentaremos otra linea que ſea ygual a vna delas partes, como es c.g.que es ygual de b.c. el quadrado de toda la linea compueſta, la qual es a . g . ſera ygual a lo que ſe haze de a.c.en c.g.quatro vezes, juntamente con el quadrado de a.b. Y lo miſmo demonſtro Campano ſobre la 16.propoſicion del 9.libro,en numeros de vnidades indiuiſibles,como los puros Arithmeticos ſuelen hazer.

La ſegũda de las compueſtas tiene el miſmo fundamẽto. Porq̃ ſea la linea a.c.lado del cenſo ignoto, y el quadrado a.c. d e,el miſmo cẽſo,y la linea a b ſea el numero delas

co-

cosas,y el rectangulo a.b.f. e. sera el valor de las cosas. Por lo qual lo que queda del quadrado, q̃ es el rectangulo b.c.d. f. sera el numero que con las cosas se yguala con el censo. Y estenderemos la linea a. c. hasta g. de suerte que b. c. y c.g. sean yguales,y sobre toda la linea a.g.haremos el quadrado a.g.h.y. y estenderemos las dos lineas b. f. y c.d. hasta los puntos l.y.k. en la linea h.y. y en la linea g.h.tomaremos las lineas g.m.y m.n. yguales a b. c. y c. g. y lleuaremos de los puntos m. y n. lineas equidistantes a la linea a.g. q̃ sean m.o. y n.p. cuyos encuentros con las lineas b.l. y c.k. son en los puntos q.r.s.y t. y quedara por esta arte la disposicion dela figura de que vsamos para demonstrar la primera de las compuestas. Porque sera tambien el quadruplo de a.c.en c.g. juntamente con el quadrado de a.b.ygual al quadrado de toda la linea a.g.el qual es a. g. h. y. Y porque el quadrado de a. b. numero delas cosas es conoscido,el qual es y. l. t. p. y lo que se haze de a.c. en c. g. tambien es conoscido, por ser ygual al numero que esta en compañia de las cosas, el qual se representa por el rectangulo b.c.d. f. sera por tanto el quadruplo de a.c.en c.g. conoscido,que es todo el gnomon que cerca al quadrado y.l.t.p. Por lo qual siendo el quadrado y.l. t.p.conoscido, y el gnomon que lo cerca tambiẽ conoscido, sera tambien conoscido el quadrado grande que dellos consta,el qual a.g.h.y. y el su lado que es a.g.sera conoscido. Y porque quãto la linea a.g.excede la linea a.c. tanto la misma a. c. excede la linea a.b.siguese desto,que la linea a. c. es la mitad delas dos a.b.y a.g. juntas.Luego

si

ſi con el lado del quadrado grande, juntaremos el numero delas coſas que es a.b. y dela sũma tomaremos la mitad, que es a.c. eſta linea a c. ſera conoſcida, la qual es lado del cenſo ignoto a.c.d. e. y por conſiguiente el valor dela coſa, que es la raiz del cenſo, ſera conoſcido.

Y por los miſmos principios demonſtraremos la tercera Regla de las compueſtas. Porque pongamos que la linea a.g. ſea el numero de las coſas, y pongamos primeramente que el lado del cenſo ignoto ſea a c, mayor linea que la mitad de a g, y el cenſo ſea el quadrado a c d e, y acabemos en la figura paſada el rectangulo c g z d, que neceſſariamente ſera el numero que con el cenſo ſe yguala con las coſas, las quales ſon el rectãgulo a g z e. Y ſiendo eſto aſſi hecho, tomaremos dela linea a c que es lado del cenſo, la linea b c, ygual a la linea c g, y ſobre toda la linea a g, haremos el quadrado a g h y, y aſſi como en la figura paſada, lleuaremos las lineas b.l. m.o. y n.p. y eſtenderemos las otras, y notaremos ſus encuentros. Por lo qual el quadrado vniuerſal comprehendera 4 vezes al numero c.g. z. d. y al quadrado p.t.l.y. cuyo lado es p. t. o a.b. y por tanto ſi del quadrado del numero delas coſas, ſacaremos el quadruplo del numero dela compañia del cenſo, y delo que quedare tomaremos la raiz, ternemos ſabido quanta ſea la linea a.b. Y porque las 3 lineas a g. a c. y a b. ſe exceden ygualmẽte, ſera luego la linea a c. la mitad delas dos lineas a b. y a g. juntas, y porque cada vna dellas es conoſcida, la sũma dellas ſera conoſcida, y la mitad della conoſcida, la qual es la linea a c. lado del cenſo, por

lo

lo qual el valor dela cosa sera conoscido, por quãto el quadrado a.c.d.e. es el censo. Y siendo la linea a.g. el mismo numero de las cosas, y siendo como de antes el mismo numero dela compañia del censo, o su ygual, que es el rectangulo a.c.q.o. si el censo fuere c.g. m. q. fundado sobre la linea c.g. que es menor que la mitad del numero delas cosas, de suerte, que las cosas. s. el rectangulo a.g. m.o. sean yguales al censo con el numero: en tal caso, sacando la linea a.b. que por la dicha arte es conoscida dela linea a.g. numero delas cosas conoscido, quedara conoscida b.g. cuya mitad c. g. lado del censo, sera conoscida, y el valor dela cosa conoscida. Y por tanto con el mismo numero dela compañia del censo, y el mismo numero de las cosas, pueden caber dos censos differentes, y por esta causa el valor dela cosa sera differente, y las mas vezes siruen entrambos los valores para solucion dela questiõ, y otras vezes sirue vno, y no el otro, como en la practica se vera. Mas cẽso y numero yguales a cosas, siempre se halla en dos numeros differentes en valor.

Y si en algun caso, sacando el quadruplo del numero dela compañia del censo, del quadrado del numero delas cosas, ninguna quantidad quedare, por ser yguales, necessariamente en ese tal caso el numero y el censo seran entresi yguales, y sera el valor dela cosa, la mitad del numero delas cosas. La demonstracion desto es clara: Porque si el lado del censo no fuesse la mitad del numero delas cosas, seria luego o mayor que la mitad, o menor, y de qualquier modo destos dos q̃ fuesse, haziendo la figura que atras queda hecha,

ya

ya entonces el quadruplo del numero dela cõpañia del censo, no seria ygual al quadrado del numero delas cosas, como se vee por la misma figura y demonstracion. y esto es el cõtrario del presupuesto. s. ser hallados yguales el quadrado del numero delas cosas, y el quadruplo del numero. Por lo qual en tal caso el censo y el numero seran con ygual altura fundados sobre bases yguales, y el lado del cẽso sera la mitad del numero delas cosas como auemos dicho.

*Cap. 3. Delas Reglas que son semejantes alas simples en la primera parte escriptas.*

EN la primera parte auemos solamente dado Reglas para las conjugaciones delas. 3. quãtidades, numero, cosa, y censo. Y pusimos tres Reglas para. 3. conjugaciones simples, y. 3. para tres conjugaciones compuestas, porq̃ estas son mas vsuales, y mas practicadas por los Arithmeticos. Pero por la misma arte podremos cõparar esas. 3. quantidades con las otras dignidades mayores, y las otras mayores entre si, y ternan su Regla.

Primera: Si numero fuere ygual a cubos, partiremos el numero por los cubos, y la raiz cubica delo q̃ viniere en la particion, sera el valor de la cosa. Exemplo, Sean 3 cubos yguales a 24. partiremos 24 por 3, y sera el quociente 8. y diremos por tanto, q̃ raiz cubica de 8, es el valor dela cosa.

Segũda: Si numero fuere igual a censo de cẽsos, partiremos el numero por los censos de cẽsos, y la raiz de la raiz del quociente, sera el valor dela cosa. Exemplo: Sean 3 ce. ce. yguales a 48. partiremos 48, por 3. y sera el quociente 16. y diremos

por tanto, q̃ la raiz quarta, o raiz dela raiz de 16. sera el valor dela cosa.

Tercera: Si numero fuere ygual a relatos primos, partiremos el numero por los relatos primos, y la raiz quinta del quociente sera el valor dela cosa. Exemplo, Sean 2 relatos primos, yguales a 64. partiremos 64 por 2, y sera el quociente 32. y diremos por tanto, que raiz quinta de 32, sera el valor dela cosa.

Quarta: Si cosas fueren yguales a cubos, partiremos las cosas por los cubos, y la raiz del quociente, sera el valor dela cosa. Exẽplo, Sean 3 cu, yguales a 12 co. partiremos 12, por 3. y sera el quociente 4. y diremos luego, que la raiz de 4, sera el valor dela cosa.

Quinta: Si cosas fueren yguales a censos de censos, partiremos las cosas por los censos de censos, y la raiz cubica del quociente, sera el valor dela cosa. Exemplo, Sean 3 ce. ce. yguales a 24 co. partiremos 24 por 3, y sera el quociente 8, y la raiz cubica de 8 sera el valor dela cosa.

Sexta, si cosas fueren yguales a relatos primos, partiremos las cosas por los relatos primos, y la raiz quarta del quociente sera el valor dela cosa. Exemplo, Sean 3 relatos primos yguales a 48 co. partiremos 48 por 3, y sera el quociente 16, y diremos por tanto, que la raiz quarta de 16 sera el valor dela cosa.

Septima, si censos fueren yguales a cubos, partiremos los censos por los cubos, y el quociente sera el valor dela cosa. Exemplo, Sean 3 cu. yguales a 6. ce. partiremos 6 por 3, y el quociente que es 2, sera el valor dela cosa.

Octa-

Octaua, si censos fuerē yguales a censos de censos, partiremos los censos por los censos de censos, y la raiz del quociente, sera el valor dela cosa. Exemplo, Sean 2 ce.ce. yguales a 8 ce. partiremos 8 por 2, y sera el quociente 4, y diremos que la raiz de 4 sera el valor dela cosa.

Nona, si censos fueren yguales a relatos primos, partiremos los censos por los relatos primos, y la raiz cubica del quociente, sera el valor dela cosa. Exēplo, Sean 3 relatos primos yguales a 24 ce. partiremos 24 por 3, y sera el quociēte 8, y diremos q̃ la raiz cubica sera el valor dela cosa.

Decima, si cubos fueren yguales a censos de censos, partiremos los cubos por los censos de censos, y el quociente sera el valor de la cosa. Exemplo, Sean 6 cu. yguales a 3 ce.ce. partiremos 6 por 3, y sera el quociente, y sera por tanto 2 el valor dela cosa.

Vndecima, si censos de censos fueren yguales a relatos primos, partiremos los censos de censos por los relatos primos, y el quociente sera el valor de la cosa. Exemplo, Sean 2 relatos primos yguales a 4 ce.ce. partiremos 4 por 2, y el quociente que es 2, sera el valor dela cosa.

Duodecima, si cubos fueren yguales a relatos primos, partiremos los cubos por los relatos primos, y la raiz del quociente, sera el valor de la cosa. Exemplo, Sean 3 relatos primos yguales a 12 cubos, partiremos 12 por 3, y sera el quociente 4, y diremos luego que la raiz de 4 sera el valor de la co.

Son luego por esta cuenta 15 Reglas simples para 15 conjugaciones entre 6 quantidades; las

quales son,numero, cosa, censo, cubo, censo de censo,y relato primo, juntando aquy las 3 que pusimos en la primera parte. Y porque tambien las otras dignidades mayores que estas se pueden comparar vnas con otras, y tienen sus Reglas,sera mejor vsar de Regla general que sirua para todas,la qual sera esta:

*Regla general para toda Conjugacion simple.*

PArtiremos el numero dela quantidad de menor denominacion por el numero dela quãtidad de mayor denominacion, y guardaremos el quociente, y sacaremos entonces la menor denominacion dela mayor, y veremos que denominacion queda. Porque si lo que quedare fuere vnidad, por quanto la vnidad es denominacion de cosa, diremos que el quociente es el mismo valor dela cosa. Y si quedarẽ 2,por quãto el numero 2 es denominacion de censo,diremos por tanto, que el quociente es censo, y la raiz dese numero quociente, sera el valor de la cosa. Y si quedaren 3, por quanto 3 es denominacion de cubo,diremos que el quociente es cubo, y la raiz cubica del mismo quociente, sera el valor dela cosa. Y si quedaren 4,por quanto 4 es denominacion de censo de censo, diremos que el quociente es censo de censo, y la raiz quarta del mismo quociẽte,sera el valor dela cosa, y assi por lo consiguiente, sera en todas las otras dignidades. Exẽplo: Sea 60 numero ygual a 20 co. partiremos 60,por 20.y sera el quociente 3.y por que sacando de la vnidad,que es denominacion de cosa,la cifra,que es denominacion de numero, queda la misma vnidad, diremos por esta causa

que

que el mismo quociente 3, es el valor dela cosa. Iten, Sean 20 cu. yguales a 40 ce. partiremos los 40. que es el numero de la menor dignidad, por 20. que es el numero dela mayor dignidad, y sera el quociente 2. y sacaremos 2, que es denominacion de ce. de 3, que es denominacion de cubo, y quedara 1. que es denominacion de co. y diremos por tanto, que 2 es el valor dela cosa. Iten, Sean 3 ce.ce. yguales a 24 co. partiremos 24 por 3. y sera el quociente 8. y sacaremos de 4 denominacion de censo de censo, la vnidad, q̃ es denominacion de co. y quedaren 3. que es denominacion de cubo, y diremos por tanto, que 8 es el cubo, y raiz cubica de 8 sera el valor dela cosa. Y esto en effecto es abatir las dignidades ygualmẽte, para que queden reduzidas a otras en que la menor sea numero. Y desta manera, la primera conjugacion de las tres simples que pusimos en la primera parte se reduze a la tercera, como paresce por su demonstracion.

*Cap. 4. Enel qual se ordena regla general para toda conjugacion compuesta, en que las dignidades son proporcionales.*

EN la primera parte y enel cap. 2. desta tercera solamente dimos Reglas de conjugaciones compuestas en tres dignidades, numero, cosa y censo. Mas porq̃ muchas vezes viene la ygualacion a parar en otras dignidades, daremos Regla general, que sirua en las otras dignidades, si fueren proporcionales, y esto sera fundandonos en las 3 Reglas delas dichas 3 cõjugaciones compuestas, que auemos demonstrado. Para lo qual deuemos de traer a la memoria, como en la se-

gunda parte principal desta obra auemos dicho, que la vnidad, q̃ es el principio del numero, y co. ce. cu. ce ce. relato primo, ce. de cu. o cu. de ce. relato segundo, y assi por lo consiguiente las otras dignidades mayores, todas son proporcionales, y por esta causa las denominaciones van creciendo ygualmente, las quales son 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. y cetera. Y por la misma razon todas las dignidades q̃ por ygual interuallo distan las vnas de las otras son proporcionales, y el interuallo es el numero delas ꝓporciones yguales que ay entre ellas. loqual se declara por las denominaciones, por quanto la denominacion dize quantas proporciones yguales ay desa dignidad para la vnidad, de aquellas que la cosa tiene con la vnidad. Luego siendo nos propuestas algunas dignidades, si queremos saber si son proporcionales, tomaremos las sus denominaciones, y si hallaremos que distan por yguales differencias, diremos que son proporcionales, pero si las differẽcias fueren desiguales, seran auidas por disproporcionales. Exemplo, Numero o la vnidad que es su principio, y censo, y censo de censo, y censo de cubo, y censo de censo de censo, diremos que son proporcionales, porque las denominaciones son estas 0 2. 4 6. 8. las quales van creciendo por yguales differencias. Ponemos la cifra por denominacion dela vnidad para denotar que carece de denominacion, y la denominacion del censo, la qual es 2, excede a la cifra en los mismos 2, porq̃ dos ꝓporciones yguales ay del censo para la vnidad, la vna es del censo para la cosa, y la otra es dela cosa para la vnidad. Daremos por tanto Regla

para

para conjugaciones de dignidades proporcionales, porque las que no lo son, sera muy difficil comprehenderlas en Regla clara, que manifieste el valor dela cosa.

¶ *Regla general.*

Siendo nos propuesta vna conjugació de tres dignidades proporcionales, la vna ygual a las otras dos juntas, si son numero, cosa, y censo, ya tienen sus Reglas. Y si son otras que abatidas ygualmẽte, conforme a la menor denominacion que en ellas se halla, pueden venir a estas, tienen las mismas Reglas, como si nos dixessen q̃ 2 ce. p̃ 1 cu. son yguales a 1 ce.ce. porq̃ sacando de sus denominaciones el numero 2, que es denominacion del censo, vienen a 1 co. p̃ 2, yguales a 1 ce. ya tienen su Regla que declara el valor dela cosa. Pero si siendo proporcionales, no son tales como estas, veremos si alguna dellas es numero, porque si lo fuere, vsaremos delas otras dos dignidades, como si fuesen co. y ce. conuiene a saber la de menor denominacion seruira de cosa, y la mayor de censo, y obraremos por las tres Reglas compuestas de numero, cosa, y censo. Pero lo q̃ en la fin viniere, no sera valor dela cosa, mas sera valor de aquella dignidad, en cuyo lugar se puso la cosa, y la su raiz conforme a su denominacion sera el valor dela cosa. Los exemplos haran esto claro. Pongamos que 2 ce. p̃. 1. ce.ce. son yguales a 99 que son dignidades proporcionales, entraremos en la primera Regla de las cõpuestas con estas dignidades, como si nos dixessen que 2 co. p̃. 1. ce. son yguales a 99, y vernan 9 por valor de la cosa: mas porq̃ pusimos cosas en lugar de cen-

ſos,no pronunciaremos los 9 por valor dela coſa,ſino por valor del cenſo,y porque la denominacion del cenſo es 2,diremos que la raiz ſegunda de 9 es el valor dela coſa. Iten,pongamos q̃ 3 cu.p̃.1.ce.cu. ſon yguales a 88, que ſon dignidades proporcionales,porque la differencia de las denominaciones es 3,cōuiene a ſaber la de cubos es 3, y la de ce.cu. es 6, y la del numero es cifra, obraremos luego como ſi 3 co. p̃. 1.ce.fueſſen yguales a 88, diziendo aſſi: 88 multiplicados por 4,hazē 352,y 3 por ſi,hazen 9,eſtos dos numeros juntos ſon 361, cuya raiz es 19, dela qual ſacando 3,quedaran 16, y la mitad que es 8,no ſera valor dela coſa, mas del cubo: y lo miſmo hallaremos obrando por la regla cōmun. Iten,pongamos que 28 co.ſon yguales a 3 cu.p̃.1. relato primo,en las quales dignidades no ay numero. Primeramente abatirlas emos ſacando de ſus denominaciones la vnidad,y quedaran 28 yguales a 3 ce.p̃. 1 ce.ce.obraremos luego como ſi los cenſos fueſſen coſas,y el cenſo de cenſo fueſe cenſo,diziendo aſſi: el quadruplo de 28 es 112, y el quadrado de 3 es 9, que juntos hazen 121, cuya raiz es 11,de la qual ſacando 3 quedaran 8, y la mitad q̃ es 4, no ſera valor dela coſa,ſino del cenſo. Y la prueua aſſi lo dize,porque 3 ce.ſon 12,que con 16,que es ce.ce. hazen 28, y tambien quadra con la primera poſicion,porq̃ 3 cu. ſeran 24,y 1 relato primo ſera 32,q̃ juntos hazen 56, y tanto valen las 28 co. Iten,pongamos q̃ 16 co.p̃.1. relato ſegundo,ſon yguales a 16 ce.ce. en las quales dignidades no ha numero,y porque la vnidad es la menor denominaciō que en ellas ſe halla,la qual es
de

dela cosa, sacaremos la vnidad dela denominaciō de cada vna dellas, y las 10 co. quedaran en 10 numero, y el relato segundo quedara en 1 censo de cubo, porque la denominacion de ce.cu. es 6, y la del relato segundo es 7, y los 10 ce.ce. quedaran en 10 cu. Daquy a delante vsaremos destas quantidades 16.p̄.1.ce.cu. yguales a 10 cu. como si nos dixessen que 16.p̄.ce. son yguales a 10 co. porque en lugar de los cubos ponemos cosas, y en lugar del censo de cubo ponemos censo, por ser el cubo menor dignidad q̄ censo de cubo. Vsaremos por tanto dela tercera de las compuestas, diziendo assi: 16 multiplicados por 4, hazen 64, los quales sacaremos de 100 quadrado de 10, y quedaran 36, cuya raiz que es 6, juntaremos con los 10, y harā 16, y la mitad destos 16, que es 8, sera el valor del cubo, que delas dos dignidades es la menor. De manera que la raiz cubica de 8 sera el valor dela cosa, y responde a la posicion. Porque el valor de 1.ce.cu. sera 64, que con 16 hazen 80, y tanto valen 10 cu. y responde assi mismo a las primeras dignidades que fueron propuestas, quando diziamos que 16 co. p̄. 1. relato secundo, son yguales a 10 ce.ce. Porque siendo el cubo 8, la cosa sera 2, y el valor de las 16 co. sera 32, y el relato segundo sera 128, que con 32 hazen 160, y tanto valen 10 ce.ce. porque el censo de censo vale 16. Colegimos desto que diziendo assi: 16 p̄.1.ce.cu. son yguales a 10 cu. y diziendo assi: 16.p̄.1.ce. son yguales a 10.co. viene vna misma quantidad en la fin dela obra. La qual en la primera ygualaciō es valor de cubo, y en la segunda es valor de cosa, porque siempre lo q̄ resulta es delas dos dig-

nidades la menor. Y assi lo hallamos en esta operacion, que tomando 8 por valor de 1 co. las 10 co. valen 80, que son yguales al numero con 64 valor de 1 ce. Y assi como practicamos estos exemplos por las Reglas nueuas, se podran practicar por las antiguas. Lo que agora resta es, poner muchos y varios casos, en los quales practicaremos todas las Reglas, para mejor se poderen entender, y saber como se deue de hazer la posiciõ en las questiones, porq̃ esto depende dela practica y exercicio delas dichas Reglas. Y primeramẽte pornemos los casos de Arithmetica, y despues de Geometria. Destos casos algunos formamos nos, y otros hallamos en los Autores, los quales practicamos mas facilmente.

*Cap. 5. Dela Practica delas Reglas de Algebra en los casos de Arith.*

PArtamos 30. en tales dos partes que dando ala primera 3. y ala segunda 5. quede la primera en proporcion dupla, con la segunda. Pornemos la primera parte de 30. ser 1 co. y sera luego la segunda 30. m̃. 1 co. Agora daremos 3 ala primera parte, y 5 ala segunda, y sera 1 co p̃. 3. el duplo de 35. m̃. 1 co. por lo qual el duplo de 35. m̃. 1 co. que es 70. m̃. 2 co. sera ygual a 1 co. p̃. 3. y restaurando lo diminuto, y sacando lo superfluo, quedaran 67. yguales a 3 co. que es la tercera cõjugacion simple. Partiremos luego 67. por 3. y vernan 22 $\frac{1}{3}$; por valor dela cosa, y tanto sera la primera parte: y sera luego la otra parte 7 $\frac{2}{3}$, y responde alo que se propuso, porque dando 3 a 22 $\frac{1}{3}$, haremos 25 $\frac{1}{3}$. y dando 5. a 7 $\frac{2}{3}$, haremos 12 $\frac{2}{3}$, que son la mitad de 25 $\frac{1}{3}$. Por esta via van todos

los

loscasos,en que mandamos o sacar de entrambas las partes,o dar a la vna, o sacar dela otra, y que queden en qualquier proporciõ q̃ fuere asinada.

2. Busquemos vn numero que siendo multiplicado por si mismo,y el producto por 4. y que sacando de la sũma 20, queden 100. Pornemos ese tal numero ser 1 co. la qual multiplicada por si,hara 1 ce. este censo multiplicado por 4. hara 4 ce. destos 4 ce. sacaremos 20. y quedaran 4 ce. m̃. 20. que seran yguales a 100. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y resultaran 4 ce. yguales a 120. que es conjugacion simple. Partiremos por tanto 120, por 4, y vernan 30. por valor de 1 ce. y sera luego la cosa R. 30. y tanto sera el numero que buscauamos.

3. Partamos 12. en tales dos partes, q̃ el quadrado dela primera sea menor que el quadrado dela segunda en 30 de differencia. Pornemos la primera parte ser 1 co. y sera luego la segunda 12. m̃. 1 co. multipliquemos 1 co. en si,y hara 1 ce. q̃ sera el quadrado dela primera parte, y multiplicaremos en si 12. m̃. 1 co. y haran 144 p̃. 1 ce. m̃. 24 co. y tanto sera el quadrado dela segunda parte. Y porque la differencia ha de ser 30. seran luego 1 ce. p̃. 30, yguales a 144. p̃. 1. ce. m̃. 24. co. Agora ygualaremos restaurando lo diminuto, y haremos 1. ce. p̃ 30. p̃. 24. co yguales a 144 p̃. 1. ce. Sacaremos lo superfluo,y quedaran finalmẽte 24. co. yguales a 114, que es conjugacion simple. Partiremos luego 114 por 24, y vernã $4\frac{3}{4}$ por valor de la cosa,y tãto sera la primera parte, y sera la segunda lo q̃ queda de 12, q̃ es $7\frac{1}{4}$, cuyos quadrados son $22\frac{9}{16}$, y $52\frac{9}{16}$ la differencia de los quales es 30.

4. Bus.

4. Buſquemos 2 numeros q̃ la differencia dellos ſea 2, y la de los quadrados ſea 10. Pornemos el vno ſer 1 co. y ſera luego el mayor 1 co. p̄ 2. Multiplicaremos cada vno dellos en ſi miſmo, y ſera el quadrado del primero 1 ce. y el quadrado del ſegundo, ſera 1. ce. p̄. 4. co. p̄. 4. Y porque eſte quadrado excede al otro en 10, daremos por tanto 10 al 1 cenſo, y ternemos 1 ce. p̄. 10. yguales a 1 ce. p̄. 4. co. p̄. 4. ygualemos ſacando lo ſuperfluo, que es 1. ce. y el numero 4, y quedaran 4 co. yguales a 6, que es conjugacion ſimple. Partiremos luego 6 por 4, y verna $1\frac{1}{2}$ por valor dela coſa, y tanto ſera el primero numero, y ſera por tanto el ſegundo $3\frac{1}{2}$, cuyos quadrados ſon $2\frac{1}{4}$, y $12\frac{1}{4}$, la differencia delos quales es el numero 10.

5. Partamos 20 en tales dos partes q̃ partiendo la mayor por la menor, el quociente ſea 20. Pornemos la menor parte ſer 1 co. y ſera luego la mayor 20. m̃. 1. co. Partiremos 20. m̃. 1. co. por 1. co. y vernan en la particion $\frac{20}{1.co.}$ m̃. 1. que ſeran yguales a 20. Agora ygualaremos reſtaurando lo diminuto, y haremos $\frac{20}{1.co.}$ yguales a 21, acabaremos la ygualacion multiplicando en ✠, y reſultaran finalmente 21 co. yguales a 20, que es ſimple conjugacion. Partiremos por tanto 20 por 21, y vernã $\frac{20}{21}$, y tanto ſera el valor de 1 co. q̃ es la parte menor, y la mayor ſera lo que queda de 20. ſ. $19\frac{1}{21}$.

6. Buſquemos vn numero q̃ ſacandole los ſus $\frac{3}{7}$, y multiplicando lo que quedare por $5\frac{1}{4}$, hagamos tanto como ſi al miſmo numero añadieſemos los miſmos $5\frac{1}{4}$. Pornemos el numero que buſcamos ſer 1 co. dela qual ſacaremos los $\frac{3}{7}$, y

que-

quedaran $\frac{4}{7}$. Agora multiplicaremos estos $\frac{4}{7}$ por 5 $\frac{1}{4}$, y haran puntualmente 3 co. Daremos 5 $\frac{1}{4}$ a la 1 co. y haremos 1 co. p̃. 5 $\frac{1}{4}$. Ygualaremos sacando lo superfluo que es 1 co. y quedaran finalmente 5 $\frac{1}{4}$, yguales a 2 co. que es simple conjugacion. Partiremos luego 5 $\frac{1}{4}$ por 2, y vernan en la particion 2 $\frac{5}{8}$, que sera el valor dela cosa. Sera por tanto el numero que buscauamos 2 $\frac{5}{8}$, y la experiencia assi lo dize, porque los $\frac{4}{7}$ que del quedan sacando le los $\frac{3}{7}$, valen 1 $\frac{1}{2}$, y 1 $\frac{1}{2}$ multiplicados por 5 $\frac{1}{4}$, hazen 7 $\frac{7}{8}$, y otro tanto haremos juntando 5 $\frac{1}{4}$ con 2 $\frac{5}{8}$.

7. Partamos 30 en tales dos partes que la menor sea $\frac{3}{5}$ dela mayor y mas 4. Pornemos la mayor parte ser 1. co. y sera luego la menor $\frac{3}{5}$ de 1. co. p̃. 4. juntaremos estas partes y haremos 1 co. $\frac{3}{5}$ p̃. 4, que seran yguales a 30. Agora ygualaremos sacādo lo superfluo, y quedarā 26 yguales a 1 co. $\frac{3}{5}$, que es simple conjugaciō. Partiremos por tanto 26 por 1 $\frac{3}{5}$, y vernan 16 $\frac{1}{4}$ por valor dela cosa, y tanto sera la parte mayor, y lo que resta de 30, que es 13 $\frac{3}{4}$, sera la parte menor. Y la prueua assi lo muestra, porque los $\frac{3}{5}$ de 16 $\frac{1}{4}$, son 9 $\frac{3}{4}$, que con 4 hazen 13 $\frac{3}{4}$.

8. Busquemos dos numeros en proporcion dupla, que multiplicando vno por otro, hagan 10. Pornemos el menor ser 1. co. y sera luego el mayor 2 co. Multiplicaremos 1 co. por 2 co. y haran 2 ce. que seran yguales a 10, y es simple conjugacion. Partiremos por tanto 10 por 2, y vernan 5 por valor del censo, y la cosa sera R. 5. y tanto sera el primero numero, y porque el segundo es el duplo, multiplicaremos R. 5. por 2, y haran R. 20.

que

que ſera el ſegundo, y la experiencia aſſi lo dize, porq̃ R.20. multiplicada por R.5. haze R.100. q̃ es 10.

9. Tenemos eſtos dos numeros 18. y 15. en proporcion ſeſquiquinta, los quales queremos tanto diminuir ygualmente, haſta quedaren en proporcion ſeſquialtera, y queremos ſaber quãto ſea lo q̃ les auemos de quitar. Diremos aſſi, por quanto los numeros 18 y 15, deſpues de ygualmente diminuidos han de quedar en proporcion ſeſquialtera, pornemos que el menor quede en 1 co. y el mayor quedara luego en 1. co. $\frac{1}{2}$, ſacaremos de los 18. 1. co. $\frac{1}{2}$, y quedaran 18. m̃. 1. co. $\frac{1}{2}$, y tanto ſera lo que ſe diminuyo 18, para quedar en 1. co. $\frac{1}{2}$, y ſacaremos delos 15. 1. co. y quedaran 15. m̃. 1. co. y tanto ſera lo que ſe diminuyo 15, para quedar en 1. co. y porque 18 y 15 ſon ygualmente diminuydos, yguales ſeran por tanto 18. m̃. 1. co. $\frac{1}{2}$, y 15. m̃. 1 co. y acabando la ygualacion, ternemos 3 yguales a $\frac{1}{2}$ co. que es ſimple conjugacion. Partiremos 3 por $\frac{1}{2}$, y vernan 6 por valor dela coſa, y en tanto quedaran los 15, y ſera luego 9, lo que ſe quito de los 15, y por eſta cauſa los 18 quedarã en 9, y quedaran los 9, y los 15 en proporcion ſeſquialtera. La obra es facil, y el vſo es grande en la materia de proporciones. Y ſabe, que abatiendo los numeros ygualmente creſce la proporcion, y creciendo ygualmẽte, ſe diminuye, y traemos eſto a la memoria, para q̃ no pongamos caſos impoſſibles.

10. A eſtos dos numeros 3 y 2, q̃ eſtan en proporcion ſeſquialtera, ſe añadieron otros dos que eſtan en ꝑporcion quincupla el vno con el otro, y deſpues de aſſi ſer acrecentados, quedo el vno duplo del otro, y queremos ſaber que numeros

ſon

ſon los que ſe dieron a los primeros, que ſon 3 y 2, para que ſepamos los que reſultaron que valor tienen. Diremos aſſi, lo q̃ ſe dio al menor ſea 1.co. y reſultara 2.p̃.1.co. y lo que ſe dio al mayor ſera 5.co. y reſultara 3.p̃.5.co. y ſera luego 3.p̃.5.co. el duplo de 2.p̃.1.co. Multiplicaremos 2.p̃.1.co. por 2, y hara 4.p̃.2.co. que ſeran yguales a 3.p̃.5.co. Ygualaremos, y quedaran 3.co. yguales a la vnidad, que es conjugaciõ ſimple, y partiendo 1 por 3, verna $\frac{1}{3}$ por valor dela coſa, y porque el numero 3 creſcio por 5 co. reſultara 4 $\frac{2}{3}$, y porque el numero 2 creſcio por 1.co. reſultara luego 2 $\frac{1}{3}$, y manifieſto es, que 4 $\frac{2}{3}$ es duplo de 2 $\frac{1}{3}$.

11. Buſquemos dos numeros en proporcion dupla, que la multiplicacion del vno por el otro, y los quadrados de ambos, todo junto ſea 70. Pornemos el menor ſer 1. co. y el mayor dos co. y multiplicando 1.co. por 2.co. haremos 2.ce. y el quadrado de 1.co. ſera 1.ce. y el de dos co. ſera 4 ce. y todo junto ſera 7.ce. que ſeran yguales a 70, que es conjugacion ſimple. Partiremos por tanto 70 por 7, y vernan 10, cuya raiz ſera el valor de 1.co. y tanto ſera el menor numero, y ſera luego el mayor dos raizes de 10, que es R.40.

12. Partamos 10 en tales dos partes q̃ lo q̃ ſe haze, multiplicando la vna por la otra, ſea quadruplo del quadrado de la menor parte. Pornemos la parte menor ſer 1.co. y ſera luego la mayor 10.m̃.1.co. y lo q̃ ſe haze multiplicando la menor por la mayor ſera 10.co.m̃.1.ce. y el quadrado dela menor, ſera 1.ce. q̃ ha de ſer la quarta parte de 10.co. m̃.1.ce. y ſeran por tanto yguales 4.ce. y 10.co.m̃. 1.ce. Ygualaremos reſtaurando lo diminuto,

y ternemos 5.ce. yguales a 10.co.q̃ es simple conjugacion. Partiremos 10.por 5,y vernan 2 por valor dela cosa, y tanto sera la menor parte, y sera la mayor 8.

13. Busquemos vn numero que siendo multiplicado por si,y el producto por 6,haga dos vezes tanto como multiplicado por si,y el ꝓducto por si,que sera el cubo del mismo numero. Pornemos este tal numero ser 1.co. y multiplicado por si,hara 1.ce.y este ce.por 6,hara 6.ce.y estos 6 ce. seran yguales a 2 cubos,que es simple conjugacion. Partiremos por tanto 6 por 2,y vernan 3 por valor dela cosa. Y esto se prueua por la 7 Regla del cap.3.desta 3 parte. Assi que el numero q̃ buscauamos sera 3.

14. Partamos 20 en tales dos partes,q̃ la vna dellas multiplicada por 4,haga p̃ 5,q̃ la otra multiplicada por 6. Pornemos la primera parte ser 1 co. y sera luego la otra 20.m̃.1.co.multiplicaremos 1. co.por 4,y haran 4.co.y multiplicaremos 20.m̃.1. co.por 6,y haran 120.m̃.6.co. y porq̃ esta multiplicacion haze m̃.5.q̃ la primera, añadirle emos 5,y haremos 125.m̃.6.co. que será yguales a 4.co. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y ternemos 125,yguales a 10.co.q̃ es simple conjugacion. Partiremos por tanto 125 por 10,y verná 12 $\frac{1}{2}$ por valor de 1. co. y tanto sera la vna parte de 20, y sera luego la otra 7 $\frac{1}{2}$.

15. Partamos 20 en tales dos partes que la vna dellas siendo multiplicada por 4, haga el triplo delo que la otra haze siendo multiplicada por 5. Pornemos la primera parte ser 1.co.y la otra sera 20.m̃.1.co. Multiplicaremos 1.co.por 4, y hara

4.co.

4.co.y multiplicaremos 20.m̃.1.co.por 5,y haran 100.m̃.5.co. Y porq̃ por la primera multiplicacion se hizo el triplo desta,multiplicaremos por tanto por 3 estos 100.m̃.5.co.y haremos 300.m̃.15.co. q̃ seran yguales a 4.co. Ygualemos restaurando lo diminuto,y ternemos 19.co.yguales a 300.que es simple conjugacion. Partiremos 300.por 19.y vernan 15 $\frac{15}{19}$ por valor dela co.y tanto sera la primera parte,y sera luego la otra 4 $\frac{4}{19}$.

16. Partamos 20 en tales dos partes,q̃ siendo la vna partida por 4,venga tres vezes tanto como la otra,siendo partida por 5.Pornemos la primera parte ser 1.co. y sera luego la otra 20.m̃.1. co.patiremos 1.co por 4,y verna $\frac{1}{4}$ de 1.co.y partamos 20.m̃.1.co. por 5, y verna 4. m̃. $\frac{1}{5}$ de co. y porque el primero quociente es tres vezes mayor que este segũdo,multiplicaremos 4.m̃ $\frac{1}{5}$ co. por 3, y haremos 12. m̃. $\frac{3}{5}$ co. que seran yguales a $\frac{1}{4}$ co. Ygualemos restaurando lo diminuto,y ternemos 12 yguales a $\frac{3}{5}$ co. y $\frac{1}{4}$ co. que son $\frac{17}{20}$ co. q̃ es simple conjugacion. Partiremos por tanto 12 por $\frac{17}{20}$, y vernã 14 $\frac{2}{17}$ por valor dela cosa,y tanto sera la primera parte de 20, y sera luego la otra lo que queda de 20,que es 5 $\frac{15}{17}$.

17. Busquemos tres numeros en cõtinua proporcion sesquialtera, y que sean tales,que multiplicando el primero por el segundo, hagamos ygual numero,o la mitad,o diez vezes mas de lo que es el tercero,o en otra qualquier proporciõ que nos fuere pedida . Pornemos el menor ser 2 co. y sera luego el segundo 3 co. y el tercero sera 4.co.$\frac{1}{2}$. Multiplicaremos 2 co. por 3.co. y haran 6.ce. Agora si queremos que esto sea ygual al tercero

cero,diremos aſſi: 6 ce.ſon yguales a 4.co.$\frac{1}{2}$, partiremos luego 4 $\frac{1}{2}$ por 6, y vernan $\frac{9}{12}$, que ſon $\frac{3}{4}$ por valor de 1 co. y porq puſimos el menor numero ſer 2.co.ſera por eſta cauſa 1 $\frac{1}{2}$,y el ſegundo 3 vezes $\frac{3}{4}$,que ſon 2 $\frac{1}{4}$, y el tercero ſera lo que ſe haze multiplicando 4 $\frac{1}{2}$ por $\frac{3}{4}$, que es el valor de 1.co.y ſera por eſta cauſa 3 $\frac{3}{8}$. Los quales nũeros van continuados en proporcion ſeſquialtera, y tienen las condiciones ſobredichas:porq̃ ſi multiplicaremos 1$\frac{1}{2}$ por 2$\frac{1}{4}$,haremos 3$\frac{3}{8}$,q̃ es el tercero numero.Pero ſi q̃remos q̃ lo q̃ ſe haze multiplicãdo el primero por el ſegũdo,ſea la mitad de tercero numero,por quanto por eſa multiplicacion ſe hazen 6 ce. y el tercero es 4 co.$\frac{1}{2}$,yguales ſeran por tanto 12.ce.a 4.co.$\frac{1}{2}$.Partiremos por tãto 4$\frac{1}{2}$ por 12,y vernan $\frac{9}{24}$ q̃ ſon $\frac{3}{8}$, y tãto ſera el valor de 1.co.y ſera luego el primero numero $\frac{3}{8}$,multiplicado por 2,q̃ es $\frac{3}{4}$, y el ſegundo ſera 3 vezes $\frac{3}{8}$ q es 1$\frac{1}{8}$, y el tercero ſera $\frac{3}{8}$, multiplicados por 4 $\frac{1}{2}$ que ſon 1 $\frac{11}{16}$,y manifieſto es que multiplicando el primero por el ſegundo,haran la mitad del tercero, como ſe pide,porque $\frac{3}{4}$ por 1 $\frac{1}{8}$,hazen $\frac{27}{32}$,que es la mitad de 1 $\frac{11}{16}$, y conforme a eſto obraremos,ſi nos fuere pedido,que la multiplicacion del primero por el ſegundo,haga el duplo,o triplo,del tercero, o en qualquier otra proporciõ que nos fuere ſeñalada . Porque ſi nos pidieren que eſſo q̃ ſe haze por eſſa tal multiplicacion ſea diez vezes mas que el tercero numero,multiplicaremos 4.co.$\frac{1}{2}$ por 10,y haran 45.co. que ſeran yguales a 6. ce. partiremos por tanto 45 por 6, y vernan 7 $\frac{1}{2}$ por valor de 1.co. y ſera luego el primero numero 15. porque puſimos ſer 2.co. y el ſegundo

ſera

ſera 22 $\frac{1}{2}$, y el tercero 33 $\frac{3}{4}$.

18. Partamos 20 en tales tres partes, que ſiendo la primera multiplicada por 2, y la ſegũda por 4, y la tercera por 8, reſulten numeros en proporcion tripla. Pornemos el primero numero q̃ ſea el menor 1.co. el qual multiplicado por 2, hara 2 co. y el triplo de 2 co. ſera 6.co. y porque el ſegundo multiplicado por 4, ha de ſer 6.co. para ſer triplo de 2.co. partiremos por tanto 6.co. por 4. y verna 1.co. $\frac{1}{2}$, que ſera la ſegunda parte de 20. Y porque la tercera parte deſpues que fuere multiplicada por 8, ha de ſer tripla dela ſegunda multiplicada por 4, y la ſegunda parte multiplicada por 4, haze 6.co. ſera luego la tercera 18.co. deſpues q̃ fuere multiplicada por 8, partiremos por tanto 18.co por 8, y vernan 2.co. $\frac{1}{4}$, y tanto ſera la tercera parte. Es luego la primera parte de 20 vna coſa, y la ſegunda 1.co. $\frac{1}{2}$, y la tercera 2.co. $\frac{1}{4}$, y ſi multiplicamos la primera por 2, hazemos 2 co. y la ſegunda por 4, haze 6.co. y la tercera por 8, haze 18.co. y quedan aſsi en proporcion tripla. Y para ſabermos el numero que valen las partes cada vna por ſi, juntaremos en vna sũma 1.co. y 1.co. $\frac{1}{2}$, y 2.co. $\frac{1}{4}$, y haran 4.co. $\frac{3}{4}$, que ſeran yguales a 20. Partiremos por tanto 20, por 4 $\frac{3}{4}$, y vernan 4 $\frac{4}{19}$ por valor de 1.co. y tanto ſera la primera parte, y ſera la ſegunda lo que ſe haze multiplicando 4 $\frac{4}{19}$ por 1 $\frac{1}{2}$, que es 6 $\frac{6}{19}$, y la tercera ſera lo que ſe haze multiplicando 4 $\frac{4}{19}$ por 2 $\frac{1}{4}$, que es 9 $\frac{9}{19}$, y todo junto haze 20, y tienen las condiciones ſobredichas.

19. Partamos 20 en tales tres partes, que tanto haga la primera multiplicada por 2, como la ſe-

gunda por 3, y que tanto la segũda multiplicada por 4, como la tercera por 5. Pornemos la primera parte ser 1 co. la qual multiplicada por 2, hara 2.co. y porque estas 2.co. se hazen tambien por la multiplicacion de la segunda parte por 3, partiremos por tanto las 2.co. por 3, y vernan $\frac{2}{3}$ co. y tanto sera la segunda parte, porque $\frac{2}{3}$ co. por 3, hazen 2.co. Agora multiplicaremos estos $\frac{2}{3}$ co. que es la segunda parte por 4, y haran 2.co. $\frac{2}{3}$. y porq̃ esto ha de ser ygual a lo que se haze multiplicando la tercera parte por 5, partiremos 2.co. $\frac{2}{3}$ por 5, y vernan $\frac{8}{15}$ co. y tanto sera la tercera parte. Agora juntaremos todas estas partes, y haran 2 co. $\frac{1}{5}$, que seran yguales a 20, que es simple conjugacion. Partiremos por tanto 20 por 2$\frac{1}{5}$, y vernan 9 $\frac{1}{11}$ por valor de 1.co.q̃ sera la primera parte, y la segunda sera $\frac{2}{3}$ desto, que son 6 $\frac{2}{33}$, y la tercera sera 4 $\frac{28}{33}$.

20. Partamos 100 en tales tres partes, q̃ siendo la primera partida por 3, y la segunda multiplicada por 4, y la tercera partida por 5, resulten quantidades yguales. Pornemos la primera parte ser 1.co. partamos la por 3, y verna $\frac{1}{3}$ co. y por que la segunda parte siendo multiplicada por 4, ha de hazer tanto como es lo que vino partiendo la primera por 3, y lo que vino fue $\frac{1}{3}$ co. partiremos por esta causa $\frac{1}{3}$ co. por 4, y verna $\frac{1}{12}$ co. y esto diremos que es la segunda parte, porque multiplicando $\frac{1}{12}$ co. por 4, hara $\frac{1}{3}$ co. Y porque la tercera parte siendo partida por 5, es necessario que venga $\frac{1}{3}$ co. multiplicaremos por tanto $\frac{1}{3}$ co. por 5, y haremos 1 co. $\frac{2}{3}$, y esto diremos que es la tercera parte, porq̃ partiendo 1.co. $\frac{2}{3}$ por 5,

ver-

verna $\frac{2}{3}$.co.juntaremos pues todas estas tres partes en vna sũma, y haran 2.co. $\frac{3}{4}$, las quales han de ser yguales a 100. Partiremos por tanto 100 por 2 $\frac{3}{4}$, y sera el quociente 36 $\frac{4}{11}$, y tanto sera el valor dela co. que es la primera parte. Y porque siendo la primera parte 1.co. es la segunda $\frac{1}{12}$ co. partiremos 36 $\frac{4}{11}$ por 12, y vernan 3 $\frac{4}{132}$ que sera la segunda parte. Y porque siendo la primera parte 1.co. es la tercera 1.co. $\frac{2}{3}$, multiplicaremos 36 $\frac{4}{11}$ por 1 $\frac{2}{3}$, y vernan 60 $\frac{20}{33}$. que sera la tercera parte y todas juntas hazen 100, y tienen las condiciones sobredichas. Y assi como pusimos para partir el numero 100, podremos ꝓponer qualquier otro numero: porque assi como partimos 100 por 2 $\frac{3}{4}$, y dezimos que el quociente es valor dela cosa, q̃ es la primera parte de 100, assi tambien si en lugar de 100 pusieremos 22, para partir en tres partes con las condiciones sobredichas, partiremos ese numero 22 por 2 $\frac{3}{4}$, y vernan 8 por valor dela cosa, q̃ sera la primera parte, y partiremos estos 8 por 12. y vernan $\frac{2}{3}$ q̃ sera la segunda parte, y multiplicaremos 8 por 1 $\frac{2}{3}$, y haremos 13 $\frac{1}{3}$, que sera la tercera parte: y todas tres partes juntas, son 22, y manifiesto es que tanto viene partiendo 8 por 3, como multiplicando $\frac{2}{3}$ por 4, y como partiendo 13 $\frac{1}{3}$ por 5, porque siempre resultan 2 $\frac{2}{3}$.

21. Partamos 100 en tales tres partes, que tanto venga partiendo la primera por 2, como la segunda por 3, y como la tercera por 4 Pornemos la primera parte ser 1.co. la qual partiẽdo por 2, verna $\frac{1}{2}$ co. y multiplicaremos $\frac{1}{2}$ co por 3, y haremos 1.co. $\frac{1}{2}$, que sera la segunda parte, y multiplicaremos $\frac{1}{2}$ co. por 4, y haremos 2 co. que sera la

tercera parte. Y juntaremos luego todas eſtas tres partes, y haremos 4. co. $\frac{1}{2}$, q̄ ſeran yguales a 100. Partiremos por tanto 100 por 4 $\frac{1}{2}$, y vernã 22 $\frac{2}{9}$, q̄ ſeran el valor de la coſa, y es eſe numero la primera parte de 100. Multiplicaremos 22 $\frac{2}{9}$ por 1 $\frac{1}{2}$, y haremos 33 $\frac{3}{9}$, q̄ ſon $\frac{1}{3}$, y tanto ſera la ſegunda parte, y multiplicaremos 22 $\frac{2}{9}$ por 2, y haremos 44 $\frac{4}{9}$, q̄ ſeran la tercera parte, y todas tres juntas hazen 100, con las condiciones ſobredichas.

22. Partamos 100 en tales tres partes, que partiendo la primera por 4, y la ſegunda por 5, y la tercera por 6, reſulten los tres quociẽtes en proporcion tripla. Pornemos la primera parte ſer. 1. co. que partida por 4, verna $\frac{1}{4}$ co. y porq̄ el quociente dela ſegunda ha de ſer triplo a eſte, multiplicaremos por tanto $\frac{1}{4}$ co. por 3, y haremos $\frac{3}{4}$ co. y eſtos $\frac{3}{4}$ co. multiplicaremos por 5, y haremos 3. co. $\frac{3}{4}$, que ſera la ſegunda parte, y porque el quociẽte dela tercera ha de ſer triplo del quociente dela ſegunda, multiplicaremos $\frac{3}{4}$ co. por 3, y haremos 2. co. $\frac{1}{4}$, y eſtas 2 co. $\frac{1}{4}$, multiplicaremos por 6, y haremos 13. co. $\frac{1}{2}$, que ſera la tercera parte. Agora juntaremos todas tres partes, y haremos 18. co. $\frac{1}{4}$, que ſeran yguales a 100, q̄ es conjugaciõ ſimple. Partiremos por tanto 100 por 18 $\frac{1}{4}$, y vernan 5 $\frac{35}{73}$, que ſera el valor dela coſa y la primera parte. Y multiplicaremos eſtos 5 $\frac{35}{73}$ por 3 $\frac{3}{4}$, y haremos 20 $\frac{160}{292}$. que ſera la ſegunda parte. Y multiplicaremos 5 $\frac{35}{73}$ por 13 $\frac{1}{2}$, y haremos 73 $\frac{142}{146}$ que ſera la tercera parte, y todas tres partes juntas hazen 100 con las ſobredichas condiciones.

23. Partir 10 en tales dos partes, que quanto el miſmo 10 excede la parte mayor, tanto la mayor

yor exceda la menor, que es ser ordenadas con el todo en proporcion Arithmetica. Pornemos la parte menor ser 1.co. y sera luego la mayor 10.m̃. 1.co. y la differencia entre 10, y la parte mayor sera 1.co. y la differencia entre la mayor y menor, sera 10.m̃.2.co. que seran yguales, y restaurãdo lo diminuto, ternemos 10 yguales a 3.co. que es simple conjugacion. Partiremos pues 10. por 3. y vernan $3\frac{1}{3}$ por valor dela cosa, que sera la parte menor, y sera luego la mayor lo que queda de 10, q̃ es $6\frac{2}{3}$, y seran ordenados en proporcion Arithmetica 10. $6\frac{2}{3}$, y $3\frac{1}{3}$.

24. Busquemos dos numeros en proporcion dupla, q̃ el quarto del menor multiplicado por el tercio del mayor hagan 20. Pornemos el menor ser 1.co. y el mayor 2.co. y multiplicaremos por tanto $\frac{1}{4}$ co. por $\frac{1}{3}$2.co. o por $\frac{2}{3}$ co. que es lo mismo, y haran $\frac{2}{12}$ ce. que abreuiado es $\frac{1}{6}$ ce. y sera luego $\frac{1}{6}$ ce. ygual a 20, q̃ es simple conjugaciõ. Partiremos 20 por $\frac{1}{6}$, y vernan 120. cuya raiz sera el valor de 1.co y tanto sera el menor numero, y porque los dos numeros han de quedar en proporcion dupla, multiplicaremos R.120. por 2. y hara R.480. y tanto sera el segundo numero. Y manifiesto es q̃ $\frac{1}{4}$ de la raiz de 120, es R.$7\frac{1}{2}$, y el tercio de R.480. es R.$53\frac{1}{3}$, y multiplicando R. $7\frac{1}{2}$, por R $53\frac{1}{3}$, haze R.400. la qual es 20.

25. Busquemos vn numero que siendo multiplicado por 4, y por el producto siendo partido 30, sea el quociente sesquialtero al mismo numero. Pornemos este tal numero ser 1.co. y multiplicado por 4, hara 4.co. partiremos 30 por 4.co. y sera el quociente $\frac{30}{4.co.}$, que terna proporcion

ſeſquialtera para 1. co. y porq̃ el ſeſquialtero de 1.co. es 1.coſa y media, yguales ſeran luego $\frac{30}{4.co.}$ y 1.co y media. Ygualando quedará 6 ce. yguales a 30,que es ſimple conjugacion. Partiremos por tanto 30 por 6,y vernan 5,cuya raiz ſera el valor dela coſa,que es el numero que buſcauamos. Y la experiencia aſſi lo dize,porque R.5.multiplicada por 4, haze R.80. y partiendo 30 por R 80, viene en la particion R 11 $\frac{1}{4}$, la qual es ſeſquialtera a la raiz de 5,porque R 5 ſiendo multiplicada por 1 $\frac{1}{2}$. haze R 11 $\frac{1}{4}$.

26. Buſquemos 3 numeros ordenados en continua proporcion ſeſquialtera,y q̃ ſiendo el primero multiplicado por el ſegũdo,y el producto por el tercero, haga 12. Pornemos el primero y menor numero delos 3 ſer 1.co.y ſera luego el ſegundo 1.co.$\frac{1}{2}$, y ſera el tercero 2.co. $\frac{1}{4}$, porq̃ aſſi quedan en continua proporcion ſeſquialtera. Agora multiplicaremos 1 co. por 1.co. $\frac{1}{2}$, y haran 1. ce. $\frac{1}{2}$, y eſte 1. ce. $\frac{1}{2}$ multiplicaremos por 2.co.$\frac{1}{4}$, y haran 3.cu.$\frac{3}{8}$, que ſeran yguales a 12,que es ſimple conjugaciõ y la primera del cap.3.deſta tercera parte. Partiremos por tanto 12 por 3 $\frac{3}{8}$, y vernã 3 $\frac{15}{27}$,q̃ abreuiados ſon $\frac{5}{9}$,y ſera luego el valor dela coſa,q̃ es el primero numero,raiz cubica de 3 $\frac{5}{9}$. Y para ſabermos qual es el ſegundo,multiplicaremos R cu. 3 $\frac{5}{9}$ por 1 $\frac{1}{2}$ ,y haremos raiz cubica de 12,y tanto ſera el ſegundo,y multiplicaremos R cu.12 por 1 $\frac{1}{2}$,y haremos R cu. 40 $\frac{1}{2}$,y tanto ſera el tercero. Y quedaran todos tres en continua proporcion ſeſquialtera. Y q̃ la multiplicacion del primero por el ſegundo,y del producto por el tercero haga 12, es manifieſto, porq̃ R cu.

3

3 $\frac{5}{9}$ multiplicada por R cu. 12, haze R cu. 42 $\frac{2}{3}$, y esta multiplicada por R cu. 40 $\frac{1}{2}$, haze R cu. 1728, la qual es 12.

27. Busquemos vn numero que siendo multiplicado por la su raiz quadrada haga 4. Pornemos este numero ser 1 ce. el qual siendo multiplicado por 1 co. que es la su raiz quadrada, hara 1 cu que sera ygual a 4. y es simple conjugacion. Partiremos por tanto 4. por 1. conforme ala primera regla del Cap. 3. desta. 3. parte, y verna raiz cubica de 4, por valor dela cosa: y porque pusimos el numero que buscamos ser 1 ce., y la cosa multiplicada por si, haze 1 ce. multiplicaremos por esta causa R. cu. 4. por si, y hara R. cu. 16. y este sera el numero que multiplicado por su raiz quadrada, haze 4. y la prueua assi lo dize, porque R. cu. 16. multiplicada por R. cu. 4. haze R. cu. 64. la qual es 4.

28. Busquemos vn numero q̃ la su raiz quadrada tenga proporcion sesquialtera para la su raiz cubica. Pornemos ese tal numero ser 1 ce. cu. y sera luego la su raiz quadrada 1 cu. y la su raiz cubica sera 1 ce. Esto se ve claramente ser assi, por la multiplicacion delas dignidades, q̃ 1 cu. multiplicado por si, haze 1 ce. cu. y 1 ce. por si, haze 1 ce. ce. y este 1 ce. ce. multiplicado por 1 ce. haze 1 ce. cu. y queda por esta causa 1 ce. por raiz cubica de 1 ce. cu. Y porq̃ el caso demanda, que la raiz quadrada tenga proporcion sesquialtera con la raiz cubica, sera luego 1. ce. y medio ygual a vn cubo. Partiremos 1 $\frac{1}{2}$ por 1, y verna 1 $\frac{1}{2}$, por valor dela cosa, cõforme a la 7. Regla del cap. 3 desta tercera parte, y conforme a ese valor de cosa, sera 1. ce. cu.

11$\frac{25}{64}$, y por tanto raiz quadrada de 11$\frac{25}{64}$, la qual es 3$\frac{3}{8}$, terna proporcion sesquialtera para 2$\frac{1}{4}$, que es raiz cubica delos mismos 11$\frac{25}{64}$.

29. Partamos 10 en tales dos partes, q̃ tanto exceda el quadrado de la parte mayor al quadrado dela menor, quãto el quadrado del mismo numero 10 excede al quadrado dela parte mayor. Pornemos la parte mayor ser 1.co. y sera luego la menor 10 m̃.1.co. y el quadrado de 10, sera 100, y el de la parte mayor sera 1.ce. y el dela parte menor sera 100.p̃.1.ce.m̃.20.co. y el excesso de 100, sobre el 1.ce. sera 100.m̃.1.ce. y el excesso de 1.ce. sobre el quadrado de la parte menor, sera 20.co. m̃.100. los quales excessos han de ser yguales, y restaurando lo diminuto en entrambos los extremos, resultaran 20.co. p̃.1 ce. yguales a 200, q̃ es la primera de las cõpuestas, y obrãdo por la Regla sera el valor de la cosa R 300. m̃.10, y tanto es la parte mayor, la qual sacaremos de 10, y quedaran 20. m̃. R 300. por parte menor. El quadrado de 10 es 100, y el de R 300.m̃.10, es 400.m̃. R 120000, y el de 20.m̃. R 300. sera 700.m̃.R 480000. y cada vna delas differencias sera R 120000.m̃.300.

30. Busquemos dos numeros q̃ multiplicando el vno por el otro sea el producto sesquialtero al vno, y sesquitercio al otro. Pornemos el producto ser 1.co. y porque ha de ser sesquialtero al vno y sesquitercio al otro, sera luego el vno $\frac{2}{3}$ dela cosa, y el otro sera $\frac{3}{4}$ dela misma cosa, es la razon que toda quantidad tiene con los dos tercios proporcion sesquialtera, y con los $\frac{3}{4}$ proporciõ sesquitercia. Multiplicaremos por tanto $\frac{2}{3}$ co. por $\frac{3}{4}$ co. y haran $\frac{1}{2}$ ce. y este $\frac{1}{2}$ ce. sera ygual a 1.co.

por-

porque pusimos el producto ser 1.co. Partiremos 1. por $\frac{1}{2}$, y vernan 2 por valor de la cosa, y tanto es el producto, y porque el vno delos dos numeros es $\frac{2}{3}$ dela cosa, sera luego 1 $\frac{1}{3}$, y porque el otro es $\frac{3}{4}$ dela misma cosa, sera por esta cuenta 1 $\frac{1}{2}$.

31. Partamos 60 en 6 partes, que vayan procediendo por 3 de differencia. De manera que la segunda exceda a la primera en 3, y la tercera a la segũda por 3, y la quarta exceda a la tercera por 3, y assi por el mismo excesso las otras. Pornemos la primera parte ser 1.co. y sera luego la segunda 1. co. p̃.3. y la tercera 1.co p̃.6. y la quarta 1.co.p̃. 9. y la quinta 1.co. p̃.12. y la sexta 1 co.p̃.15. juntaremos todas, y seran 6.co.p̃.45. que seran yguales a 60. Ygualaremos sacãdo lo superfluo que es 45, y quedaran finalmente 6.co. yguales a 15, que es conjugaciõ simple. Partiremos 15 por 6, y vernan 2 $\frac{1}{2}$ por valor dela cosa, q̃ sera la primera parte, y sera la segunda 5 $\frac{1}{2}$, y la tercera 8 $\frac{1}{2}$, y la quarta 11 $\frac{1}{2}$, y la quinta 14 $\frac{1}{2}$, y la sexta 17 $\frac{1}{2}$, y todas juntas hazen 60.

32. Tenemos este numero 60 partido en 6 partes, que van procediendo por yguales differencias, y la primera parte es 5, y queremos saber quales son las otras partes. Pornemos la differencia ser 1.co. y sera luego la segunda parte 5.p̃. 1.co. y la tercera sera 5.p̃ 2.co. y la quarta 5.p̃.3.co. y la quinta sera 5.p̃.4.co. y la sexta 5.p̃.5.co. juntaremos en vna sũma todas las seis partes, y haran 30.p̃.15.co que seran yguales a 60. Ygualaremos sacando lo superfluo, que es el numero 30, y quedaran 15.co. yguales a 30, que es simple conjugacion. Partiremos 30 por 15, y vernã 2 por valor dela

dela cosa,y tanto sera differẽcia. Por lo qual siendo la primera parte 5, sera la segunda 7, y la tercera 9, la quarta 11, la quinta 13, y la sexta 15, y todas juntas hazen 60.

33. Partamos 12 en tales dos partes, que la primera con $\frac{1}{3}$ de la segunda haga 7. Pornemos la primera parte ser 1.co. y sera luego la segunda 12 m̃.1.co. y desta segunda sera la tercia parte 4.m̃.$\frac{1}{3}$ co. y esto juntaremos con 1.co. y haremos 1.co.p̃ 4.m̃.$\frac{1}{3}$ co. que seran yguales a 7. Ygualaremos sacando lo superfluo, y restaurando lo diminuto, y resultaran finalmente $\frac{2}{3}$ co. yguales a 3. Partamos 3 por $\frac{2}{3}$, y vernan 4 $\frac{1}{2}$ por valor dela cosa, y tanto sera la primera parte, y sera luego la segunda lo que falta para 12, que es 7 $\frac{1}{2}$. Y manifiesto es q̃ 4 $\frac{1}{2}$ con 2 $\frac{1}{2}$, que son el tercio de 7 $\frac{1}{2}$, hazen 7.

34. Partamos 12 en tales dos partes q̃ la primera cõ $\frac{1}{6}$ dela segũda haga tanto como la segunda cõ $\frac{1}{5}$ dela primera. Pornemos la primera parte ser 1.co. y sera luego la segunda 12 m̃.1.co. tomemos lo sexto de 12.m̃.1.co. q̃ es 2.m̃.$\frac{1}{6}$ co. y juntemos lo cõ 1.co. y hará 1.co.p̃.2.m̃.$\frac{1}{6}$ co. y juntemos $\frac{1}{5}$ de cosa cõ 12.m̃.1.co. y hará 12.m̃ 1.co.p̃.$\frac{1}{5}$ de co. Y seran por tanto yguales 1.co. p̃.2.m̃. $\frac{1}{6}$ co. y 12. m̃.1.co p̃.$\frac{1}{5}$ co. Ygualaremos sacando el numero 2 de entrambas estas quãtidades, y quedaran yguales 1.co.m̃.$\frac{1}{6}$ de cosa, q̃ es $\frac{5}{6}$ co. y 10.m̃.1.co.p̃.$\frac{1}{5}$ co. y restaurando el defecto que es m̃.1.co. quedaran yguales 1. co. y $\frac{5}{6}$ co. con 10.p̃.$\frac{1}{5}$ co. y sacando finalmente lo superfluo, que es $\frac{1}{5}$ co. quedara el numero 10. ygual a 1.co. y $\frac{19}{30}$ de cosa, que es simple conjugacion. Partiremos por tanto 10. por 1 $\frac{19}{30}$, y vernan 6 $\frac{6}{49}$, por valor dela cosa, y tanto sera

ra la primera parte,y la otra ſera lo que queda de 12, que es 5 $\frac{41}{49}$.

35. Buſquemos dos numeros,que el primero con $\frac{1}{5}$ del ſegundo haga 8,y el ſegundo con $\frac{1}{6}$ del primero haga 11. Pornemos el primero ſer 1.co. y ſera luego el ſegundo 11.m̃.$\frac{1}{6}$co.y porq̃ el quinto del es 2 $\frac{1}{5}$ m̃.$\frac{1}{30}$ co. daremos eſto al primero q̃ es 1. co. y haremos 1.co.p̃.2 $\frac{1}{5}$. m̃.$\frac{1}{30}$ co. que ſeran yguales a 8. Ygualaremos ſacando los 2 $\frac{1}{5}$ de entrambas quantidades, y quedaran 5 $\frac{4}{5}$ yguales a 1.co.m̃.$\frac{1}{30}$, q̃ es $\frac{29}{30}$ de coſa. Partiremos por tanto 5 $\frac{4}{5}$ por $\frac{29}{30}$. y vernan 6 por valor de 1.co. y tanto ſera el primero, y el ſegundo ſera 11. m̃. $\frac{1}{6}$ de 6,y ſera por eſta cauſa 10.

36. Buſquemos dos numeros, que ſacando el numero 2 del ſegundo , y dandolo al primero, quede el primero duplo del ſegundo,y ſacando 2 del primero,y dandolos al ſegundo,quede el ſegundo triplo del primero. Pongamos que el primero deſpues de auer recebido el numero 2 del ſegundo numero, ſea 2 co. y el ſegundo quedo entonces vna coſa. Era luego en el principio el ſegundo 1.co.p̃.2. y el primero 2.co.m̃.2. Y porq̃ entonces ſacãdo del primero 2, y dandolos al ſegundo,quedaua el primero 2.co.m̃.4.y el ſegũdo 1.co.p̃.4. y el ſegundo triplo del primero, triplo es por eſta cauſa 1 co.p̃.4.de 2.co.m̃.4.Por lo qual multiplicãdo 2.co.m̃.4.por 3.haremos 6.co m̃ 12. que ſeran yguales a 1.co.p̃.4.Ygualaremos reſtaurando lo diminuto, y ternemos 6.co. yguales a 1.co.p̃.16.y ſacando lo ſuperfluo quedaran finalmente 5.co. yguales a 16. que es ſimple conjugacion.Partiremos por tanto 16 por 5,y vernan 3 $\frac{1}{5}$

por

por valor dela cosa,y porq̃ el segundo enel principio era 1.co.p̃.2. era luego enel principio el segundo $5\frac{1}{5}$,y porque el primero era 2.co.m̃.2. era luego el primero $4\frac{2}{5}$.

37. Tenemos estos dos numeros 8 y 12,y si jũtamos vn cierto numero con los 8, y $\frac{1}{8}$ dele mismo numero juntamos con los 12, resultan yguales. Queremos saber,q̃ numero es este: Sea este tal numero 1.co.y sera luego 8.p̃.1.co. tanto como 12 p̃. $\frac{1}{8}$ de cosa. Ygualemos sacãdo lo superfluo,y quedaran $\frac{7}{8}$ co. yguales a 4, que es simple conjugacion. Partiremos por tanto 4 por $\frac{7}{8}$, y vernan $4\frac{4}{7}$, y tanto sera el numero que buscauamos,y la prueua assi lo dize,porque 8 con $4\frac{4}{7}$ haze $12\frac{4}{7}$, y 12 con $\frac{4}{7}$,que es la octaua parte de $4\frac{4}{7}$, haze tambien $12\frac{4}{7}$.

38. Tenemos 5 numeros, de los quales los 4 sin el primero hazen en sũma 127.y los 4 sin el segundo hazen 119, y los 4 sin el tercero valen 109, y los 4,sin el quarto valen 104,y los 4 sin el quinto valen 97,y queremos saber quãto es cada vno. Haremos este discurso, porque los 4 sin el quinto,hazen la menor sũma de todas,q̃ es 97,es luego el quinto numero mayor que cadavno delos otros,y pornemos este quinto numero ser 1.co. y seran por tanto todos 5 numeros 97. p̃. 1.co. y porq̃ los quatro sin el quarto valen 104 sacaremos estos 104 de 97.p̃.1.co.y lo que queda,que es 1.co.m̃.7.sera el valor del quarto:y porq̃ los quatro sin el tercero,valen 109. sacaremos de 97.p̃.1. co.estos 109. y quedaran 1.co.m̃.12. por valor del tercero: y porque los 4 sin el segundo valen 119, sacaremos estos 119 de 97.p̃.1.co.y quedaran 1.co

m̃.2

m̃.22. por valor del ſegundo: y porque los 4. ſin el primero valen 127, ſacaremos eſtos 127. de 97. p̃. 1. co. y quedaran 1. co. m̃. 30. por valor del primero. Pongamos en vna ſuma todos eſtos cinquo numeros, y haran 5. co. m̃. 71. que ſeran yguales a 97. p̃. 1. co. Ygualaremos reſtaurãdo lo diminuto, y ſacando lo ſuperfluo, y reſultaran 4. co. yguales a 168, que es conjugacion ſimple. Partiremos por tanto 168 por 4, y vernan 42, por valor dela coſa, y tanto ſera el quinto numero, y el quarto que es 1. co. m̃. 7. ſera 35, y el tercero que es 1. co. m̃. 12. ſera 30, y el ſegundo que es 1. co. m̃. 22. ſera 20. y el primero que es 1. co. m̃. 30. ſera 12.

39. Buſquemos vn numero que el quadrado dela mitad del miſmo numero, y el quadrado del ſu tercio, y el quadrado del ſu quarto, todos 3. quadrados juntos ſean yguales al miſmo numero. Pornemos eſte tal numero ſer 1 co. y ſera luego la ſu mitad $\frac{1}{2}$ co. y las otras partes ſeran $\frac{1}{3}$ co. y $\frac{1}{4}$ co. y los quadrados deſtas partes ſeran $\frac{1}{4}$ ce. $\frac{1}{9}$ ce. y $\frac{1}{16}$ ce. juntemos los todos, y harã $\frac{244}{576}$ de 1 cenſo, que ſeran yguales a 1 co. que es ſimple cõjugacion. Partiremos por tanto 1. por $\frac{244}{576}$. y vernan 2 $\frac{88}{244}$ por valor dela coſa, y tanto ſera el numero que buſcauamos.

40. Partamos 100. en 5. tales numeros, que el ſegundo exceda al primero en 3. y el tercero al ſegundo en 7. y el quarto al tercero en 10. y el quinto al quarto en 20. Pornemos el primero ſer 1 co. y ſera luego el ſegundo 1 co. p̃. 3. y el tercero 1 co. p̃. 10. y el quarto 1 co. p̃. 20. y el quinto 1 co. p̃. 40. juntemos los todos en vna ſũma, y haran 5 co. p̃. 73. que ſeran yguales a 100. Ygualaremos

ſa-

ſacando lo ſuperfluo,y reſultaran 5 co. yguales a 27. que es ſimple conjugacion. Partiremos por tanto 27 por 5,y vernan $5\frac{2}{5}$ por valor dela coſa, y tanto ſera el primero numero delos 5, al qual añadiendo 3,haremos $8\frac{2}{5}$. y tanto ſera el ſegũdo: y juntando el numero 7 con $8\frac{2}{5}$, haremos $15\frac{2}{5}$ q̃ ſera el tercero,y eſte con 10. hara $25\frac{2}{5}$ que ſera el quarto:y eſte con 20. hara $45\frac{2}{5}$, que ſera el quinto,y todos juntos,hazen 100.

41. Tenemos tres numeros que el primero y el ſegundo con la mitad del tercero,hazen 100. y el ſegundo y tercero con vn tercio del primero,hazen 100.y el primero y tercero con vn quarto del ſegundo , hazen 100. y queremos ſaber, quanto es cada vno deſtos tres numeros. Porne mos el tercero numero ſer 1 co y ſeran luego el primero y ſegundo con la mitad de 1 co. yguales a 100.por lo qual ſacando de 100. eſa mitad de 1 co.lo que queda,que es 100.m̃.$\frac{1}{2}$ co. ſera lo que valen primero y ſegundo juntos.Y porque el ſegundo y tercero con $\frac{1}{3}$. del primero hazen 100. ſacaremos deſtos 100.el tercero que es 1 co. y lo que queda,que es 100.m̃.1 co.ſera lo que valen el ſegundo y la tercia parte del primero.Tenemos luego que el ſegundo con todo el primero valen 100.m̃.$\frac{1}{2}$ co.pero el miſmo ſegũdo con la ſola tercia parte del primero valen 100.m̃.1.co . Y porq̃ ſegundo y primero juntos exceden al ſegundo, y $\frac{1}{3}$ del primero juntos en $\frac{2}{3}$ del primero,ſacando luego de 100.m̃.$\frac{1}{2}$ co.valor del primero y ſegundo 100. m̃. 1 co. valor del ſegundo con $\frac{1}{3}$ del primero,lo que queda que es p̃ $\frac{1}{2}$ co.ſera el valor delos $\frac{2}{3}$.del primero,y ſera por tanto la mitad de

me-

media cosa, que es $\frac{1}{4}$ co. el valor de vn tercio del primero, y sera luego todo el primero $\frac{3}{4}$ co. Y para sabermos el valor del solo segundo, haremos este discurso: el primero y segundo con la mitad del tercero, valẽ 100. y porque el primero es $\frac{3}{4}$ co. y la mitad del tercero es $\frac{1}{2}$ co. que juntos hazen vna cosa y vn quarto, sacaremos por tanto 1.co.$\frac{1}{4}$ de 100. y lo ꝗ queda, q̃ es 100.m̃.1.co.$\frac{1}{4}$. sera el segundo por si, y sera la quarta parte del segundo 25.m̃.$\frac{5}{16}$ de 1.co. *Y* porq̃ el primero y tercero con $\frac{1}{4}$ del segundo, hazen 100. juntaremos 1.co. con $\frac{3}{4}$ de 1.co. y con.25.m̃.$\frac{5}{16}$ co. que son el valor del primero y tercero, y $\frac{1}{4}$ del segundo, y haran 25.p.1.co. y $\frac{7}{16}$ de cosa, que serã yguales a 100. *Y*gualaremos sacando lo superfluo que es 25, y quedaran finalmente 1.co. y $\frac{7}{16}$ co. yguales a 75. ꝗ es simple conjugacion. Partiremos por tanto 75 por 1 $\frac{7}{16}$, y vernan 52 $\frac{4}{23}$ por valor dela cosa, que sera el tercero numero, y los tres quartos de 1.co. que es el valor del primero, serã 39 $\frac{3}{23}$, y porque el segundo es 100.m̃.1.co. $\frac{1}{4}$, sacaremos 65 $\frac{5}{23}$, que valen 1.co.$\frac{1}{4}$, delos 100, y quedaran 34 $\frac{18}{23}$. por valor del segundo.

Por otra via mas facil haremos esto, y sin Algebra. Porque el primero da $\frac{1}{3}$ al segundo y tercero, sacaremos $\frac{1}{3}$ del todo, y quedaran $\frac{2}{3}$, y porꝗ el segundo da $\frac{1}{4}$, quedaran $\frac{3}{4}$. Multiplicaremos en ✠ $\frac{2}{3}$ por $\frac{3}{4}$, y vernan 9, que tomaremos por primero, y vernan 8, que tomaremos por segundo. *Y* porque el tercero da $\frac{1}{2}$, quedara $\frac{1}{2}$, y multiplicaremos en ✠ $\frac{1}{2}$, que queda del tercero, por $\frac{2}{3}$ que quedan del primero, y vernan 3 por primero, y 4 por tercero, y diremos por Regla de tres, si

quando el primero es 3, el tercero es 4, quando el primero fuere 9, quanto sera el tercero? obrando hallaremos 12 por valor del tercero. Ternemos luego por primero 9, y por segũdo 8, y por tercero 12. pero el primero y segundo con la mitad del tercero hazen solamente 23, y no 100. y el segundo y tercero con $\frac{1}{3}$ del primero, hazen tambien 23, y el primero y tercero con $\frac{1}{4}$ del segundo tambien valen 23. Obraremos por tanto por Regla de 3, diziendo assi: si 23 me dan por primero 9, quanto me dara 100, por primero? multiplicando y partiendo vernan por primero $39\frac{3}{23}$, y despues diremos, si 23 me dan por segundo 8, quãto me dara 100 por segundo? y obrando vernã por segundo $34\frac{18}{23}$, y diremos finalmẽte: si 23 me dan por tercero 12, quanto me dara 100 por tercero? y obrando vernan por tercero $52\frac{4}{23}$. El fundamento desta Regla es, que tanto haze el segũdo con $\frac{1}{3}$ del primero, como el primero con $\frac{1}{4}$ del segundo, y tanto haze el primero cõ $\frac{1}{2}$ del tercero, como el tercero cõ el tercio del primero. Es la razon, q̃ pues tanto valen segundo y tercero con $\frac{1}{3}$ del primero, como tercero y primero cõ $\frac{1}{4}$ del segũdo, sacãdo el tercero de entrambas las yguales lo que queda de vna parte es el segundo cõ $\frac{1}{3}$ del primero, y lo que queda dela otra parte, es el primero con $\frac{1}{4}$ del segundo, que seran yguales por virtud de commun sentencia. Y tambien porque tanto haze el primero y segundo con la mitad del tercero, como segũdo y tercero con $\frac{1}{3}$ del primero, sacando el segundo de entrambas las yguales, lo que queda de vna parte es el primero con la mitad del tercero, y lo q̃ queda dela otra parte

es el tercero con $\frac{1}{3}$ del primero, que seran yguales por virtud de commun sentencia. Siendo pues assi, que tanto vale el segúdo con $\frac{1}{3}$ del primero, como el primero con $\frac{1}{4}$ del segundo, del primero y segundo sacando el primero y $\frac{1}{4}$ del segundo, y dellos mismos primero y segundo sacãdo el segundo y $\frac{1}{3}$ del primero, las quantidades q̃ quedan seran yguales, las quales son $\frac{3}{4}$ del segundo, y $\frac{2}{3}$ del primero. Y pues tanto vale el primero con la mitad del tercero, como el tercero con $\frac{1}{3}$ del primero: sacando luego del primero y tercero el primero y la mitad del tercero, y dellos mismos primero y tercero sacando el tercero y $\frac{1}{3}$ del primero; las quantidades que quedan será yguales, las quales son $\frac{2}{3}$ del primero y la mitad del tercero. Esta es la razon, porque multiplicamos en ✚ los $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$, y diximos, q̃ siendo el primero 9, el segundo seria 8, y multiplicamos en ✚ los $\frac{2}{3}$ con $\frac{1}{2}$, y diximos, que siendo el primero 3, el tercero seria 4, y todolo que se sigue, porque va por Regla de tres, tiene razon clara.

42. Tenemos tres numeros, q̃ el primero con $\frac{2}{3}$ del segundo y del tercero valen 100. y el segundo con $\frac{1}{4}$ del primero y del tercero hazen 100. y el tercero con $\frac{4}{5}$ del primero y del segũdo, hazen 100, y queremos saber quãto es cada vno dellos. Pornemos el tercero numero ser 1.co. y porque el mismo con $\frac{4}{5}$ del primero y del segundo, haze 100, siguese que los $\frac{4}{5}$ del primero y segundo valen 100. m̃. 1. co. partiremos 100. m̃. 1. co. por $\frac{4}{5}$, y verman 125. m̃. 1. co. $\frac{1}{4}$. y tanto sera el valor del primero y segũdo juntos. Y porque el primero con $\frac{2}{3}$ del segundo y del tercero vale 100, sera luego el

primero con $\frac{2}{5}$ del segũdo 100.m̃.$\frac{2}{5}$.co. Saquemos pues de 125 m̃. 1.co. $\frac{1}{4}$, que valen primero y segundo 100.m̃. $\frac{2}{5}$ co. que vale el primero con $\frac{2}{5}$ del segundo, y quedaran 25. m̃. $\frac{7}{12}$ co. y tanto sera el valor del $\frac{1}{3}$ del segũdo, y multiplicaremos estos 25.m̃. $\frac{7}{12}$ co. por 3, y haremos 75.m̃.1.co. $\frac{3}{4}$, que seran el valor del segundo. Y estos 75.m̃.1.co.$\frac{3}{4}$. valor del segundo, sacaremos de 125.m̃.1.co. $\frac{1}{4}$, que valen primero y segundo juntamente, y quedaran 50.p̃.$\frac{1}{2}$ co. por valor del primero. Siendo pues assi conoscidos todos tres numeros, por quãto el segũdo con $\frac{3}{4}$ del primero y tercero hazen 100, pornemos en vna sũma 75.m̃.1.co.$\frac{3}{4}$, que es el segundo, y 37.$\frac{1}{2}$ p̃. $\frac{3}{8}$ co. que son los quartos del primero, y $\frac{3}{4}$ de cosa, que son los $\frac{3}{4}$ del tercero, y haran 112$\frac{1}{2}$.m̃.$\frac{5}{8}$ co. que seran yguales a 100. Ygualemos restaurando lo diminuto, y quitando lo superfluo, y quedaran finalmente 12$\frac{1}{2}$. yguales a $\frac{5}{8}$ co. que es simple conjugacion. Partiremos 12$\frac{1}{2}$ por $\frac{5}{8}$, y vernan 20, por valor de la cosa, y tanto sera el tercero. Y porque el segundo era 75.m̃.1.co. $\frac{3}{4}$, sacaremos de 75. el valor de 1.co.$\frac{3}{4}$, que es 35, y quedarã 40, por valor del segundo. Y porq̃ el primero era 50.p̃.$\frac{1}{2}$ co. sera el valor del primero 60.

43. Tenemos 4 numeros, que el primero con los $\frac{2}{5}$ del segundo, y del tercero, y del quarto hazen 40, y el segundo con $\frac{1}{4}$ del primero, y del tercero, y del quarto, hazen 40, y el tercero con $\frac{2}{5}$ del primero, y segundo, y quarto, hazen 40, y el quarto con $\frac{1}{6}$ del primero, y segundo, y tercero, hazẽ 40, y queremos saber quanto es cada vno destos 4 numeros. Pornemos el quarto numero ser 1. co. y seran luego $\frac{1}{6}$ del primero, y segundo, y tercero

cero. 40. m̃. 1. co. partiremos 40. m̃. 1. co. por $\frac{5}{6}$, y vernã 48 m̃. 1. co. $\frac{1}{5}$, y tanto seran el primero con el segundo y tercero. Y porque el primero con $\frac{2}{5}$ del segundo, y tercero, y quarto, hazen 40, sacaremos de 40, $\frac{2}{5}$ co. y quedaran 40. m̃. $\frac{2}{5}$ co. por valor del primero, y $\frac{2}{5}$ del segundo y tercero. Sacaremos esto de 48. m̃. 1. co. $\frac{1}{5}$, y quedarã 8. m̃. $\frac{8}{15}$ co. que sera $\frac{1}{3}$ del segundo con el tercero, y multiplicando esto por 3, haremos 24. m̃. 1 co. $\frac{1}{5}$. y tanto sera el segundo con el tercero: este valor del segũdo y tercero sacaremos del valor del primero y segundo, y tercero, y quedaran 24. p̃. $\frac{2}{5}$ co. por valor del primero. Y porque el segundo con $\frac{3}{4}$ del primero, y tercero, y quarto, hazen 40, sacaremos de 40 los $\frac{3}{4}$ del primero y quarto, que son 18 p̃. 1. co. $\frac{1}{20}$, y quedaran 22. m̃. 1. co. $\frac{1}{20}$, que seran el segundo y $\frac{3}{4}$ del tercero. Sacaremos esto de 24. m̃. 1. co. $\frac{1}{5}$, que son el segundo y tercero, y quedarã 2 m̃. $\frac{11}{20}$ co. que seran $\frac{1}{4}$ del tercero y multiplicãdo esto por 4, haremos 8. m̃. 2. co. $\frac{1}{5}$, y tanto sera el tercero. Sacaremos este valor del tercero de 24. m̃. 1. co. $\frac{1}{5}$, que son el segundo y tercero, y quedaran 16. p̃. $\frac{1}{5}$ co. por valor del segundo. Juntaremos con el tercero los $\frac{4}{5}$ del primero, y segundo, y quarto, y haremos 40 m̃. $\frac{2}{5}$ co. q̃ serã yguales a 40. Ygualaremos restaurãdo lo diminuto, y haremos 40, yguales a 40. p̃ $\frac{2}{5}$ co. y sacãdo lo superfluo q̃ es 40, quedara cifra de numero ygual a $\frac{2}{5}$ co. Partiremos cifra de numero por $\frac{2}{5}$ verna cifra de numero por valor dela cosa, y porq̃ el primero era 24. p̃ $\frac{2}{5}$ co. sera los mismos 24, y el segundo q̃ era 16. p̃ $\frac{1}{5}$ co. sera por esta causa los mismos 16, y el tercero q̃ era 8. m̃. 2 co. $\frac{1}{5}$, sera los mismos 8, y el quarto sera

cifra de numero. Por lo qual mas propriamente propornamos el caso, diziendo assi. Son 4 personas, delas quales la primera con los $\frac{2}{3}$ delos otros tres haze 40, y cetera. Esto que en este caso auemos obrado, ygualando 40 con 40. m̃. $\frac{1}{2}$ co. y cõcluyendo que cifra de numero es ygual a $\frac{1}{2}$ co. es lo que cõmunmente los Arithmeticos practicos dizen, pero es fuera de my opinion, y lo contrario tengo escripto.

44. Tenemos tres numeros, q̃ el primero con la mitad del segũdo, haze 60, y el segũdo con el tercio del tercero, haze 60, y el tercero cõ el quarto del primero, haze 60. y queremos saber, quãto es cadavno dellos. Ponemos el primero ser. 1. co. y sera luego la mitad del segũdo 60. m̃. 1. co. la qual multiplicaremos por 2, y hara 120. m̃. 2. co. y tanto sera el segundo, y porque el segũdo con $\frac{1}{3}$ del tercero haze 60. sacaremos de 60, el segundo, y quedaran 2. co. m̃. 60. que sera $\frac{1}{3}$ del tercero, y esto multiplicaremos por 3, y haremos 6 co. m̃. 180. y tanto sera el tercero. Y porque el tercero con $\frac{1}{4}$, del primero vale 60. seran por esta causa 6 co. $\frac{1}{4}$. m̃. 180. yguales a 60. ygualemos restaurando lo diminuto, y ternemos 6 co. $\frac{1}{4}$. yguales a 240. q̃ es simple conjugacion. Partiremos 240. por 6 $\frac{1}{4}$. y vernan 38 $\frac{2}{5}$. por valor dela cosa, y tanto sera el primero, y el segundo sera 43 $\frac{1}{5}$. y el tercero 50 $\frac{2}{5}$.

45. Tenemos vn numero partido en tales tres partes, que dando la primera el tercio de si misma, y dando la segunda el quarto de si misma, y dando la tercera el quinto de si misma, y haziendo vna sũma de lo que las tres partes han dado, y partiẽdo esa sũma en tres partes yguales, y boluiendo

uiendo a cada vna de las tres partes, no lo que de ſi ha dado, mas el tercio dela dicha sũma, que fue partida en tres partes yguales, quedan de tal manera ordenadas las partes del primero numero, que de ſi dieron, y deſpues recibieron, que la primera es la mitad del miſmo numero, y la ſegũda es el tercio, y la tercera es vn ſexto; y queremos ſaber quanto es eſte primero numero, y quãta es cada vna de las partes, aſsi como ſe pregunta. Pornemos que eſte tal numero es 6 co. y porque en la fin ha de quedar partido en tres numeros, que han de ſer. $\frac{1}{2}$. y. $\frac{1}{3}$. y. $\frac{1}{6}$ del miſmo numero, ſera luego en fin de la obra el primero. 3. co. y el ſegũdo. 2 co. y el tercero. 1. co. y eſto deſpuesde ſer dado a cada vno el tercio de lo q̃ todos tres de ſi dierõ. Y pornemos por tanto, que antes deſto era el primero. 3. co. m̃. 1. y el ſegundo. 2. co. m̃. 1. y el tercero 1. co. m̃. 1. como ſi todo lo que de ſi al principio ſacarõ fueſſe 3. que deſpues ſe repartio por todos ygualmente, para que el primero reſultaſſe. 3. co. y el ſegundo. 2. co. y el tercero 1. co. Y porq̃ quando el primero era. 3. co. m̃. 1. ya de ſi auia dado la tercia parte, ſigueſe que la mitad de. 3. co. m̃. 1. es el tercio de lo que entonces era, y porque la mitad de. 3. co. m̃. 1 es. 1. coſa y media m̃. $\frac{1}{2}$. luego lo que el primero ſaco de ſi es. 1. coſa y media m̃. $\frac{1}{2}$. Y por la miſma razon, porque el ſegundo dio el quarto, ſera eſe quarto el tercio de. 2. co. m̃. 1. que es. $\frac{2}{3}$. co. m̃. $\frac{1}{3}$. y tanto es lo que el ſegundo ſaco de ſi, y el tercero ſaco de ſi el quarto de. 1. co. m̃. 1. que es. $\frac{1}{4}$. co. m̃. $\frac{1}{4}$. y tanto es el quinto de lo que entonces era. Pongamos en vna sũma las tres partes que de ſi dierõ ſ. 1. co. $\frac{1}{2}$. m̃. $\frac{1}{2}$. y. $\frac{2}{3}$. co. m̃. $\frac{1}{3}$. y $\frac{1}{4}$.

co. m̃. $\frac{1}{4}$. y ſeran todas tres juntas. 2. co. $\frac{5}{12}$. m̃. $1\frac{1}{12}$. que ſeran yguales a .3. Ygualemos reſtaurando lo diminuto, y ternemos finalmente. 2. co. $\frac{5}{12}$. yguales a .$4\frac{1}{12}$. que es ſimple conjugacion. Partiremos. $4\frac{1}{12}$. por. $2\frac{5}{12}$. y verna. $1\frac{20}{29}$. por valor de la coſa. Y para que acabemos ſin quebrados, multiplicaremos todo por . 29. y ſera el valor de la coſa. 49. y los. 3. q̃ puſimos por valor de las partes que fuerõ ſacadas, multiplicados por. 29. haran. 87. y tanto ſera todo el depoſito. Y porque la primera parte del principal numero quedo en tres coſas, multiplicaremos 3. por. 49. valor de. 1. co. y haran. 147. y en tanto quedo. Y porque la ſegunda parte quedo en. 2. co. multiplicaremos. 2. por. 49. y haran. 98. y en tanto quedo la ſegunda. Y porque la tercera parte acabo en 1 co. ſera luego la tercera parte al cabo de todo 49. y la sũma de todas es 294. y tanto era el numero principal. Saquemos 29 de 147. y quedaran 118. y tanto tenia la primera parte antes de le ſer dado el tercio del depoſito, y ſaquemos 29. de 98. que es la ſegũda, y quedaran 69. y tanto fue el valor deſa ſegunda parte, antes dele ſer dado el tercio del depoſito, y la tercera ſeria 20 . porque ala fin quedo en 49. Agora facilmente podremos ſaber quanta era cadavna delas partes al principio, y monſtrar que aſſi como el numero quedo en 294. aſſi tambien al principio era 294. Porque pues la primera parte deſpues de auer dado el tercio de ſi miſma, y antes de recebir el tercio de todo el depoſito, q̃do en 118. la mitad deſtos 118. ſera el tercio delo que al principio era, y eſta mitad es 59. la qual juntãdo con 118. haran 177. y tanto era la primera parte al

al principio. Y por la mifma razon juntando con 69. el fu tercio, que es 23. y es el quarto delo que la fegunda parte al principio era, haremos 92. y tanto era la fegunda parte al principio. Y juntemos con 20 el quarto que es 5. y es el quinto de lo que antes era la tercera parte, haremos 25. y tanto era la tercera parte al principio. Y la sũma deftas partes: primera. 177. fegunda. 92. tercera. 25. es. 294. y tanto era el numero al principio, y en tanto quedo. Y todo queda concorde, porque fiendo el numero 294. y la primera parte 177. facandole el tercio, q̃ es 59. y es el valor de 1 co. $\frac{1}{2}$ menos $\frac{1}{2}$. el qual medio es la mitad de 29. queda en 118. y fiendo la fegunda 92. y facandole el quarto, que es 23. y es el valor de $\frac{2}{3}$ co. menos el tercio de 29. queda en 69. Y fiendo la tercera 25. y facandole el quinto, que es 5. y es el valor de $\frac{1}{4}$ co. m̃. $\frac{1}{4}$. de 29. queda en 20. y las partes que fueron quitadas 59. 23. y 5. hazen en sũma 87. aque llamamos depofito, el qual partido en 3. partes yguales, es cadavna dellas 29. Dando pues 29. a los 118. hazen 147. y en tanto queda la primera parte ala fin de toda la obra, y dando 29. alos 69. hazen 98. y en tanto queda la fegunda parte, y dando 29. alos 20. hazen 49. y en tanto queda la tercera parte, y todas eftas partes juntas 147. 98. y 49. hazẽ 294. quanto el numero al principio era.

46. Bufquemos dos numeros q̃ multiplicando el vno por el otro, y partiendo el producto por la differencia de los mifmos dos numeros, vengã 16. Efto fe halla en muchos numeros, porq̃ podremos tomar por el menor qualquier numero menor que 16. Sea por tanto el menor 12. y el

mayor 12.p̃.1 co. multiplicaremos 12.por 12. p̃.1. co.y haremos 144.p̃.12 co.y esto partiremos por 1 co.que es la differencia,y vernan $\frac{144.\tilde{p}.12.co.}{1.co.}$ que seran yguales al numero 16.Ygualaremos multiplicando en ✚. y ternemos 16 co. yguales a 144. p̃.12 co.y sacando lo superfluo,ternemos finalmẽte 4 co.yguales a 144.que es simple conjugacion. Partiremos pues 144,por 4.y vernan 36.por valor dela cosa. Y tanto vale la differencia de los dos numeros,y porque el menor pusimos q̃ fuesse 12.sera luego el mayor 48.y es assi que 12.multiplicados por 48,hazen 576.los quales partiendo por 36. vernan 16.

47. Busquemos dos numeros,que el primero con 8.del segũdo sea sexcuplo a lo que queda del segundo,y el segundo con 7.del primero sea sexcuplo alo que queda del primero. Pornemos el primero ser 1 co. y dandole 8 del segundo, sera 1 co.p̃.8. y porque esto es 6. vezes mas que lo que queda del segundo,el sexto desto que es $\frac{1}{6}$ co. p̃. 1 $\frac{1}{3}$. sera lo que queda del segundo.Iuntemos con esto los 8. que se quitaron del segundo, y haran 9.$\frac{1}{3}$.p̃.$\frac{1}{6}$ co. y tanto seria el segundo al principio. Y porque el segundo con 7. del primero queda 6 vezes mayor q̃ lo que queda del primero, juntemos 7.con 9 $\frac{1}{3}$ p̃.$\frac{1}{6}$ co.y haremos 16 $\frac{1}{3}$ p̃ $\frac{1}{6}$ co.y esto sera 6 vezes mayor que lo que queda del primero,que es 1 co.m̃.7. Multiplicaremos por tanto 1 co.m̃.7. por 6. y haremos 6 co.m̃.42. que seran yguales a 16 $\frac{1}{3}$ p̃.$\frac{1}{6}$ co. Ygualaremos restaurando lo diminuto,y sacandolo superfluo,y resultaran 5 co.$\frac{5}{6}$. yguales a 58 $\frac{1}{3}$. Partiremos 58 $\frac{1}{3}$. por 5 $\frac{5}{6}$. y vernan 10.por valor dela cosa,que sera el primero.

10. Y para sabermos quanto es el segundo, juntaremos los 8. del segundo con 10. y seran 18. que es sexcuplo de 3. y es lo que quedo del segundo, demos le por tanto los 8. que se quitaron del segũdo, y haremos 11. y tanto es el segundo.

Por otro modo mas breue se podra esto saber. Porque pornemos que entrambos los dos numeros juntos son 1 co. Luego cada vno dellos, despues de auer dado. s. el primero 7. y el segundo 8. queda vn septimo de cosa, por quanto eso que queda es la parte sexta de todo lo otro. Demos a $\frac{1}{7}$ co. que quedo del primero, los 7. que le quitaron, y hara $\frac{1}{7}$ co. p̃. 7. y tanto era el primero de principio, y juntemos le los 8. que le da el segundo, y haran $\frac{1}{7}$ co. p̃. 15. y esto sera sexcuplo alo que quedo del segundo, que es $\frac{1}{7}$ co. Multiplicaremos por tanto $\frac{1}{7}$ co. por 6. y haremos $\frac{6}{7}$ co. que seran yguales a $\frac{1}{7}$ co p̃. 15. yguala remos y resultaran $\frac{5}{7}$ co. yguales a 15. Partiremos 15. por $\frac{5}{7}$. y vernan 21. por valor dela cosa, y tanto valen los dos numeros juntos, y el septimo, que es 3. con los 7. que dio el primero, haze 10. y tanto era el primero, y lo que queda, q̃ es 11. sera el segundo, el qual consta delos 8. que dio, y delos 3. que le quedarõ.

48. Busquemos tres numeros, que el primero con 10. que reciba del segundo, resulte ygual a lo que queda del segundo, y el segundo con 10. del tercero resulte duplo alo que queda del tercero, y el tercero con 10. del primero resulte triplo a lo que queda del primero. Pongamos que el primero es 1 co. y dandole 10. del segundo, hara 1 co p̃. 10. y otro quedara del segũdo. Daremos a 1 co. p̃. 10. que quedaron del segundo, los 10. que le

le auemos quitado,y ſera luego el ſegundo 1 co. p̃.20. juntemos con eſto 10. del tercero,y reſultara el ſegundo.1.co.p̃.30. y eſto ſera duplo a lo que queda del tercero. Luego la mitad deſto,que es $\frac{1}{2}$.co.p̃.15. ſera lo que queda del tercero,demos le por tanto los 10. que le quitamos,y haran .$\frac{1}{2}$. co. p̃.25.y tanto es el tercero,juntemos le 10.del primero,y reſultara.$\frac{1}{2}$.co.p̃.35. y eſto ſera triplo a lo que queda del primero,que es.1 co. m̃.10. Multiplicaremos.1.co.m̃.10.por.3. y haremos.3 co.m̃ 30. que ſeran yguales a.$\frac{1}{2}$.co. p̃.35. Ygualando reſultaran.2.co.$\frac{1}{2}$.yguales a.65. Partiremos.65.por.$2\frac{1}{2}$. y vernan.26. por valor de la coſa,y tanto ſera el primero. Y el ſegundo, que es 1.co.p̃.20. ſera.46. y el tercero,que es $\frac{1}{2}$. co. p̃.25. ſera.38. Y por eſte modo ſe obrara,ſiendo.4 o.5.numeros,o quantos nos pluguiere.

49. Buſquemos .4. numeros que el primero con el quarto hagan 100.y ſean duplo del ſegundo con el tercero,y el ſegundo con el quarto ſean 115. y q̃ el tercero con el quarto ſean 120. Pornemos el primero ſer 1 co.y ſera luego el quarto 100. m̃. 1.co. y porque el ſegundo con el quarto hazen 115 ſacaremos 100.m̃.1 co.que vale el quarto de 115. que valen ſegundo y quarto, y quedaran 15 p̃.1 co. por valor del ſegundo. Y ſacaremos del valor del tercero y quarto,que es 120.el valor del quarto q̃ es 100. m̃.1 co. y quedaran 20. p̃.1.co. por valor del tercero . Pongamos todos en vna ſũma,y haran 135.p̃.2 co.y porque puſimos que el primero con el quarto fueſen 100. y el duplo del ſegundo y tercero , ſeran luego el ſegundo y tercero 50. y todos 4. numeros 150.

Ygua-

Yguales ſeran por tanto 135.p̄.2 co.a 150. ygualã-do quedaran 15.yguales a 2 co.que es ſimple cõ-jugacion. Partiremos 15.por 2. y vernan 7 ½. por valor dela coſa,y tanto ſera el primero,y porque el primero con el quarto hazen 100.ſera por eſta cauſa 92.½. y porque el ſegundo era 15.p̄.1 co.ſera 22 ½.y porque el tercero era 20.p̄.1.co.ſera 27 ½.

50. Buſquemos dos numeros,que el primero con ⅓.del ſegundo y mas.4.quede duplo a lo que queda del ſegundo,y que el ſegũdo con la mitad del primero y mas .6. quede quincuplo a lo que queda del primero. Pues del ſegundo auemos de ſacar el tercio para el primero,pongamos que el ſegundo es.3.co. y porque le quitamos para el primero.⅓ p̄.4.ſera luego lo que le quitamos.1.co. p̄.4. y quedara por reſto del ſegundo,2. co. m̄.4. Y porque el primero deſpues de auer recebido.1. co.p̄.4.reſulta duplo al reſto del ſegundo,multi-plicaremos por.2.las.2.co m̄ 4.y haremos.4.co. m̄. 8. y tanto ſera el primero deſpues dauer rece-bido del ſegundo, y porque en eſta ſũma entran 1. co p̄. 4. que del ſegundo recebio, ſacaremos de 4.co. m̄.8. lo que recebio, y quedaran.3.co. m̄ 12. y tanto ſeria el primero numero antes de recebir del ſegundo. Y porque el ſegundo ha de recebir del primero la mitad y mas .6. que es .1. co. ½. ſa-cando de.3.co.m̄.12.vna coſa y media,y dandola al ſegundo, que puſimos ſer.3.co.reſultara el ſe-gundo.4.co.½.y quedara del primero.1.co.½.m̄.12. y ſeran.4.co.½.que tiene el ſegundo quincuplo a 1.co.½.m̄.12.que quedaron del primero, porque aſſi fue propueſto. Multiplicaremos por tanto 1.co.½.m̄.12. por.5. y haremos.7.co.½. m̄.60. que

ſeran

ferã yguales a.4.co.½. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y sacando lo superfluo, y quedaran 3.co. yguales a.60. Y porque el segundo era.3.co. sera luego el segundo.60.y porque el primero era 3.co. m̃. 12. sera luego el primero.48.

51. Busquemos tres numeros, q̃ el primero con la mitad del segundo y del tercero haga 32, y el segundo con el tercio del primero y tercero haga 28, y el tercero con el quarto del primero y segundo, haga 31. Pornemos el primero numero ser 1.co. y seran luego la mitad del segundo y tercero 32.m̃.1.co, y el duplo desto que es 64.m̃.2 co. sera el segundo juntamẽte con el tercero. Y porque el segundo con el tercio del primero y tercero haze 28, sacaremos de 28 vn tercio del primero, que es ⅓ co. y quedaran 28. m̃. ⅓ co. y tanto sera el segundo con el tercio del tercero. Sacaremos esto de 64.m̃.2.co. que valen segundo y tercero, y lo que queda, que es 36.m̃.1.co.⅔, sera lo q̃ valen ⅔ del tercero, y juntando le la mitad, que es 18.m̃. ⅚ co. que sera valor de ⅓ del mismo tercero, sera todo junto 54.m̃.2.co.½, y tanto sera el tercero. Sacaremos este valor del tercero de 64.m̃. 2.co. que valen segundo y tercero, y quedaran 10 p̃.½ co. por valor del segundo. Y porque el tercero con ¼ del primero y segundo, haze 31, juntaremos con el tercero ¼ co. y 2 ½ p̃. ⅛ co. que son el quarto del primero y del segundo, y haran 56 ½. m̃. 2. co ⅛, que seran yguales a 31. Ygualaremos, y resultaran 25 ½, yguales a 2. co. ⅛, que es simple conjugacion. Partiremos por tanto 25 ½ por 2 ⅛, y verna 12 por valor dela cosa, y tanto sera el primero, y porque el segundo era 10.p̃.½ co. sera luego

go 16, y porque el tercera era 54.m̃.2.co.½, sacaremos 30, que valen 2.co. ½ de 54, y quedaran 24 por valor del tercero.

52. Partamos 10 en tales dos partes que las sus raizes juntas hagan 4. Esto se suele hazer por las Reglas de las conjugaciones compuestas, pero por las simples se podra hazer par esta arte. Manifiesto es que estas dos partes no son las dos mitades de 10, porq̃ la raiz de 5 dos vezes, haze R 20, q̃ es mayor que el numero 4, y sera por esta causa la vna parte de 10 mayor que 5, y la otra menor que 5. Pornemos luego que la vna parte de 10 es 5.p̃.1.co. y la otra 5.m̃.1.co. y seran por esta causa yguales a 4.RV.5.p̃.1.co.p̃.RV.5.m̃.1.co. Ygualemos multiplicando el 4 en si, y hara 16, y multiplicaremos en si RV.5.p̃.1.co.p̃.RV.5.m̃.1.co. y hara 10.p̃.RV.100.m̃.4.ce. La razon dela obra es, que RV.5.p̃.1.co. multiplicada en si, haze 5.p̃.1.co. y RV.5.m̃.1.co. multiplicada en si, haze 5.m̃.1.co. que todo resulta 10. y RV.5.p̃.1.co. por RV.5.m̃.1.co. haze RV.25.m̃.1.ce. la qual raiz dos vezes, haze RV.100 m̃.4.ce. y resulta luego toda la multiplicacion en 10.p̃.RV.100.m̃.4.ce. que seran yguales a 16, sacaremos lo superfluo, que es 10, y quedara RV.100.m̃.4.ce. ygual a 6, y seran por tanto yguales los sus quadrados .s.100.m̃.4.ce. y el numero 36, y restaurando lo diminuto, el numero 100. sera ygual a 4.ce.p̃.36, y sacando finalmente lo superfluo q̃ es 36, quedara el numero 64, ygual a 4 ce. Partiremos 64 por 4, y vernã 16 por valor del censo, y la raiz de 16, q̃ es 4, sera el valor dela cosa. Y porq̃ la vna parte de 10, era 5.p̃.1.co. esa parte sera 9, y la otra sera la vnidad, cuyas raizes juntas, hazen 4.

53. Partamos 10 en tales dos partes, que partiendo la mayor por la menor, y la menor por la mayor, los dos quocientes juntos hagan $2\frac{16}{21}$ Dezimos, q̃ la mayor parte ha de ser partida por la menor, y la menor por la mayor, porque las dos partes no pueden ser las dos mitades de 10, pues los quocientes juntos queremos q̃ sean mas que el numero 2. Pongamos luego q̃ la mayor parte sea 5 p̃.1.co. y la menor 5.m̃.1.co. Partamos pues 5.m̃.1.co. por 5.p̃.1.co. y sera el quociẽte este quebrado $\frac{5.\tilde{m}.1.co.}{5.\tilde{p}.1.co.}$ y partamos 5.p̃.1.co. por 5.m̃.1.co. y sera el quociẽte este quebrado $\frac{5.\tilde{p}.1.co}{5.\tilde{m}.1.co.}$ los quales quebrados juntos han de ser yguales a $2\frac{16}{21}$, juntemos pues los dos quocientes por la Regla de sũmar los quebrados, y haran este quebrado $\frac{50.\tilde{p}.2.ce.}{25.\tilde{m}.1.ce.}$ que sera ygual a $2\frac{16}{21}$. Ygualaremos multiplicando en ✠. y haremos 50 p̃.2.ce. yguales a $69\frac{1}{21}$.m̃.2.ce.$\frac{16}{21}$. Restauremos lo diminuto, y ternemos 50 p̃.4.ce.$\frac{16}{21}$.yguales a $69\frac{1}{21}$. Sacaremos lo superfluo, y resultaran finalmẽte 4.ce.$\frac{16}{21}$ yguales a $19\frac{1}{21}$, que es simple conjugacion. Partamos por tanto $19\frac{1}{21}$ por $4\frac{16}{21}$. q̃ es el numero delos censos, y verna 4 por valor del censo, cuya raiz, que es 2, sera el valor dela cosa. Sera luego la parte mayor 7, y la menor 3. Y la experiencia assi lo dize, q̃ partiendo 7 por 3, vienẽ $2\frac{1}{3}$, y partiendo 3 por 7, vienen $\frac{3}{7}$, y juntando $2\frac{1}{3}$ con $\frac{3}{7}$, hazen $2\frac{16}{21}$.

54. Partamos 10 en tales dos partes, que partiendo la mayor por la menor, sea el quociente la mitad de lo que se haze multiplicando la mayor por la menor. Primeramente para que entendamos la obra, deuemos saber, que en tal caso

co-

como este, tal proporcion ha del producto por la multiplicacion para parte mayor, como de la misma parte mayor para el quociente que vino partiendo la parte mayor por la menor. Es la razon, que pues la parte mayor partida por la menor da el quociente, multiplicando por tanto el quociente por la parte menor, haremos la mayor. Y porque multiplicãdo tambien por la parte menor la mayor, hazemos el producto que ha de ser duplo del quociente, luego tal proporciõ aura del producto para la parte mayor, como de la misma parte mayor para el quociente, porque es commun multiplicador la parte menor. Pornemos pues el quociente ser 1 co. y sera luego el producto 2 co. y porq̃, tal proporcion ha del producto que es 2 co. para la parte mayor, como de la misma parte mayor para 1 co. que es el quociente, multiplicaremos 2 co. por 1 co. y haremos 2 ce. y la raiz de 2 ce. sera la parte mayor. Porque quando tres quantidades son ordenadas en vna misma proporcion, tanto se haze multiplicando la primera por la tercera, como la segunda en si misma. Y porque multiplicando la parte mayor por la menor, hazemos 2 co. partiendo luego 2. co. por la parte mayor, que es R. 2 ce. verna la parte menor, partiremos por tanto 2 co. por R. 2 ce. o co. R. 2. que es lo mismo, y verna R. 2. que sera la parte menor. Sera luego la parte menor R. 2. y la mayor sera lo que queda de 10. que es 10. m̃. R. 2. Y la experiencia assi lo dize, porque 10. m̃. R. 2. partida por R. 2. da por quociente R. 50. m̃. 1. y 10. m̃. R. 2. multiplicada por R. 2. haze R. 200. m̃. 2. y manifiesto es, que R. 200. m̃. 2. es dupla de R. 50. m̃. 1.

Y por-

porque multiplicando R.50.$\tilde{m}$.1.por 2. hazemos R.200.$\tilde{m}$.2. Y desta operacion colegimos, que assi como propusimos 10. para partir, y es la parte menor R. 2. y la parte mayor lo que queda de 10. podremos partir qualquier otro numero con la misma condicion, q̃ multiplicando la parte mayor por la menor, y partiendola por la menor, sea el producto duplo del quociente, y siempre la parte menor sera R. 2. sin auer en ella mudança, pero la parte mayor sera lo que quedare, sacãdo R.2. del numero q̃ fuere propuesto para partir. La demonstracion es esta, que por quanto pusimos que el producto fuese duplo del quociente, y demonstramos que la parte mayor es medio proporcional entre ellos, sera luego la proporcion del producto para la parte mayor, la mitad de la proporcion dupla, y porque R 2. es media proporcional entre. 2. y la vnidad, tambien terna la raiz de 2 para la vnidad, la proporcion q̃ es mitad de vna dupla. Luego tal proporcion aura del producto para la parte mayor, como de R.2. para 1. y porque quando 4. quantidades son proporcionales, tanto se haze multiplicando la primera por la quarta, quanto la segunda por la tercera, y la primera, q̃ es el producto, multiplicada por la vnidad, que es la quarta, haze el mismo producto, multiplicando luego la parte mayor por R.2. haremos el mismo producto. Y porq̃ la parte mayor multiplicada por la menor haze el producto, tanto haze luego multiplicar la parte mayor por R.2. como por la parte menor, delo qual se sigue que la parte menor es R.2. enel caso en q̃ ponemos que la parte mayor multiplicada por

la

la menor, haze vn producto duplo del quociente que viene, partiẽdo la parte mayor por la menor, y esto generalmẽte, ora el numero que queremos partir sea 10, como en este presente caso, ora sea mayor que 10. y ora sea menor. *Y* por la misma demonstracion queda claro, que si querẽmos partir qualquier numero en tales dos partes, que multiplicando la mayor por la menor, y partiẽdo la mayor por la menor, sea el producto triplo del quociente, porque el numero. 3. es triplo ala vnidad, sera la parte menor R. 3. y si queremos que el producto tenga proporcion dupla sesquiquarta cõ el quociente, porque $2\frac{1}{4}$. tiene la misma proporcion para la vnidad, sera la parte menor R. $2\frac{1}{4}$. la qual es $1\frac{1}{2}$. Por lo qual si el numero que queremos partir fuere 10. sera la parte menor $1\frac{1}{2}$. y la mayor $8\frac{1}{2}$. y si fuere 20. sera la parte menor assi como era R. $2\frac{1}{4}$. y la mayor sera $18\frac{1}{2}$. y es esta regla general en todo numero que queremos partir en tales dos partes, que multiplicando la parte mayor por la menor, y partiendo la por la menor, tẽga el producto con el quociente la proporcion que nos fuere demandada. Y no variando la proporcion, sea el numero qual quier que fuere, la parte menor sera vna misma. Y sera necessariamente la raiz daquel numero que es denominador dela tal proporcion. Exemplo: Si queremos que el producto tenga para el quociente proporcion octupla, porque el denominador dela octupla es 8. sera la parte menor R. 8. y si queremos que tenga proporcion dupla sesquitercia, porque el denominador desta proporcion es $2\frac{1}{3}$. diremos por tanto q̃ la parte menor es R. $2\frac{1}{3}$.

ſea el numero que queremos partir, qual n°s propuſieren.

55. Partamos 8. en tales dos partes, que el quadrado dela mayor partido por la menor, y el quadrado de la menor partido por la mayor, eſtos quociẽtes juntos hagan 18 $\frac{2}{3}$. Pongamos q̃ la parte mayor es 4. p̃. 1 co. y ſera luego la menor 4. m̃. 1 co. El quadrado de 4. p̃. 1 co. es 16. p̃. 1 ce. p̃. 8. co. el qual partido por 4. m̃. 1 co. verna $\frac{16.\tilde{p}.1.ce.\tilde{p}.8.co.}{4\ \tilde{m}.1\ co.}$ y el quadrado de 4 m̃. 1 co. es 16. p̃ 1 ce. m̃. 8 co. el qual ſiendo partido por la parte mayor, que es 4. p̃. 1 co. verna $\frac{16.\tilde{p}.1\ ce.\tilde{m}.\ 8\ co}{4.\tilde{p}.1\ co.}$ Eſtos dos quociẽtes juntos haran $\frac{128.\ \tilde{p}.24.ce.}{16.\tilde{m}.1.ce.}$ q̃ ſera ygual a 18. y dos tercios. Ygualaremos multiplicãdo en ✠, y haremos 128. p̃. 24 ce. yguales a 298 $\frac{2}{3}$. m̃. 18 ce. $\frac{2}{3}$. y reſtaurando lo diminuto, y ſacando lo ſuperfluo, reſultaran 42 ce. $\frac{2}{3}$. yguales a 170 $\frac{2}{3}$. que es ſimple conjugacion. Partiremos 170 $\frac{2}{3}$. por 42 $\frac{2}{3}$. y vernã 4. por valor del cenſo, y la coſa ſera 2. y ſera luego la parte mayor 6. y la menor 2. que quadra con lo que ſe pedia.

56. Buſquemos dos numeros en proporcion dupla ſeſquialtera, que la differencia dellos ſea 9. Pornemos el menor ſer 1 co. y ſera luego el mayor 2 co. y media: y porque la differencia entre ellos es 9. ſera luego 1. co. p̃. 9. ygual al mayor, q̃ es 2 co. $\frac{1}{2}$. Ygualemos ſacando de cadavno dellos 1 co. y quedaran 9. yguales a 1 co. $\frac{1}{2}$. Partamos por 1 $\frac{1}{2}$. y vernan 6. por valor dela coſa, q̃ ſera el menor: y el mayor, porque lo ha de exceder en 9. ſera 15. y tanto valen 2 co. $\frac{1}{2}$. Eſte modo es mas claro,

ro,que el que da lo mismo sin algebra.

57. Busquemos vn numero que siendo multiplicado por el su tercio,haga 20. Pornemos este tal numero ser 1.co. y sera luego el su tercio vn tercio de cosa.Multiplicaremos 1.co.por vn tercio de co.y haremos vn tercio de censo, que ha de ser ygual al numero 20. que es simple conjugacion.Partiremos por tanto 20.por $\frac{1}{3}$.y vernan en la particion 60. que sera el valor del censo, y sera luego la cosa raiz de 60. y tanto sera el numero que buscauamos. Y la experiencia assi lo dize.Porque $\frac{1}{3}$ de R.60.es R.6 $\frac{2}{3}$. y multiplicando R.60.por R.6 $\frac{2}{3}$.haremos R.400. la qual es 20.

58. Partamos 12 en 4 partes proporcionales en continua proporcion,y que sean tales,que la primera y tercera juntas sean 4,y la segunda y quarta juntas,sean 8. Pornemos la primera parte ser 1.co. y diremos por la Regla de 3,si 4 nos dan 8, quanto nos dara 1.co.? y obrando vernan 2.co. por la segunda parte, y sera luego la tercera 4.m̃. 1.co.y la quarta 8 m̃.2.co. Y porque estas partes van ordenadas en continua proporcion,tanto se hara multiplicãdo la primera por la tercera,quãto la segunda por si misma,y porq̃ 1.co.multiplicada por 4.m̃.1.co.haze 4.co.m̃.1.ce. y 2.co. en si, hazen 4.ce. yguales seran por tanto 4.ce.a 4.co. m̃.1.ce. Ygualemos,y resultaran 5.censos yguales a 4.co. que es simple conjugacion. Partiremos pues 4 por 5,y vernan $\frac{4}{5}$ por valor de 1.co y tanto sera la primera parte,y porque la segunda era 2.co. sera por esta cuenta 1 $\frac{3}{5}$. y la tercera sera 3 $\frac{1}{5}$. que es lo que queda sacãdo de 4 el valor de 1.co. y la quarta sera 6 $\frac{2}{5}$,que quedan sacando de 8 el va

lor de 2.co. La razon dela obra que hezimos por Regla de 3, es esta: Que siendo 4 numeros proporcionales, tal proporciõ aura del primero y tercero juntos, para el segundo y quarto juntos, como del primero para el segundo, por la 13 proposicion del quinto libro de Euclides, y pues de la primera parte y tercera juntas para la segunda y quarta juntas, es la proporciõ de 4 para 8, siendo luego la primera 1.co. es necessario que la segũda sea 2 co. Podremos luego sin Algebra, si quisieremos, conoscer todas las partes en este caso, y en los semejantes. Porque ya tenemos sabido por la 13 que en este caso las partes van ordenadas en proporcion dupla, ordenaremos por tanto 3 numeros en continua proporcion dupla, y en las multiplices, como en este caso, sera mejor començar dela vnidad, y seran luego los 3 numeros 1. 2. 4. y diremos entonces por Regla de 3, si primero y tercero que son 5, nos dan 1 por primero, quanto nos dara por primero 4, que es la sũma del primero y tercero en este caso, y porq̃ la vnidad no haze crecer ny menguar la multiplicaciõ, bastara partir 4 por 5, y vernan $\frac{4}{5}$ por valor dela primera parte, y sera luego la segunda el duplo que es 1 $\frac{3}{5}$, y la tercera y quarta tambiẽ seran conoscidas, o cõtinuando la proporcion, o sacando el valor de la primera del valor de la primera y tercera, y el valor dela segunda del valor dela segunda y quarta.

59. Busquemos vn numero que el duplo del y el su quadrado juntos hagan 15. Pornemos este numero ser 1.co. y sera el duplo del. 2.co. y el su quadrado sera 1.ce. y seran luego 2 co. p̃. 1.ce. yguales

les a 15, que es la primera delas compueſtas, y la obra ſera eſta, la mitad del numero delas coſas es 1, que multiplicado en ſi, haze 1, juntandolo con 15, haran 16. cuya raiz es 4. ſacaremos pues de 4 la mitad delas coſas, que es 1, y quedarã 3 por valor dela coſa, y tanto ſera el numero. Y la prueua aſſi lo dize: porque el duplo de 3 es 6, y el quadrado es 9, y todo junto haze 15.

60. Buſquemos vn numero que multiplicado por ſi, y el producto por 3, y juntando eſto con el quadruplo del miſmo numero, toda la sũma ſea 20. Pornemos eſte numero ſer 1.co. q̃ multiplicada en ſi, hara 1 ce. y eſto por 3, hara 3 ce. y juntando con eſto el quadruplo de 1.co. que es 4 co. haran 3 ce p̃.4.co que ſeran yguales a 20. Partiremos todas eſtas quantidades por el numero de los cenſos, que es 3, para que queden reduzidas a 1.ce. y ternemos 1 ce. p̃.1.co. $\frac{1}{3}$ yguales a 6 $\frac{2}{3}$, q̃ es la primera delas compueſtas. La mitad de 1 $\frac{1}{3}$ es $\frac{2}{3}$, que multiplicados en ſi, hazen $\frac{4}{9}$, los quales juntaremos con 6 $\frac{2}{3}$, y haremos 7 $\frac{1}{9}$, cuya raiz es 2 $\frac{2}{3}$, deſtos 2 $\frac{2}{3}$ ſacaremos $\frac{2}{3}$, que es la mitad del numero delas coſas, y quedaran 2 por valor dela coſa, que es el numero que buſcauamos.

61. Buſquemos vn numero que juntando le 4, y multiplicando la sũma por el miſmo numero, hagan 21. Pornemos eſe numero ſer 1.co. juntandole 4, ternemos 1 co. p̃.4. y multiplicãdo eſto por 1.co. haremos 4 co. p̃. 1.ce. yguales a 21, que es la primera delas compueſtas. La mitad del numero delas co. es 2, que multiplicado en ſi, haze 4, a los quales juntaremos 21, y ſeran 25, cuya raiz es 5, ſacaremos deſtos 5 la mitad de 4, q̃ es 2, y queda-

 da-

daran 3 por valor dela cosa,y tanto sera el nume ro que buscauamos.

62. Busquemos vn numero que con 20 haga el su quadrado. Pornemos ese numero ser 1.co.q̃ con 20. hara 1.co. p̃ 20. y porque el quadrado de 1.co.es 1.ce.yguales seran luego 1.co.p̃.20.a1.censo, que es la segunda delas compuestas. La mitad del numero de las cosas es $\frac{1}{2}$, que multiplicado en si,haze $\frac{1}{4}$;y juntandole 20,haremos 20 $\frac{1}{4}$,cuya raiz es 4 $\frac{1}{2}$, con la qual juntaremos $\frac{1}{2}$,que es la mitad delas cosas,y haremos 5,que sera el valor de la cosa,y del numero que buscauamos.

63. Busquemos vn numero que multiplicado por 6,haga tanto como el su quadrado con el numero 8. Pornemos ese numero ser 1.co.q̃ multiplicada por 6, hara 6.co. y el su quadrado sera 1.ce.que con 8 sera 1.ce.p̃.8. Yguales seran luego 6 co.y 1 ce.p̃.8,que es la tercera de las compuestas. La mitad del numero delas cosas es 3,que multiplicado en si, haze 9, destos 9 sacaremos los 8, y quedara 1, cuya raiz es 1, y este 1 sacaremos de 3, y quedaran 2 por valor dela cosa, y tanto sera el numero que buscauamos,o juntaremos 1.con 3, y haremos 4, que tambien puede ser el numero, que buscauamos.

64. Partamos 8 en tales dos partes, que los sus quadrados y la multiplicacion de vna por la otra,todo junto sea 49. Pornemos la vna de las partes ser 1.co. y sera luego la otra 8.m̃.1.co. El quadrado de 1.co.es 1.ce.y el quadrado de 8 m̃.1. co.es 64.p̃.1.ce.m̃.16.co. y la multiplicacion de 1 co.por 8 m̃.1.co.es 8.co.m̃ 1.ce. y todo esto junto es 1.ce.p̃.64.m̃.8.co. que han de ser yguales al nu me-

mero 49. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y quitando lo superfluo, y resultaran 1.ce. p̄. 15. yguales a 8.co. que es la tercera delas cõpuestas, y la obra sera esta. La mitad del numero delas cosas es 4, que multiplicado por si, haze 16, de los quales sacando 15, queda 1, cuya raiz, que es 1 sacando de 4, quedan 3, que sera el valor dela cosa, sera luego la vna parte 3, y la otra, que falta para 8, que es 5. Tambien se podra esto hazer por conjugacion simple, por esta arte: Pornemos la vna parte ser 4.p̄.1 co. y la otra 4.m̄.1.co. El quadrado de 4.p̄.1.co. sera 16.p̄.1.ce.p̄ 8.co. y el quadrado de 4.m̄.1.co. sera 16.p̄.1.ce.m̄.8.co. y la multiplicacion de 4.p̄.1.co. por 4.m̄.1.co. haze 16.m̄.1.ce. y todo esto junto es 48. p̄. 1.ce. que seran yguales a 49. Ygualaremos, y resultaran 1.ce. y la vnidad yguales. Partiremos 1. por 1, y verna 1, por valor del censo, y la su raiz que es 1, sera valor dela cosa, y sera luego vna parte 4. p̄.1. que es 5, y la otra 4.m̄.1. que es 3.

65. Partamos 12 en tales dos partes q̃ la raiz de la vna multiplicada por la raiz dela otra, haga 5. Pornemos la vna parte ser 1.co. y sera luego la otra 12.m̄ 1.co. y las sus raizes seran ℞.1.co. y ℞ 12. m̄ 1.co. y multiplicando la vna por la otra haremos ℞ V.12 co m̄.1 ce. que sera ygual a 5. Ygualaremos multiplicãdo la raiz por si misma, y el numero 5 por si mismo, y haremos 12.co.m̄.1.ce. yguales a 25. y restaurando lo diminuto, resultaran 12 co. yguales a 1.ce p̄ 25. que es la tercera delas compuestas. La mitad delas cosas es 6, que multiplicados en si, hazen 36, delos quales sacãdo 25, quedaran 11. y sacaremos de 6 la raiz de 11, y quedarã

6.m̃.R 11.por valor dela cosa,que sera la vna delas partes, y la otra sera 6.p̃.R.11. Assi que R V.6.m̃. R.11. multiplicada por R V.6.p̃.R 11. hara 5,y la experiencia assi lo dize,porque multiplicando estas dos raizes vna por otra,haremos R 25.Por conjugacion simple,que es menos obra, podremos tambien hazer esto. Porque pornemos q̃ la vna parte es 6.p̃. 1.co. y la otra sera luego 6.m̃. 1.co. y multiplicaremos por tanto R V.6 p̃ 1.co.por R V. 6.m̃.1.co.y haremos R V 36.m̃ 1.ce.q̃ ha de ser ygual a 5, y los sus quadrados tambien seran yguales .s.36.m̃.1.ce.serã yguales a 25. Ygualaremos restaurando lo diminuto,y quedaran 36 yguales a 1.ce. p̃. 25. y sacando lo superfluo,resultarà finalmente 11. yguales a 1.ce. que es simple conjugacion. Partiremos 11 por 1, y vernan los mismos 11 por valor del censo, y sera luego la cosa R. 11.assi que la parte mayor sera 6.p̃.R.11.y la otra sera 6.m̃ R.11.

66. Busquemos dos numeros,que multiplicado el vno por el otro haga 6,y la differẽcia de los quadrados sea 5. Pornemos el menor dellos ser 1.co.y sera luego el mayor $\frac{6}{1.co.}$ q̃ suelen nombrar assi, 6 partidor 1.co. o 6 esimos de co. y los sus quadrados seran 1.ce. y $\frac{36}{1.ce.}$, y porque la differencia delos quadrados ha de ser 5,yguales seran por tanto 1.ce p̃.5. y $\frac{36}{1.ce.}$. Ygualaremos multiplicando en $\frac{1}{1}$, o todo por 1 ce.que es lo mismo,y haremos 1.ce.ce.p̃ 5.ce.yguales a 36,que es conjugacion ꝓporcional a la primera delas compuestas. Vsaremos del censo de censo como si fuese censo,y de los censos como de cosas. Tomaremos pues la mitad del numero delos cẽsos que

que es $2\frac{1}{2}$, que multiplicados en si, haran $6\frac{1}{4}$, y juntado estos $6\frac{1}{4}$ con 36, seran $42\frac{1}{4}$, cuya raiz es $6\frac{1}{2}$, destos $6\frac{1}{2}$ sacaremos $2\frac{1}{2}$, y quedaran 4 por valor del censo, y la raiz que es 2, sera la cosa, y tanto sera el menor numero, y partiremos 6 por 2, porque el quociente que es 3, sera el otro numero. Y lo mismo hallariamos si hiziessemos la posicion sobre 1 ce. Porque pornemos el quadrado del menor numero ser 1.ce. y sera luego el quadrado del mayor 1.ce p̃ 5. y los numeros seran R 1. ce. y R V. 1. ce. p̃. 5. las quales raizes multiplicaremos vna por otra, y haran R V. 1. ce. ce p̃. 5. ce que sera ygual a 6. y los quadrados tambien seran yguales. s. 1. ce ce. p̃. 5. ce. seran yguales a 36, assi como de antes. Y de tal manera podremos hazer la posicion sobre censo, que venga a conjugaciõ simple. Porque pues ha de auer 5 de differẽcia entre los dos quadrados delos numeros q̃ buscamos, pornemos el quadrado del menor ser 1. ce. m̃. $2\frac{1}{2}$, y sera luego el quadrado del mayor 1. ce. p̃. $2\frac{1}{2}$, y las raizes destas dos quãtidades seran los numeros que buscamos, las quales son R V 1. ce. m̃. $2\frac{1}{2}$, y R V. 1. ce p̃. $2\frac{1}{2}$. Multiplicaremos la vna por la otra, y haran R V. 1. ce. ce. m̃ $6\frac{1}{4}$, y esta raiz vniuersal sera ygual a 6, y por tanto multiplicando cada vna destas dos quantidades por si mismas, haran quantidades yguales. s. el quadrado dela raiz vniuersal sera 1. ce. ce. m̃. $6\frac{1}{4}$. y el quadrado de 6, sera 36, y seran entre si yguales estos dos quadrados, y restaurando lo diminuto sera 1. ce. ce. ygual a $42\frac{1}{4}$. y la raiz de 1. ce. ce. que es 1. ce. sera ygual a $6\frac{1}{2}$, q̃ es raiz de $42\frac{1}{4}$, y porque pusimos el quadrado del menor numero ser 1. ce. m̃. $2\frac{1}{2}$, y el censo hallamos

mos ser $6\frac{1}{2}$, sacaremos por tanto $2\frac{1}{2}$ de $6\frac{1}{2}$, y quedaran 4 por valor del quadrado del menor numero, y sera luego el menor numero 2, y porque el quadrado del mayor es 1.ce. p̃. $2\frac{1}{2}$, y el censo vale $6\frac{1}{2}$, juntaremos $2\frac{1}{2}$ con $6\frac{1}{2}$, y haremos 9, y tanto sera el quadrado del mayor, y sera luego el numero mayor 3.

67. Partamos 18. en tales dos partes, que la differencia de las sus raizes sea 2. Pornemos la menor raiz ser 1 co. y sera luego la mayor 1 co. p̃. 2. Multiplicaremos cada vna en si misma, y la primera hara 1 ce. y la otra hara 1 ce. p̃. 4 co. p̃. 4. y estos productos juntos en vna sũma, seran 2 ce. p̃. 4. co. p̃ 4. que seran yguales a 18. Ygualaremos sacando lo superfluo, y quedarã 2 ce. p̃. 4. co. yguales a 14. Partiremos todo por 2. que es el numero delos censos, y ternemos 1 ce. p̃. 2 co. yguales al numero 7. que es la primera delas cõpuestas, y la obra sera esta. La mitad delas cosas es 1. q̃ multiplicado en si, haze 1. y juntandole 7. haremos 8. y R.8. menos 1. sera la menor raiz: y porque esta es excedida de la mayor en 2. sera luego la mayor R.8. y mas 1. y multiplicando en si la menor, haremos 9. m̃. R.32. y multiplicando en si la mayor, haremos 9. p̃. R.32. y estos dos productos juntos hazen 18. Y lo mismo hallaremos, si hizieremos la posicion de manera que vengamos a parar en conjugacion simple. Porque pornemos q̃ la raiz de la menor parte sea 1 co. m̃. 1. y la raiz de la mayor, 1 co. p̃. 1. para que la differencia sea 2. y multiplicaremos cada vna en si, y haremos 1 ce. p̃. 1. m̃. 2 co. y 1 ce. p̃. 1. p̃. 2 co. y juntos en vna sũma estos quadrados, haran 2 ce. p̃. 2. que seran yguales

les

les a 18. Ygualaremos ſacando lo ſuperfluo que es 2. y quedaran finalmente yguales 2 ce. y el numero 16. que es ſimple conjugacion, y partiendo 16. por 2 vernan 8. por valor del cenſo. Y porque puſimos que la raiz menor fueſe 1 co. m̃. 1. y R. 8. es el valor dela coſa, ſera luego la raiz dela menor parte de 18. R. 8. m̃. 1. y la raiz dela mayor parte ſera R. 8. p̃. 1. y aſſi queda la differencia 2. y la menor multiplicada en ſi, haze 9. m̃. R. 32. y la mayor haze 9. p̃. R. 32. y eſtas dos quantidades juntas valen 18.

68. Partamos 10. en tales dos partes, que los ſus quadrados juntos hagan 60. Pornemos la vna parte ſer 1 co. y ſera luego la otra 10. m̃. 1 co. y los quadrados deſtas partes ſeran 1 ce. y 100. p̃. 1. ce. m̃ 20 co. los quales juntos en vna ſũma, hazen 100 p̃. 2 ce. m̃. 20. co. que ſeran yguales a 60. Ygualaremos reſtaurando lo diminuto, y ſacando lo ſuperfluo, y reſultaran finalmente 40 p̃. 2 ce. yguales a 20 co. y partiremos todo por el numero de los cenſos, y ternemos 20. p̃. 1 ce. yguales a 10 co. que es la tercera de las compueſtas, y la obra es eſta: La mitad de 10. es 5. cuyo quadrado es 25. del qual ſacaremos el numero que es 20. y quedaran 5. y ſacando R. 5. de 5. que es la mitad del numero delas coſas, quedan 5. m̃. R. 5. por valor dela coſa, y tanto ſera la primera parte, y la otra ſera lo q̃ falta para 10. que es 5. p̃ R. 5. y la experiencia aſſi lo dize, porque el quadrado de la primera parte es 30. m̃. R. 500. y el quadrado dela otra parte es 30. p̃. R. 500.

Pero por conjugaciõ ſimple es la obra mas ſimple, y mas facil, que es mucho para procurar en

todo

todo discurso demonstratiuo. Pornemos pues q̃ la vna parte de 10. sea 5. m̃. 1 co. y sera luego la otra 5. p̃ 1 co. Multiplicaremos cadavna destas dos partes en si misma, y el quadrado de la menor parte sera 25. p̃. 1. ce. m̃. 10. co. y el quadrado de la mayor sera 25. p̃. 1. ce. p̃. 10. co. que juntos en vna sũma, hazen 50. p̃. 2 ce. que seran yguales a 60. Ygualaremos sacando lo superfluo, que es el numero 50. y quedaran 2 ce. yguales a 10. que es simple conjugacion. Partiremos por tanto 10. por 2. y vernan 5. por valor del censo, y la raiz de 5. sera el valor de la cosa. Y porq̃ pusimos la menor parte ser 5. m̃. 1 co. sera luego 5. m̃. R. 5. y la otra que es 5. p̃. 1 co. sera 5. p̃ R. 5.

Y desta operacion sacaremos regla para sin algebra partir qualquier numero en tales dos partes, que los quadrados desas partes juntos, hagan vn cierto numero dado. Porque multiplicaremos por si misma la mitad del numero q̃ queremos partir, y el producto sacaremos de la mitad del numero que queremos que hagã los dos quadrados, y la raiz de lo que quedare, juntaremos con la mitad del numero q̃ queremos partir, y eso sera la mayor parte, y quitando la misma raiz de la mitad del mismo numero, restara la otra parte. Exemplo: Si queremos partir este numero 10. en tales dos partes, que los sus quadrados hagan. 80. obraremos assi: La mitad de 10. es 5. que multiplicada en si, haze 25. los quales 25. sacaremos de 40. que son la mitad de 80. y quedaran 15. sera por tanto la parte menor 5. m̃. R. 15. y la mayor 5. p̃. R. 15. y la experiencia assi lo dize, porque el quadrado de 5. m̃. R. 15. es 40. m̃. 10.

rai-

raizes de 15.y el quadrado de 5.p̄.R.15. es 40.p̄.10. raizes de 15.los quales quadrados juntos hazē 80.

Y ſabe que los quadrados delas dos partes no pueden hazer sũma tan grande,como es el quadrado de todo el numero que queremos partir, ny pueden hazer sũma menor que la mitad del quadrado del miſmo numero.Queremos deſir,q̃ 10. no ſe puede partir en dos partes, que los ſus quadrados juntos lleguen a 100. ny que hagan menor sũma que 50.

Y ſi nos dixeren,que partamos 10.en tales dos partes,que los ſus quadrados juntos,hagan 60. y q̃ la vna multiplicada por la otra,haga vn cierto numero que nos fuere ſeñalado, no ſeremos obligados a ſatisfazer a entrambas las partes del queſito.Porque ſi los dos quadrados han de hazer la sũma que nos piden, en tal caſo la multiplicacion de vna parte por otra, hara lo que ſaliere. Y ſi la multiplicacion ha de hazer el numero que nos piden, en tal caſo la sũma de los dos quadrados ſera lo que ſaliere, y eſto nos dize la demonſtracion Geometrica.

69. Partamos.8. en tales dos partes, que los quadrados deſas dos partes juntos,hagan mas q̃ el producto de vna parte multiplicada por la otra,por 20. de differencia.Pornemos la vna parte ſer 1 co. y ſera luego la otra 8.m̃.1 co. Multiplicaremos en ſi 1 co.y hara 1 ce.y multiplicaremos en ſi 8.m̃.1 co. y hara 64.p̄.1 ce.m̃. 16 co. y eſtos dos quadrados juntos,haran 64.p̄.2 ce.m̃ 16 co.Multiplicaremos 1 co. por 8.m̃.1 co. y haremos 8 co. m̃.1 ce.y porque eſte producto ha de ſer menor q̃ la sũma de los dos quadrados por 20. de differēcia

cia, juntemos con el dicho producto los 20. y resultaran 8 co. p̃ 20. m̃. 1 ce. yguales a 64. p̃. 2 ce. m̃. 16 co. Ygualaremos restaurando lo diminuto en las cosas y enel censo, y sacando lo superfluo que es 20. y quedaran 24. co. yguales a 44 p̃. 3 ce. que es la tercera conjugacion delas compuestas. Partiremos todo por el numero delos censos, que es 3. y ternemos 8 co. yguales a $14\frac{2}{3}$. p̃ 1 ce. y la obra sera esta: La mitad del numero delas cosas es 4. cuyo quadrado es 16. destos 16. sacaremos $14\frac{2}{3}$. y quedara $1\frac{1}{3}$. y la raiz de $1\frac{1}{3}$. sacaremos de 4. porque lo que quedare sera el valor dela cosa. De manera, que la vna parte sera 4. m̃ R. $1\frac{1}{3}$. y la otra sera 4. p̃ R. $1\frac{1}{3}$. y la experiencia assi lo dize. Porq̃ el quadrado de 4. m̃. R. $1\frac{1}{3}$. es $17\frac{1}{3}$. menos 8. raizes de $1\frac{1}{3}$. y el quadrado de 4. p̃. R. $1\frac{1}{3}$. es $17\frac{1}{3}$. p̃. 8. raizes de $1\frac{1}{3}$. es luego la sum̃a de los dos quadrados $34\frac{2}{3}$. y la multiplicacion de vna parte por la otra es $14\frac{2}{3}$. es luego la differencia 20. Por conjugacion simple podremos tambiẽ hazer esto. Porq̃ pornemos q̃ la parte menor sea 4. m̃. 1 co. y sera luego la mayor 4. p̃ 1 co. y será los sus quadrados 16. p̃. 1 ce. m̃. 8 co. y 16. p̃. 1 ce. p̃ 8. co. los quales juntos seran 32. p̃. 2 ce. y multiplicaremos las partes vna por otra, y hará 16. m̃. 1 ce. juntaremos cõ esto los 20. de differencia, y sera todo 36. m̃. 1 ce. que seran yguales a 32. p̃. 2 ce. que es la sum̃a delos quadrados. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y sacando lo superfluo, y quedaran finalmente 3 ce. yguales a 4. que es simple conjugacion. Partiremos 4. por 3. y la raiz del quociente, que es $1\frac{1}{3}$. sera el valor dela cosa. Assi que la vna parte sera 4. m̃. R. $1\frac{1}{3}$. y la otra sera 4. p̃. R. $1\frac{1}{3}$.

70. Partamos 10. en tales dos partes, q̃ multiplicando la vna por la otra, hagan 20. y esto es lo mismo que partir 10 en tales dos partes, que quede entre ellas R 20 por medio proporcional, porque quãdo tres quantidades son proporcionales, tanto se haze multiplicãdo la primera por la tercera, como la del medio en si misma: y si tanto se haze multiplicando la primera por la tercera, quãto la del medio en si misma, las tres quãtidades son proporcionales. Pongamos pues la vna delas partes de 10 ser 1. co. y sera luego la otra 10. m̃ 1. co Multiplicaremos 1. co. por 10. m̃. 1. co. y haremos 10. co. m̃. 1. ce. que seran yguales a 20. Ygualaremos, y resultaran 10. co. yguales a 20 p̃. 1. ce. que es la tercera delas compuestas. y la obra sera esta: La mitad del numero delas cosas es 5. cuyo quadrado es 25. del qual sacaremos 20. y q̃daran 5. y la raiz destos 5. sacaremos dela mitad delas cosas que es 5 y lo queda sera 5. m̃. R. 5. y este sera el valor dela cosa, y la primera parte, y lo que falta para 10. que es 5. p̃. R. 5. sera la otra parte. Y lo mismo verna obrando por conjugacion simple. porque pornemos la vna parte de 10. ser 5 m̃ 1 co. y sera luego la otra 5 p̃ 1 co. porq̃ no pueden estas partes de 10, ser yguales: porque harian 25, y no 20. Multiplicaremos pues 5 m̃ 1 co. por 5 p̃ 1 co. y haran 25 m̃ 1 ce. que seran yguales a 20. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y sacando lo superfluo, y resultaran 5. yguales a 1 ce. q̃ es simple conjugacion, partiremos por tanto 5, por 1, y vernan 5. y sera luego R 5, el valor de la cosa. Y porque pusimos q̃ vna delas partes fuese 5 m̃ 1 co. y la otra es 5 p̃. 1 co. sera luego la prime-

ra parte 5. m̃. R. 5. y la otra 5. p̃. R. 5. y multiplicando la vna por la otra hazen 25. m̃. 5. que son 20. y desta operacion sacamos la septima Regla. q̃ pusimos enel Cap. delos medios proporcionales.

71. Busquemos dos numeros, que los sus quadrados juntos hagan 30. y multiplicando el vno por el otro hagan 10. Pornemos el vno ser 1 co. y sera luego el otro $\frac{10}{1.\,co.}$. porq̃ este quebrado no es otra cosa sino lo que viene partiendo 10. por 1 co. y pues el vno delos dos numeros siendo multiplicado por el otro ha de hazer 10. partiendo luego 10. por el vno verna el otro. Tomaremos por tanto los sus quadrados, que seran 1 ce. y $\frac{100.}{1.\,ce.}$ juntemos los en vna sũma, y haran $\frac{1.\,ce.\,ce.\,\tilde{p}.\,100.}{1.\,ce.}$ que sera ygual a 30. Multiplicaremos en ✠ estos 30. con $\frac{1.\,ce.\,ce.\,\tilde{p}.\,100.}{1.\,ce.}$ para que venga la ygualacion a enteros, y ternemos 30 ce. yguales a 1 ce. ce. p̃. 100. que es conjugacion proporcional ala tercera delas compuestas. Y la obra sera esta: La mitad del numero delos censos es 15. cuyo quadrado es 225. sacando 100, quedan 125. cuya raiz sacaremos de 15. y lo que quedare sera el valor de 1 ce. assi q̃ 15. m̃. R. 125. sera el censo, y este es el quadrado del primero numero, que pusimos ser 1 co. y porque los dos quadrados han de hazer 30. sera luego el otro quadrado 15 p̃. R. 125. y sera por tanto el primero numero R. V. 15 m̃. R. 125. y el otro sera R. V. 15 p̃. R. 125. Las quales raizes vniuersales multiplicadas la vna por la otra haran R. 100. q̃ es 10.

Y

Y podremos tambien poner, q̃ el vno delos numeros es 1 co. y el ſu quadrado ſera 1 ce. y el quadrado del otro numero ſera luego 30. m̃. 1 ce. y el otro numero ſera R. V. 30. m̃. 1 ce. Multiplicaremos el vno por el otro, y haremos R. V. 30 ce. m̃. 1 ce ce. la qual raiz ſera ygual a 10. y los quadrados deſtas dos quãtidades ſeran yguales, los quales ſon 30 ce. m̃. 1. ce. ce. y el numero 100. y ygualando reſultaran 30 ce. yguales a 100. p̃. 1 ce. como de antes.

Por conjugacion ſimple, obraremos por eſte modo: Manifieſto es, que eſtos dos numeros no pueden ſer yguales, porq̃ ſi fueſen yguales, pues el vno multiplicado por el otro, ha de hazer 10. ſeria luego cadavno dellos R. 10. y en tal caſo los quadrados juntos ſerian 20. y no 30. ſigueſe por tanto que los dos numeros ſon deſiguales, y los ſus quadrados deſiguales. Pornemos pues que el vno delos quadrados es 15 m̃. 1 co. y ſera luego el otro 15. p̃. 1 co. y los dos numeros ſeran R. V. 15. m̃. 1 co. y R. V. 15. p̃. 1 co. Multiplicaremos vna raiz vniuerſal por otra raiz vniuerſal, y haran R. V. 225. m̃. 1 ce. que ſera ygual a 10. ygualaremos multiplicando cada vno por ſi, y haremos 225. m̃. 1. ce. yguales a 100. y reſtaurando lo diminuto, y ſacando lo ſuperfluo, reſultaran 125. yguales a 1 ce. que es ſimple conjugacion. Partiremos 125. por 1. y vernan 125. por valor del cenſo, y R. 125. por valor dela coſa. Y porque puſimos que el vno de los quadrados fueſe 15. m̃. 1 co. y el otro 15. p̃. 1 co. ſeran luego los dos quadrados 15. m̃. R. 125. y 15. p̃. R. 125. y los numeros ſeran R. V. 15. m̃. R. 125. y R. V. 15. p̃. R. 125.

Y podremos obrar por conjugacion ſimple, y

que los numeros sean raizes ligadas, presupuesta la quarta proposicion del segundo libro de Euclides, la qual dize, que si dos numeros se multiplicaren cadavno dellos en si, y el vno por el otro, yguales seran los dos quadrados con el duplo de la multiplicacion del vno por el otro, al quadrado del numero compuesto delos mismos dos numeros. Exemplo, Estos dos numeros 5 y 3. siendo cada vno dellos multiplicado por si, haran los quadrados 25. y 9. y la multiplicacion del vno por el otro, haze 15. y el duplo 30. juntando pues 25. y 9. con 30. haran 64. q̃ es ygual al quadrado del numero 8. el qual consta de 5. y 3. Digamos pues assi enel presente caso, los dos numeros ignotos son tales, q̃ los sus quadrados juntos hazen 30. y la multiplicacion del vno por el otro haze 10. luego el duplo hara 20. y los dos quadrados juntos con 20. haran 50. y tanto sera el quadrado del numero compuesto de los dos, el qual sera R.50. Agora resta partir R.50. en tales dos partes, que la vna multiplicada por la otra haga 10. Lo qual haremos por este modo: Partiremos la R.50. por la mitad, y sera la vna mitad R.12 $\frac{1}{2}$. y manifiesto es, que R.12 $\frac{1}{2}$. multiplicada por R.12 $\frac{1}{2}$. haze 12 $\frac{1}{2}$. y no 10. delo qual se sigue q̃ las partes de R.50. las quales siendo multiplicadas vna por otra hazen 10. no son yguales, sera luego la vna dellas menor q̃ R.12 $\frac{1}{2}$. y la otra mayor que R.12 $\frac{1}{2}$. Pornemos pues que la menor dellas sea R.12 $\frac{1}{2}$. m̃. 1 co. y sera luego la otra R.12 $\frac{1}{2}$. p̃. 1 co. Multiplicaremos R.12 $\frac{1}{2}$. m̃. 1 co. por R.12 $\frac{1}{2}$. p̃. 1 co. y haremos 12 $\frac{1}{2}$. m̃. 1 ce. que seran yguales a 10. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y sacando

do lo superfluo, y resultaran 2 ½. yguales a 1 ce. q̃ es simple conjugacion: y sera luego el valor de la cosa R. 2 ½. y sera la menor parte R.12 ½.m̃.R.2 ½. y la mayor R.12 ½.p̃.R.2 ½. que son raizes ligadas, y estos son los dos numeros que buscauamos. Porque R.12 ½.m̃ R.2 ½.multiplicada en si haze 15 m̃.R. 125. y R.12 ½.p̃ R.2 ½.multiplicada en si haze 15. p̃. R. 125. y estos dos quadrados juntos, hazen 30. y multiplicando R.12 ½.m̃.R.2 ½.por R.12 ½.p̃.R.2 ½.haremos 10. Siguese desto que ligada R.12 ½.p̃.R.2 ½. y R V.15.p̃.R.125.son yguales, porque cada vna dellas siendo multiplicada en si misma haze 15. p̃. R. 125.puesto que la consequencia no vale, y da instancia auemos dado en estas dos quantidades, 3 ce.m̃.4 co. y 4 co. m̃ 3 ce. que cada vna dellas es raiz de 9 ce ce.p̃ 16 ce.m̃ 24 cu.pero no son entre si yguales. Y esto auemos escripto enel cap. primero desta tercera parte, tratando de la ygualacion que se haze en dos quantidades por la ygualacion de las raizes delas mismas quantidades que queremos ygualar.

72. Partamos 10 en tales dos partes, q̃ el quadrado dela parte mayor sea tres vezes mayor que el quadrado dela menor. Pornemos la parte mayor ser 1.co. y sera luego la menor 10. m̃. 1.co. y el quadrado dela mayor 1 ce. y el dela menor 100. p̃ 1. ce. m̃. 20.co. Multiplicaremos por 3 el quadrado dela menor, y haremos 300.p̃.3.ce. m̃. 60.co. y esto sera ygual a 1.ce. que es quadrado dela parte mayor. Ygualaremos restaurãdo lo diminuto, y ternemos 1 ce.p̃.60.co. yguales a 300.p̃.3.ce. y sacando lo superfluo que es 1.ce. resultaran finalmente 60.co. yguales a 300.p̃.2.ce. Partiremos todas estas

quantidades por el numero delos cenſos,y quedaran 30.co.yguales a 150.p̃.1.ce.que es la tercera delas compueſtas, y la obra ſera eſta. La mitad del numero de las coſas es 15, cuyo quadrado es 225,del qual ſacaremos 150,y quedará 75,cuya raiz ſacaremos de 15.y lo q̃ quedare,ſera el valor dela coſa:ſera luego la primera parte que poſimos ſer la mayor 15.m̃.R.75. y la otra que es la menor,ſera lo que queda de 10,lo qual es R.75.m̃.5.Y la experiencia aſſi lo dize,porque el quadrado de 15.m̃.R.75.es 300.m̃.30.raizes de 75.y el quadrado de R.75.m̃ 5.es 100.m̃.10. raizes de 75. y es eſte quadrado la tercia parte del otro.Obrando ſin Algebra viene lo miſmo. Porque pues la proporcion delos quadrados es como de 3 para 1. ſera luego la proporcion delas raizes aſſi como de R.3.para 1,que es R.1. y ſera por tanto dela parte mayor de 10 para la parte menor, aſſi como de R.3.para 1. y la proporcion deſtas dos quantidades juntas R 3.p̃.1. para la menor raiz que es 1, ſera aſſi como la proporciõ del todo numero 10 para la parte menor:y diremos luego por Regla de 3,ſi R 3.p̃.1.nos da 1,quãto nos dara 10 por parte menor? multiplicaremos 10 por 1,y hara 10, y partiremos eſtos 10 por R 3.p̃.1. multiplicando primeramente aſſi los 10 como R 3.p̃.1.por R.3.m̃.1.y verna por partidor.2,y el numero 10 ſera hecho por la tal multiplicacion R 300.m̃.10. Partiendo pues R 300.m̃.10 por 2,verna R 75.m̃.5.y eſta ſera la parte menor,la qual ſacaremos de 10.y quedaran 15.m̃.R.75.por la parte mayor.

73 Buſquemos dos numeros,q̃ los ſus quadrados juntos ſean 34,y que los miſmos dos nu-

 meros

meros juntos en vna sũma con lo q̃ se haze mul tiplicãdo el vno por el otro, hagan 23. Pornemos q̃ los dos numeros juntos son 1.co. y sera luego la multiplicaciõ del vno por el otro 23.m̃.1.co. y el quadrado delos dos numeros juntos sera 1.ce. Y porque por la quarta del segundo libro de Euclides, q̃ muchas vezes en este libro auemos declarado, el quadrado de todo el numero q̃ es cõpuesto de 2 numeros, vale tanto como los dos quadrados de los dos que son sus partes con el duplo de la multiplicacion de vna parte por la otra, y los quadrados delas partes de 1.co. en este caso valen 34. juntaremos por tanto con 34, el duplo de 23.m̃.1.co. que es 46.m̃.2.co. y todo junto, q̃ es 80 m̃.2.co. sera ygual a 1.ce. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y resultaran 80. yguales a 2.co.p̃.1.ce. que es la primera delas compuestas, y la obra sera esta: La mitad del numero delas cosas es 1, cuyo quadrado es 1, y juntãdolo con 80, haremos 81. y la raiz de 81, la qual es 9, sacando della 1, sera el valor dela cosa, que es la sũma de los dos numeros juntos. Agora resta partir ligada raiz de 81.m̃ 1. que es 8, en tales dos partes que los quadrados desas partes hagã 34. lo qual haremos por la Regla q̃ pusimos en el caso 68, y sera la parte menor q̃ el menor numero 1.R.20 $\frac{1}{4}$.m̃.$\frac{1}{2}$.m̃.R V.R.20 $\frac{1}{4}$.m̃.3 $\frac{1}{2}$. y el mayor sera 1.R.20 $\frac{1}{4}$.m̃. $\frac{1}{2}$.p̃.R V.R.20 $\frac{1}{4}$ m̃.3 $\frac{1}{2}$. y porq̃ en este caso son discretas quantidades las raizes y no sordas, hallamos el menor numero ser 3, y el mayor 5, y quadra con la posicion, porque la multiplicaciõ del vno por el otro con los mismos numeros, haze 23, y los quadrados juntos, hazen 34.

74. Busquemos dos numeros, que la multiplicaciõ del vno por el otro, haga 10. y q̃ pueſtos en vna sũma con los ſus quadrados, hagan 36. Pongamos q̃ los dos numeros juntos ſon 1.co. y ſeran luego los ſus quadrados 36 m̃.1.co. y eſtos dos quadrados con el duplo, delo q̃ ſe haze multiplicando el vno por el otro, haran tanto como el quadrado de la sũma de los dos numeros, por la 4 propoſicion del ſegundo libro de Euclides. Juntaremos pues el duplo de 10 que es 20, cõ 36. m̃.1.co. y haremos 56.m̃.1 co. que ſeran yguales a 1.ce. que es el quadrado delos dos numeros juntos: y ſiendo yguala dos reſultarã 1.co.p̃.1.ce. yguales a 56, que es la primera delas compueſtas. y la obra ſera eſta: La mitad de 1, es $\frac{1}{2}$, cuyo quadrado que es $\frac{1}{4}$, juntaremos con 56, y haran 56$\frac{1}{4}$. y de la raiz de 56 $\frac{1}{4}$ ſacaremos $\frac{1}{2}$, y lo que quedarẽ ſera el valor dela coſa. ſon luego los dos numeros juntos R 56 $\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{2}$. Agora reſta partir eſta raiz ligada en tales dos partes, q̃ la vna multiplicada por la otra, haga 10. y eſto haremos commodamente por la 7. Regla delos medios proporcionales, diziendo aſsi: La mitad de R 56 $\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{2}$. es R 14 $\frac{1}{16}$. m̃. $\frac{1}{4}$. y eſta multiplicada en ſi miſma, haze 14 $\frac{1}{8}$. m̃. R 3 $\frac{33}{64}$, y deſto ſacaremos 10, y quedarã 4 $\frac{1}{8}$ m̃. R 3 $\frac{33}{64}$. y ſacando R V. 4 $\frac{1}{8}$. m̃. R 3 $\frac{33}{64}$ de R 14 $\frac{1}{16}$. m̃. $\frac{1}{4}$, ternemos la menor parte, y juntandola ternemos la mayor. Aſsi que el menor numero delos dos que buſcamos es R 14 $\frac{1}{16}$. m̃. $\frac{1}{4}$. m̃. R V. 4 $\frac{1}{8}$. m̃. R 3 $\frac{33}{64}$. y el mayor es R 14 $\frac{1}{16}$. m̃. $\frac{1}{4}$. p̃. R V. 4 $\frac{1}{8}$. m̃. R. 3 $\frac{33}{64}$. y porque en eſte exemplo las raizes ſon diſcretas, podremos entender que el menor es 2, y el mayor es 5, y en la obra dexamos quedar las raizes aſsi co-

como la cuenta lo da, para ser exemplo de quando las raizes no son discretas.

75. Partamos 12 en tales dos partes, q̃ el quadrado dela vna partido por la otra, y el quadrado de la otra partida por la otra, estos dos quocientes sean 18. Pornemos que la vna delas partes es 1 co. y sera luego la otra 12.m̃.1.co. y vno delos quadrados sera 1 ce. y el otro sera 144.p̃.1.ce m̃ 24 co. Partiremos pues 1.ce. por 12 m̃.1.co y sera el quociente $\frac{1.ce.}{12.\tilde{m}.1.co.}$ y partiremos 144.p̃.1.ce.m̃.24 co. por 1.co. y verna $\frac{144.\tilde{p}.1.ce.\tilde{m}.24.co.}{1\ co.}$ y estos .2. quociẽtes juntos en vna sũma serã $\frac{1728.\tilde{p}.36\ ce.\tilde{m}.432.co.}{12.co.\tilde{m}.1.ce.}$ que seran yguales a 18. Ygualaremos multiplicando en ✠, y resultaran 1728. p̃.36 ce. m̃ 432.co. yguales a 216.co.m̃.18.ce. Restauremos lo diminuto y quedaran 1728 p̃ 54.ce. yguales a 648 co. Partiremos todo por el numero delos censos, y ternemos finalmẽte 32.p̃.1.ce. yguales a 12.co. q̃ es la tercera delas cõpuestas, y la obra es esta: La mitad de 12 es 6, que multiplicados en si, hazen 36, de los quales sacaremos 32, y quedaran 4, cuya raiz que es 2 sacaremos de 6, y quedaran 4, que sera la vna parte de 12, y la otra sera 8, y tienen las condiciones sobredichas.

76. Busquemos dos numeros, que el primero con 30 que reciba del segundo, resulte en proporcion superbiparciente tercias, para lo q̃ queda del segundo. Y recibiendo el segundo tanta parte del primero, quanta 30. es, del mismo segundo resultara siete vezes mayor que lo q̃ quedare del primero. Pues el primero ha de resultar en proporcion superbiparciente tercias, para lo

que queda del ſecundo, la qual proporcion es de 5. para 3. Pongamos que es 5 co. antes de auer recebido del ſegundo, y dandole los 30. del ſegũdo, reſultara 5 co. p̃. 30. y porque entonces reſultara en proporcion ſuperbiparciente tercias, para lo que queda del ſegundo, quedaran luego del ſegundo 3 co. p̃. 18. Por lo qual antes de auer dado los 30. era enel principio 3 co. p̃. 48. quando el primero era 5 co. Y porque auemos de dar al ſegundo tal parte delas cinquo coſas, qual parte es el numero 30. del miſmo ſegundo, eſta parte auemos de buſcar por Regla de tres, diziendo aſſi: Si 3 co. p̃. 48. nos dan 30. quanto nos daran 5 co? Multiplicaremos ſegunda quantidad por primera, y partiremos el producto por la primera, y verna $\frac{150\ co.}{3\ co.\tilde{p}.\ 48.}$ y tanto auemos de ſacar delas 5. co. y juntarlo con 3 co. p̃. 48. y quedara luego del primero 5 co. m̃. $\frac{150}{3\ co.\tilde{p}.48.}$ y el ſegunda reſultara 3 co. p̃. 48. p̃. $\frac{150.\ co.}{3\ co.\tilde{p}.\ 48.}$ y eſto que reſulta, ſera ſiete vezes mayor que 5 co. m̃. $\frac{150\ co.}{3\ co.\tilde{p}.48.}$ Multiplicaremos por tanto 5 co. m̃. $\frac{150\ co.}{3\ co.\tilde{p}.\ 48.}$ por 7. y haremos 35 co. menos $\frac{1050\ co.}{3\ co.\tilde{p}.\ 48.}$ que ſeran yguales a 3 co. p̃. 48. p̃. $\frac{150\ co.}{3\ co.\tilde{p}.48.}$ Ygualemos ſacando primeramente las 3 co. de entrambas las partes, y quedaran 48. p̃. $\frac{150\ co.}{3\ co.\tilde{p}.48.}$ yguales a 32 co. m̃. $\frac{1050\ co.}{3.\ co.\tilde{p}.\ 48.}$ Multiplicaremos entrãbas eſtas quãtidades por vn miſmo multiplicador, el qual es 3. co. p̃. 48. q̃

es

ès la ſegũda quãtidad delas dos q̃ buſcamos, y es denominador deſtos quebrados, y haremos primeramẽte multiplicãdo 48 por 3.co p̃.48. denominador del q̃brado, 144.co.p̃.2304. y multiplicãdo $\frac{150.co.}{3.co.\tilde{p}.48.}$ por el denominador miſmo, haremos el numerador 150.co. y ſera luego el producto enteramente 294.co.p̃.2304. Y multiplicãdo 32.co. por 3.co.p̃.48 haremos 96.ce.p̃.1536.co. y multiplicando m̃. $\frac{1050.co.}{3.co.\tilde{p}.48.}$ por 3.co.p̃.48 reſulta el numerador 1050.co. y eſtas 1050.co. auemos de ſacar delos 96.ce p̃ 1536.co. y quedaran 96.ce.p̃.486.co. y es por eſta cuenta todo el producto 96.ce. p̃ 486.co. De manera que 294.co.p̃.2304. ſon yguales a 96.ce.p̃.486.co. por quanto ſon los p̃ductos delas dos quantidades yguales, que fueron multiplicadas por vna miſma quantidad. Sacaremos lo ſuperfluo que es 294.co. y quedarã 2304. yguales a 96 ce.p̃.192.co. y partiremos todo por 96. q̃ es el numero delos cenſos, y quedaran finalmẽte 24. yguales a 1.ce.p̃.2.co. que es la primera de las compueſtas, y la obra ſera eſta: La mitad del numero delas coſas es 1, que multiplicado en ſi, haze 1. y juntandole los 24, haremos 25. y dela raiz que es 5 ſacando 1, quedaran 4 por valor dela coſa: y porque puſimos q̃ el primero numero fueſe 5 coſas, ſera luego 20. y porque el ſegundo era 3. co.p̃.48. ſera por eſta cuenta 60.

77. Buſquemos dos numeros, que recibiendo el primero tal parte del ſegundo, qual 9 es del primero, reſulte el primero mayor que lo que queda del ſegundo por 18 de differencia, y q̃ recibiendo el

el segundo tal parte del primero, qual 10 es del mismo segundo, resulte el segundo mayor que lo que queda del primero por 24 de differencia. Semejante caso pone Fray Lucas en la su Arithmetica, y da razon dela obra, lo q̃ el muchas vezes deuiera de hazer, porque sin fundamentos mal se puede edificar sciencia en los discipulos. Primeramente deuemos de saber que en este caso y semejantes, qualquier de los dos numeros es mayor, despues de auer recebido, que despues de auer dado, y que la differencia es la mitad de la sũma q̃ hazen los dos numeros que son los excessos, que en este caso son 18 y 24, que juntos hazen 42. De manera que el primero numero despues de auer recebido del segũdo, resulta mayor que lo q̃ queda del segũdo, y el excesso es 21. Y assi mismo el segundo despues de auer recebido del primero, resulta mayor que lo que queda del primero, por 21 de differẽcia. La razon desto es muy clara, porque pongamos que los dos numeros juntos primero y segundo enel principio, antes que el vno reciba del otro, sean 1.co. y porque el primero despues de auer recebido del segundo, excede a lo q̃ queda del segũdo por 18. sera luego despues de auer recebido, $\frac{1}{2}$ co.p̃.9. y el segũdo despues de auer dado, quedara $\frac{1}{2}$ co.m̃.9. porq̃ desta manera el excesso es 18, y la sũma dellos es 1.co. Y por la misma arte pongamos que de principio los dos numeros que buscamos son 1.co. y que el segundo recibio del primero, y resulto mayor q̃ lo que queda del primero por 24. sera luego entonces el segundo $\frac{1}{2}$ co. p̃.12. y lo que queda del primero, sera $\frac{1}{2}$ co.m̃.12. Por lo qual pues el primero

mero despues de auer recebido es $\frac{1}{2}$ co p̃.9.y despues de auer dado es $\frac{1}{2}$ co.m̃.12. sera luego 21. la differencia de quando mayor a quando menor, y lo mismo hallaremos enel segundo, porque despues de auer recebido es $\frac{1}{2}$ co p̃.12. y despues de auer dado es.$\frac{1}{2}$.co.m̃.9. y sera luego la differẽcia.21. de quando mayor a quando menor. *Y* deuemos mas de saber, que qual proporcion ay de.9.parte del primero numero para la parte del segundo, la qual el primero recibe, tal aura de la parte del primero la qual el segundo recibe, para.10.parte del mismo segundo.y la demonstracion sera esta: Sea A. la parte del segũdo que el primero recibe, y sea B.la parte del primero que el segundo recibe, y pues.9.es tal parte del primero, qual A.es del segundo, tal proporcion aura luego del primero para.9.qual ay del segundo para A.y permutãdo la proporcion, tal proporcion aura del primero para el segundo, como de.9.para A.Y por la misma razõ, porque tal parte es B.del primero, qual 10. es del segundo, tal proporcion aura del primero para B.como del segundo para.10.y permutando, tal proporciõ aura del primero para el segundo, como de B.para.10. Siendo pues assi, que del primero para el segũdo, es como de.9.para A. y del mismo primero para el mismo segundo, es como de B. para 10. tal proporcion aura luego de 9.para A.como de B.para 10. *Y* porque quando 4. quantidades son proporcionales, tanto se haze multiplicãdo la primera por la quarta, como multiplicando la segunda por la tercera, y la primera que es 9, multiplicada por la quarta, q̃ es 10.haze 90. multiplicando luego A.por B.haremos

remos 90. Y manifiesto es, que A. y B. juntos, son 21. porque A. es la parte del segundo, por la qual crece el primero, y B. es la parte del primero q̃ lo haze diminuir, porque la da al segundo, y son por tanto A. y B. juntos, la differencia q̃ se halla enel primero, de quando mayor a quando menor, la qual auemos demonstrado ser 21. Partiremos luego 21. en tales dos partes, que multiplicando la vna por la otra, hagan 90. Las quales hallaremos por la regla 7. delos medios proporcionales ser 15. y 6. y estos seran A. y B. porque A. es la segunda quantidad, y B. la tercera delas .4. porcionales. Y podremos tomar por A. 15. y por B. 6. y por el contrario, podremos tomar por A. 6. y por B. 15. Es la causa desta election, q̃ de qualquier modo destosdos, tal proporcion aura de .9. para A. como de B. para .10. Pero porque del primero numero que buscamos para el segundo, es como de .9. para A. las proporciones que ha entre los mismos dos numeros primero y segundo, seran differentes, y aura por tanto al quesito dos respuestas, y presupuesta toda esta theorica, començaremos agora a obrar de principio, diziendo assi: Porque las dos differencias son .18. y .24. juntar las emos, y haran .42. cuya mitad es .21. y multiplicaremos .9. parte del primero numero por .10. parte del segundo, y hara .90. y partiremos los .21. en tales dos partes, que la vna multiplicada por la otra hagan .90. y obrando por la regla de los medios proporcionales, hallaremos q̃ son estas dos partes .15. y .6. y conforme ala doctrina que agora auemos traido, la proporcion del primero numero de los dos que buscamos, para el

segun-

ſegundo,ſera como de los.9.parte del miſmo primero numero para.15.que es la parte del ſegundo que recibe el primero, y ſera entonces el primero numero menor que el ſegundo, y porque el queſito tiene dos reſpueſtas,quãdo el primero numero fuere mayor que el ſegũdo,ſera tal proporcion del primero para el ſegũdo,como de.9. parte del primero para 6 parte del ſegundo q̃ recibe el primero. Siguiremos pues entrambas las partes,y primeramẽte pornemos la proporcion del primero para el ſegundo ſer de.9.para.15. y q̃ el primero es.9.co. y el ſegundo.15.co. daremos al primero .15. que es la parte que recibe del ſegundo,y reſultara el primero.9.co.p̃.15.y ſacaremos eſtos 15.del ſegundo,y quedaran del ſegundo 15 co.m̃.15. y porque hecho eſto,la differencia entre el primero y ſegũdo es 18.juntaremos eſtos 18 con 15 co.m̃.15. y haran 15 co.p̃.3. que reſultaran yguales a 9 co.p̃.15.Ygualaremos ſacando lo ſuperfluo , y quedaran 6 co . yguales a 12. que es ſimple conjugacion.Partiremos 12.por 6.y vernan 2. por valor de la coſa . Y porque puſimos el primero ſer 9 co. ſera por tanto 18. y porque el ſegundo puſimos ſer 15 co. ſera por eſta cuenta 30. y quadra con las condiciones q̃ ſon pueſtas enel preſente caſo.Porque 15. es tal parte de los.30.que hallamos ſer el ſegundo,qual.9.es del primero,que hallamos ſer .18. dando luego .15. a los .18. haremos.33. y ſacando.15.de.30. quedaran 15. y ſera por tanto la differencia .18. entre .33. y los .15. que quedan del ſegundo. Iten el numero 6. es tal parte del primero, qual.10.es del ſegundo, daremos pues eſtos.6.al ſegundo, y hara.36.

y ſa-

y ſacaremos los miſmos.6.del primero,y quedar le han.12. y ſera luego la differencia entre.36.y.12. el numero .24. aſſi como ſe pedia.

Para la otra reſpueſta obraremos aſſi : Pornemos la proporcion del primero numero para el ſegundo ſer de .9. para .6. y que el primero es.9. co.y el ſegũdo.6.co. Sacaremos el numero.6.del ſegundo,que es la parte q̃ del recibe el primero, y darlo emos al primero, reſultara luego el primero.9.co.p̃.6. y el ſegundo.6.co m̃.6. y porque hecho eſto,la differencia entre el primero y el ſegundo es.18. juntaremos eſtos.18.con.6.co m̃.6. y haran.6.co p̃.12. que ſeran yguales a.9.co .p̃. 6. Ygualaremos ſacando lo ſuperfluo , y quedaran 6. yguales a.3.co . Partiremos.6. por.3. y vernan 2 . por valor de la coſa . Y por que puſimos el primero numero ſer.9.co. ſera por eſta cuenta.18. y el ſegundo,porque es.6.co. ſera.12. y tambien quadra con lo que ſe pedia. Porque.9.es tal parte del primero,qual.6.es del ſegundo,daremos por tanto eſtos.6. al primero,y ſacarlos emos del ſegundo,y reſultara el primero.24.y el ſegundo.6. y ſera luego la differecia entre.24.y.6.el numero 18. aſſi como ſe pedia. Iten.15.es tal parte del primero,qual.10.es del ſegundo, porque es.$\frac{5}{6}$.el numero.15. del numero.18. y es.$\frac{5}{6}$.el numero. 10.del numero .12. ſacaremos pues. 15 del primero, y quedarle han.3 . y daremos.15. al ſegundo, y reſultara.27.y ſera luego la differencia entre.3.y.27. el numero.24. aſſi como ſe pedia.

78. Partamos.26.en tres partes proporcionales,y que ſean tales,que multiplicãdo la primera por.2.y la ſegunda por.3. y la tercera por.4.todas

das tres partes assi multiplicadas hagan.94.Pornemos la segunda parte ser.1.co.y seran luego las otras dos partes juntas primera con tercera.26.m̃.1.co.y porque quando tres quantidades son proporcionales, tanto se haze multiplicando la primera por la tercera, quanto la segunda en si misma,como por Euclides fue demostrado enel libro.6.por esta causa,porq̃ multiplicando.1 co. que es la segunda,en si misma, haze .1. ce. es necessario que la primera parte por la tercera siendo multiplicadas, tambien hagan.1 ce. y porque la primera y tercera juntas son.26.m̃ 1.co. partiremos estos 26.m̃ 1.co.en tales dos partes,que la vna multiplicada por la otra,haga.1. ce. y vna de las partes sera la primera delas tres,y la otra sera la tercera. Esta particion haremos por la.7.regla de los medios proporcionales, y hallaremos la primera parte ser.13.m̃.$\frac{1}{2}$.co.m̃ R.V.169 m̃ $\frac{1}{4}$.ce.m̃.13.co.y la otra que quadara por tercera,sera.13.m̃.$\frac{1}{2}$.co.p̃. R.V.169.m̃ $\frac{1}{4}$.ce.m̃.13.co. y la segunda,que es.1.co. quedara enel medio, y todas tres juntas hazen .26. Multiplicaremos la primera por .2. y haremos 26.m̃.1.co.menos dos raizes vniuersales de 169.m̃ $\frac{1}{4}$.ce.m̃.13.co.y la segũda por 3,hara 3 co. y la tercera por 4,hara 52.m̃ 2.co.p̃.4.raizes vniuersales de 169.m̃.$\frac{1}{4}$ ce.m̃.13.co.Iuntaremos todas las partes assi multiplicadas,y harã 78.p̃.dos raizes vniuersales de 169.m̃.$\frac{1}{4}$.ce.m̃.13.co.las quales dos raizes valen tanto como R V.676.m.3.ce.m.52.co. Yguales seran luego el numero 94. y 78.p̃.RV.676.m.3.ce.m.52.co. sacaremos los 78 de entrambas las partes,y quedarã 16 yguales a RV.676 m.3,ce.m, 52,co. y multiplicaremos los 16 en si,

y haremos 256, y la raiz vniuersal multiplicada en si, hara 676.m.3 ce m.52.co. Yguales seran luego 256. y 676.m 3.ce.m.52.co. y restaurando lo diminuto, ternemos 256.p̄ 3.ce. p̄.52.co. yguales a 676. sacaremos lo superfluo que es 256, y resultaran 3.ce.p̄ 52.co. yguales a 420. Reduziremos todo a vn censo partiendo todo por 3, y quedaran finalmente 1.ce.p̄.17.co.$\frac{1}{3}$. yguales a 140. que es la primera de las compuestas. y la obra sera esta: La mitad de 17 $\frac{1}{3}$ es 8 $\frac{2}{3}$, que multiplicados en si, hazen 75 $\frac{1}{9}$. los quales juntaremos con 140, y haran 215 $\frac{1}{9}$, cuya raiz es 14 $\frac{2}{3}$. de la qual sacaremos 8$\frac{2}{3}$, y quedaran 6 por valor de la cosa, y tanto sera la segunda parte, y porque todas tres son 26. seran luego 20. la primera con la tercera. Y para que sepamos quanto es cadavna delas por si, partiremos 20 en tales dos partes, que siendo la vna multiplicada por la otra, hagan 36. que es el quadrado dela segunda parte proporcional, y hallaremos ser la vna dellas 2, que sera la primera delas tres, y la otra sera 18. que sera la tercera, y quedan 2. y 6. y 8. en continua proporcion proporcionales, con la condicion sobre dicha, que la primera por 2 multiplicada, y la segunda por 3. y la tercera por 4. hazen todas 94. Y podremos escusar el trabajo de partir los 20. en dos partes, que multiplicadas hagan 36. calculando quanto es la primera, la qual hallamos ser 13.m̃.$\frac{1}{2}$ co.m̃ R.V.169. m̃.$\frac{3}{4}$ ce.m̃.13 co. porque $\frac{3}{4}$ ce. valen 27. y 13 co. valen 78. que son 105. los quales sacaremos de 169. y quedarã 64. cuya raiz es 8, y tanto vale la RV. y estos 8 sacaremos de 13.m̃.$\frac{1}{2}$ co. y quedaran 2 por valor dela primera parte, y sera luego la tercera. 18.

79. Bus-

79. Busquemos dos numeros en proporcion de 4 para 5, que recibiendo el primero tal parte del segũdo, qual parte es 4 del mismo primero, resulte el primero triplo delo que queda del segundo, y que recibiendo el segundo tal parte del primero, qual 5 es del mismo segundo, resulte el segũdo quadruplo delo que queda del primero. Pues la proporcion del primero para el segundo es como de 4 para 5, pornemos el primero ser 4 co. y sera luego el segundo 5 co. y sera por esta causa tal parte 4 del primero, qual 5 es del segundo, porque si 4 co. dan 4, es necessario que 5 co. dan 5. Quitaremos 5 delas 5 co. y darlo emos a las 4 co. resultara luego el primero 4.co.p̃.5. y del segundo quedaran 5.co.m̃.5. y ternan proporciõ tripla 4.co.p̃.5. para 5.co.m̃.5. y multiplicando 5 co.m̃.5. por 3, haremos 15.co m̃.15. yguales a 4.co. p̃.5. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y sacando lo superfluo, y resultaran finalmẽte 20. yguales a 11.co. que es simple conjugacion: partiremos pues 20 por 11, y verna 1 $\frac{9}{11}$ por valor de la cosa. y porq̃ el primero es 4 co. multiplicaremos 1 $\frac{9}{11}$ por 4, y haremos 7 $\frac{3}{11}$, y tanto sera el primero, y juntos 1 $\frac{9}{11}$ valor de 1.co. con estos 7 $\frac{3}{11}$, haremos 9 $\frac{1}{11}$, y tanto sera el segundo, y tienen estos dos numeros las condiciones sobredichas. Porque dando al primero 5, haremos 12 $\frac{3}{11}$, y quitãdo los del segundo, restaran 4 $\frac{1}{11}$. y manifiesto es, q̃ 12 $\frac{3}{11}$ son triplo de 4 $\frac{1}{11}$. Iten, dando al segundo 4, resultara 13 $\frac{1}{11}$. y quitando 4 del primero, quedaran 3 $\frac{3}{11}$. y manifiesto es, que 13 $\frac{1}{11}$, son quadruplo de 3 $\frac{3}{11}$. Este caso tratamos simplemente, sin que el segundo numero, que posimos ser 5.co. recebiesse

del primero,porq̃ en aquel exemplo no fue necessario. Pero en otros casos no sera bastante el discurso que hezimos,porq̃ si pusieramos por condicion, que recibiendo el segundo tal parte del primero qual 5 es del mismo segundo, resultase mayor que lo q̃ queda del primero en otra qual quier proporcion que no sea quadrupla,no haziendo mas discurso que el que hezimos,verniã los mismos numeros q̃ auemos hallado,los quales no podrian responder al caso que se propuso, y pornemos por tanto otro caso con mas discursos,y quedara Regla general. Busquemos dos numeros en proporcion de 4 para 5,que recibiendo el primero tal parte del segundo , qual 32 es del mismo primero,resulte el primero duplo delo q̃ resta del segũdo,y que recibiendo el segundo tal parte del primero qual 75 es del mismo segũdo, resulte el segundo octuplo delo que resta del primero. Pornemos el primero ser 4 co. y sera luego el segundo 5 co. y diremos por Regla de 3, si 4. co. nos dan 32 por parte suya,quãto nos dara 5. co. por semejante parte? multiplicãdo y partiendo, vernan 40. Daremos por tanto 40 a las 4 co. y quitaremos 40 delas 5. co. y seran 4. co. p̃. 40. duplo de 5. co. m̃. 40. Y diremos por Regla de 3, si 5. co. nos dan parte suya 75,quãto nos dara 4 co. por semejante parte? multiplicando y partiendo vernan 60. Daremos luego 60 a las 5 co. y quitaremos 60 delas 4 co. y resultaran 5. co p̃. 60. octuplo de 4. co. m̃. 60. Y porq̃ 4. co. p̃ 40. tienen proporcion dupla para las 5. co. m̃. 40. y la otra proporcion es octupla,cõuiene ygualar las proporciones,y esto se hara,o haziẽdo crescer la menor, o di-

o diminuiendo la mayor. La mayor ꝓporcion se diminuie o haziendo mayor el consequēte, o haziendo menor el antecedente, y la menor proporcion se augmenta, o haziendo menor el consequente, o haziendo mayor el antecedente: y todo este se entiende en las proporciones de mayor desigualdad, porq̃ en las de menor desigualdad todo va por el contrario. Y para que facilmente obremos, si q̃remos hazer crescer la menor, multiplicaremos el consequēte desa proporcion menor por la denominacion de la mayor, y el producto sera el antecedente dela ꝓporcion engendrada, que es ygual a la mayor. Esto es Regla general; pero en este caso nuestro es la obra muy mas facil por otro modo. Nos queremos hallar quantidad que tenga ꝓporciō octupla para 5.co. m̄.40. assi como la tiene 5.co p̄.60 para 4.co m̄.60. y porque 4.cō p̄.40. tienen para 5.co.m̄.40. proporcion dupla, multiplicaremos estas 4.co p̄ 40. por 4. y haremos 16.co.p̄.160. que necessariamēte ternan proporcion octupla para 5.co m̄.40. porq̃ el quadruplo del duplo es octuplo del simplo. Tal ꝓporciō aura luego de 16.co.p̄.160. para 5.co. m̄.40. qual ay de 5.co.p̄.60. para 4.co.m̄.60. Y porq̃ quādo quatro quantidades son ꝓporcionales, la primera para la segūda, assi como la tercera para la quarta, tanto se haze multiplicando la primera por la quarta, como la segunda por la tercera; multiplicaremos la primera por la quarta, y haran 64.ce.m̄ 320.co m̄.9600. y multiplicaremos la segunda por la tercera, y haran 25.ce.p̄.100.co.m̄. 2400. y estos dos productos seran yguales. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y sacando lo

ſuperfluo, y quedaran finalmente 420.co.p̄.7200. yguales a 39.ce.y partiendo todo por el numero delos cenſos, reſultarã 10.co.$\frac{10}{13}$.p̄.184 $\frac{8}{13}$. yguales a vn cenſo. que es la tercera delas cõpueſtas. y la obra ſera eſta: La mitad de las coſas es 5 $\frac{5}{13}$. cuyo quadrado es 28 $\frac{168}{169}$. con el juntaremos el numero 184 $\frac{8}{13}$. el qual quebrado vale tanto como $\frac{104}{169}$. y ſera la sũma dellos 213$\frac{103}{169}$. cuya raiz es 14$\frac{8}{13}$. la qual juntaremos con 5 $\frac{5}{13}$, que es la mitad del numero delas coſas, y haran 20, y tanto ſera el valor dela coſa. Y porque el primero numero puſimos ſer 4 co. ſera por eſta cuenta 80, y el ſegundo numero, que es 5.co. ſera 100. y la experiencia aſſi lo dize: porque 32 ſon $\frac{2}{5}$ de 80, y 40 ſon $\frac{2}{5}$ de 100, recebiendo pues 40, los 80 reſultan 120, y quitãdo de los 100 el numero 40, quedan le 60, y aſſi reſulta el primero duplo delo q̃ queda del ſegundo. Iten, 75 ſon $\frac{3}{4}$ de 100. y 60 ſon $\frac{3}{4}$ de 80, recebiendo pues 60, los 100. reſultan 160. y ſacando 60 delos 80, quedan 20. y quedã por tanto los 160 en proporcion octupla con los 20.

80. Partamos 26 en tres partes proporcionales, y que ſean tales que la primera, que es la menor, ſiendo multiplicada por 3. y la ſegunda por 5, ſea la sũma dellas ygual a la tercera multiplicada por 2. Pornemos la ſegunda parte ſer 2.co. y ſeran luego la primera y tercera juntas 26 . m̃. 2. co. Partiremos pues eſtos 26.m̃.2 co. en tales dos partes, que multiplicando la vna por la otra, hagan tanto como 2 co. en ſi, que ſon 4.ce. para que quede la ſegunda parte que es 2 co . por medio proporcional entre las dos partes de 26. m̃.2 co.

y eſto

y esto haremos por la 7 Regla de los medios proporcionales por esta arte: La mitad de 26.m̃ 2. co. es 13 m̃ 1 co. cuyo quadrado es 169 p̃.1 ce. m̃. 26 co. del qual sacaremos los 4 ce. y quedarã 169. m̃. 3. ce. m̃ 26 co. cuya raiz vniuersal juntaremos con 13. m̃. 1 co. y ternemos la tercera parte proporcional, que es la mayor de 26. m̃. 2 co. y sacar la emos delos 13 m̃ 1 co. y ternemos la primera q̃ es la menor. Assi que la primera parte proporcional sera 13. m̃ 1 co. m̃. R. V. 169. m̃. 3 ce. m̃. 26. co. y la segunda sera 2 co. y la tercera 13. m̃. 1 co. p̃. R. V. 169. m̃ 3 ce. m̃. 26 co. Multiplicaremos pues la primera por 3. y hara 39. m̃ 3 co. m̃. tres raizes vniuersales de 169. m̃. 3 ce. m̃ 26 co. y esto juntaremos con 10 co. que tanto es la segunda multiplicada por 5. y haran 39. p̃. 7 co. m̃. tres raizes vniuersales de 169. m̃ 3 ce. m̃. 26 co. y esta sũma ha de ser ygual ala tercera parte multiplicada por 2. la qual es 26 m̃. 2 co. p̃. dos raizes vniuersales de 169. m̃. 3 ce. m̃. 26 co. Ygualaremos restaurando lo diminuto en las 2 co. y ternemos 39 p̃. 9. co. m̃ tres raizes vniuersales de 169 m̃ 3 ce. m̃ 26 co. yguales a 26. p̃. dos raizes vniuersales de 169. m̃. 3. ce. m̃. 26. co. y restaurando lo diminuto en las raizes, ternemos 39 p̃. 9. co. yguales a 26. p̃. 5. raizes vniuersales de 169. m. 3. ce m. 26. co. Multiplicaremos pues la raiz vniuersal por 5, y hara R V. 4225. m̃. 75. ce. m̃ 650. co. yguales seran por tanto 39 p̃. 9 co. y 26. p̃. R V. 4225 m̃. 75. ce. m̃. 650. co. y sacaremos lo superfluo, que es 26, y quedaran finalmente yguales 13. p̃. 9. co. y R V. 4225. m̃ 75 ce. m̃. 650. co. y los sus quadrados tambiẽ seran yguales, y es el quadrado de 13. p̃ 9. co. el numero 169 p̃ 81. ce. p̃. 234. co.

y el quadrado dela raiz vniuersal es 4225. m̃. 75. ce.m̃ 650 co. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y sacando lo superfluo, y resultaran 156.ce.p̃. 884.co. yguales a 4056. Partiremos todo por el numero delos censos, que es 156, y ternemos 1.ce. p̃.5.co. $\frac{2}{3}$, yguales a 26, q̃ es la primera delas compuestas, y la obra sera esta. La mitad de 5 $\frac{2}{3}$ es 2 $\frac{5}{6}$, que multiplicados en si, hazen 8 $\frac{1}{36}$ los quales juntaremos con 26, y haran 34 $\frac{1}{36}$, cuya raiz es 5 $\frac{5}{6}$, de la qual sacaremos 2 $\frac{5}{6}$, y quedaran 3 por valor de la cosa, y porque la segũda parte era 2.co. sera por esta cuenta 6, y la primera y tercera juntas, seran lo que queda de 26, que es 20. Partiremos pues 20 en tales dos partes, que multiplicando la vna por la otra, hagan 36, que es el quadrado dela segunda parte, y hallaremos por su Regla, q̃ la menor es 2, y esta sera la primera. y la otra sera 8, q̃ sera la tercera parte de las tres, en las quales es partido el numero 26, y lo mismo podremos saber calculando el valor de la primera parte, la qual era 13.m̃.1.co.m̃.R V.169.m̃.3.ce.m̃ 26.co. que por quanto el valor dela cosa es sabido, la primera parte sera conoscida, y la tercera tambien sera conoscida.

81. Partamos 12 en tres partes proporcionales, y que sean tales que los sus quadrados juntos, hagan 96. Pornemos que la segunda parte es 2.co. y seran luego la primera y tercera juntas 12. m̃.2.co. y porque la segunda multiplicada en si, haze 4.ce. partiremos 12 m̃.2.co. en tales dos partes que la vna multiplicada por la otra, hagan 4 ce. para q̃ queden todas tres en vna misma proporcion continuadas. Y esto se hara por la 7. Regla

gla delos medios proporcionales, diziendo assi: La mitad de 12.m̃.2.co. es 6.m̃.1.co, cuyo quadrado es 36.p̃ 1.ce.m̃.12.co.del qual sacaremos 4.ce. y quedaran 36.m̃.3.ce.m̃.12.co.y por tanto 6.m̃.1.co. m̃.R V.36.m̃.3.ce m̃.12 co. sera la primera parte, y la otra que es la tercera de las tres proporcionales, sera 6.m̃.1.co.p̃.R V.36.m̃.3.ce.m̃.12.co.Sera luego el quadrado dela primera parte 36. p̃.1.ce.m̃.12.co.p̃.36.m̃.3.ce.m̃.12.co. menos dos multiplicaciones de 6.m̃.1.co. por R V.36.m.3.ce.m.12.co. y el quadrado dela segunda parte es 4.ce. y el quadrado dela tercera parte sera 36. p̃.1.ce. m.12.co.p̃. 36.m.3.ce.m.12 co.p̃.dos multiplicaciones de 6.m. 1.co. por R V.36.m.3.ce.m.12.co.y la sũma de todos estos quadrados es 144 m. 48.co. y quedan de fuera desta sũma las multiplicaciones de.6.m. 1.co.por R V.36.m. 3.ce. m.12.co. porque las dos dellas son declaradas por p̃.y las dos por m.Ternemos luego por esta cuenta 144.m.48.co.yguales a 96. Ygualaremos,y quedaran finalmente 48. yguales a 48.co.Partiremos 48 por 48,y verna 1 por valor dela cosa : y sera luego la segũda parte 2, cuyo quadrado sera 4. Sacaremos los 2 de 12, y quedaran 10 por valor dela primera parte y tercera: partiremos por tanto estos 10 en tales dos partes que la vna multiplicada por la otra, haga 10,y sera la menor dellas 5.m.R.21.que sera la primera parte delas tres proporcionales,y la otra, q̃ es la tercera, sera 5.p̃ R.21.y lo mismo hallaremos calculádo, porque la primera parte era 6.m.1.co. m.R V.36.m 3.ce m.12.co.y pues el valor dela cosa es conoscido,el valor delas partes sera conoscido. Y que las partes de 12 sean estas, la experien-

cia lo dize, porque multiplicando 5 m.R.21. por 5. p̃.R.21, haremos 25.m.21. que es 4, y tanto haze la segunda multiplicada en si, por lo qual queda claro que son proporcionales. Y que los quadrados de las partes todos en vna sũma hagã 96, es muy claro, porque el quadrado de 5.m.R.21. es 25 p̃.21. que son 46 menos dos multiplicaciones de 5. por R.21. y el quadrado de 5. p̃.R 21 es 46. p̃. dos multiplicaciones de 5 por R. 21. y el quadrado de la segunda parte es 4, que todo junto, haze 96.

Y desta obra hecha por Algebra podremos coligir Regla, para sin Algebra en semejantes casos conoscer la segunda parte. Exemplo en este mismo caso: Multiplicaremos en si mismo el numero que queremos partir, el qual es 12, y hara 144, y destos 144 sacaremos la sũma delos quadrados, la qual es 96, y quedaran 48. y la mitad que es 24 partiremos por el mismo numero 12, y vernan 2, que sera la segunda parte. Otro exemplo: Sea el numero 14 partido en tales 3 partes proporcionales, que los sus quadrados juntos hagan 84. Multiplicaremos en si 14, y hara 196. destos 196 sacaremos los 84, y quedaran 112, cuya mitad, que es 56 partiremos, por 14, y vernan 4, que seran la segunda parte: y las otras dos partes muy facilmente podrã ser conoscidas. Porque partiremos los 10, que faltan para 14, en tales dos partes que la vna multiplicada por la otra, haga tanto como el quadrado dela segunda, el qual es 16, y obrando por la 7. Regla delos medios proprocionales, hallaremos que la vna, que es la primera delas tres, es 2, y la otra, que es la tercera, es 8. Otro exemplo: Sea el numero 19 partido en tales tres partes pro-

proporcionales, que los sus quadrados juntos hagan 133. Diremos assi: El quadrado de 19 es 361, del qual sacaremos los 133. y quedaran 228. cuya mitad es 114, el qual numero 114 partiremos por 19, y vernã 6 por la segũda parte. Y para conoscer las otras dos, primera y tercera, porq̃ el numero q̃ queda de 19 es 13, partirlo emos en tales partes que la vna multiplicada por la otra, haga 36, que es el quadrado dela segunda, y hallaremos que la vna es 4, y la otra es 9. son luego las tres partes 4. y 6. y 9 las quales son proporcionales en proporcion sesquialtera, la tercera para la segunda, y la segunda para la primera, y todas juntas son 19, y los sus quadrados son 133.

82. Busquemos dos numeros que tanto hagan juntos en vna sũma, como multiplicados el vno por el otro, y que los sus quadrados, y los mismos numeros todo junto, sea 90. Pornemos que los dos numeros que buscamos juntos, sean 1.co. y pues tanto han de hazer juntos como multiplicados vno por otro, partiremos 1 co. por la 7. Regla delos medios ꝓporcionales en tales dos partes que la vna multiplicada por la otra, haga 1.co. y la obra sera esta: la mitad de 1 co. multiplicada en si, hara $\frac{1}{4}$ ce. deste $\frac{1}{4}$ ce. sacaremos 1.co. y quedara $\frac{1}{4}$ ce. m. 1.co. y sera luego la parte mayor $\frac{1}{2}$.co. p̃. ℞ v. $\frac{1}{4}$ ce.m.1.co. y la menor sera $\frac{1}{2}$ co.m.℞ v. $\frac{1}{4}$ ce.m.1.co. El quadrado desta parte menor, sera $\frac{1}{4}$ ce p̃. $\frac{1}{4}$ ce.m 1.co. menos dos multiplicaciones de $\frac{1}{2}$ co. por ℞ v. $\frac{1}{4}$ ce.m.1 co. y el quadrado dela mayor sera $\frac{1}{4}$ ce. p̃. $\frac{1}{4}$ ce.m.1.co. y mas dos multiplicaciones de $\frac{1}{2}$ co. por ℞ v. $\frac{1}{4}$ ce.m.1 co. y porque las multiplicaciones, que se hazen por las raizes vni-

uer-

uersales, porque las vnas deshazen las otras, quedan de fuera dela súma, seran luego los dos quadrados juntos 1.ce.m.2.co. y juntando les 1.co. q̃ es lo que valen los dos numeros juntos, haran 1.ce.m.1.co. y esto sera ygual a 90. Ygualaremos, y ternemos finalmente 90.p̃.1.co. yguales a 1.ce. q̃ es la segũda delas compuestas. y la obra sera esta: La mitad de 1 es $\frac{1}{2}$, cuyo quadrado es $\frac{1}{4}$, que con los 90, harã $90\frac{1}{4}$, cuya raiz, que es $9\frac{1}{2}$, juntaremos con la mitad delas cosas, que es $\frac{1}{2}$, y haremos 10, q̃ sera el valor dela cosa, y los dos numeros juntos, y porque todo junto era 90. sera luego el valor de los dos quadrados 80. y quanto sea cada vno delos dos numeros por si, saberemos calculando. Porq̃ el numero mayor es $\frac{1}{2}$ co. p̃.RV. $\frac{1}{4}$ ce. m̃.1.co. y sera luego el quadrado dela raiz vniuersal $\frac{1}{4}$.ce.m̃.1.co. y porque el censo vale 100, el valor de $\frac{1}{4}$ ce. sera 25. del qual sacaremos 10, que es el va lor de 1.co. y quedaran 15 por el valor del dicho quadrado, y la su raiz sera por esta cuenta R.15. y porque $\frac{1}{2}$ co. vale 5. sera luego la parte mayor de 10, que es el vno delos dos numeros 5.p̃.R.15. y el menor 5.m̃.R.15. que juntos hazen.10. y multiplicados tambien hazen.10. porque hazen.25.m̃.15: y el quadrado de.5.p̃.R.15.es.40.p̃.R.1500. y el qua drado de.5.m̃.R.15.es.40.m̃.R.1500. y juntos hazẽ 80. que con los.10: que es el valor de los dos numeros, hazen.90.

83. Partamos.60. en.4.partes proporcionales en continua proporcion, por tal modo q̃ la primera y segunda juntas sean.6.y la tercera y quar ta juntas sean.54. Manifiesto es, que si de la primera para la segunda es tal proporciõ, como de

la

la tercera para la quarta, ſera luego permutando la proporcion, tal proporcion de la primera para la tercera, como dela ſegunda para la quarta, y por la propoſicion 13. del quinto libro de Euclides de la primera y ſegunda juntas para la tercera y quarta juntas, ſera tal proporcion como dela primera para la tercera. Pōgamos pues la primera parte ſer 1 co. y diremos por regla de tres, ſi 6 primera y ſegunda nos dan 54. que ſon la tercera y quarta, quanto nos dara 1 co? y multiplicando y partiendo vernan 9 co. que ſeran la tercera parte, y ſera luego la quarta. 54. m̃. 9. co. y la ſegunda. 6 m̃. 1. co. Y porque eſtas. 4. quantidades ſon proporcionales en continua proporcion, tanto haremos multiplicando la primera por la tercera, como la ſegunda en ſi miſma. Y porque la primera por la tercera hazen. 9. ce. y la ſegunda multiplicada por ſi miſma haze. 36. p̃. 1. ce. m̃. 12. co. yguales ſeran por tanto. 9. ce. a. 36. p̃. 1. ce. m̃. 12. co. Ygualaremos, y reſultaran finalmēte. 8. ce. p̃. 12. co. yguales a. 36. que es la primera delas compueſtas. Partiremos primeramente todas eſtas quantidades por. 8. que es el numero de los cenſos, y quedarã. 1. ce. p̃. 1. co. $\frac{1}{2}$. yguales a. $4\frac{1}{2}$. y la obra ſera eſta: La mitad del numero de las coſas es. $\frac{3}{4}$. cuyo quadrado es. $\frac{9}{16}$. los quales juntaremos con. $4\frac{1}{2}$. y haran. $5\frac{1}{16}$. cuya raiz es. $2\frac{1}{4}$. dela qual raiz ſacaremos $\frac{3}{4}$. y quedaran. $1\frac{1}{2}$. por valor de la coſa. Sera luego la primera parte. $1\frac{1}{2}$. y la ſegunda. $4\frac{1}{2}$. y la tercera 9. vezes. $1\frac{1}{2}$. que ſon. $13\frac{1}{2}$. y porque la tercera con la quarta hazen. 54. ſera luego la quarta. $40\frac{1}{2}$.

Tambien ſe puede ſaber eſto por los miſmos fundamentos, y ſin Algebra. Porque tomaremos vn

vn numero que tenga para la vnidad tal propor ciõ como 54. para 6. y sera 9. y tomaremos la raiz de 9. la qual es 3. y diremos por regla de tres, si 3 y 1. que son 4. me dan 1. quanto dara el numero 6? y multiplicando y partiendo, hallaremos q̃ dara $1\frac{1}{2}$. que sera la primera parte, y sera luego la segunda. $4\frac{1}{2}$ y diremos por Regla de tres, si. $1\frac{1}{2}$. nos dan $4\frac{1}{2}$. quãto nos daran. $4\frac{1}{2}$? y vernan. $13\frac{1}{2}$ y tanto sera la tercera parte. La quarta sera lo que resta de. 54. que es. $40\frac{1}{2}$. La razon desta obra es, que pues de la tercera y quarta juntas para la primera y segunda juntas, es la proporcion de. 54. para. 6. y de la tercera y quarta para la primera y tercera, es como de la tercera para la primera, sera luego de la tercera para la primera a si como de 54. para. 6. que es de. 9. para. 1. y porque la raiz de. 9 que es. 3. es media proporcional entre 9. y. 1. y la segunda parte es tambien media proporcional entre la tercera parte y la primera, porque la proporcion es continua, luego tal proporcion aura de la segunda para la primera, qual ay de. 3. para. 1. y de la segunda y primera juntas para la primera, sera como de 3. y. 1. juntos para. 1. y porq̃ la segunda y primera juntas son. 6. diremos por Regla de tres, si 4. nos dan 1. quanto nos daran. 6? multiplicando y partiendo vernan. $1\frac{1}{2}$. por parte primera.

84. Partamos. 80. en. 4. partes proporcionales en continua proporcion, y que sean tales, que la segunda parte con la tercera juntas, sean. 24. y la primera y quarta juntas sean. 56. Manifiesto es, q̃ siendo tal la proporcion de la primera para la segunda, como de la segũda para la tercera, sera por la. 13. del quinto libro de Euclides tal proporcion

de

de la primera y ſegunda juntas,para la ſegunda y tercera juntas,como de la primera para la ſegunda. Itẽ,porque ſiendo tal la proporcion de la tercera parte para la ſegũda,como de la quarta para la tercera,ſera por la miſma razõ tal proporcion de la tercera y quarta juntas,para la ſegunda y tercera juntas,como de la tercera para la ſegunda,y diremos luego aſſi: De la primera parte y ſegunda juntas,como vn ſolo termino y primero,para la ſegunda parte y tercera juntas,como ſegundo termino,es tal la proporcion como dela primera parte como tercero termino,para la ſegũda parte como quarto termino, y de la tercera parte y quarta juntas, quinto termino, para la ſegunda parte y tercera juntas,ſegundo termino,es como dela tercera parte ſexto termino,para la ſegunda parte quarto termino. Luego tal ſera la proporcion de la primera parte, y ſegunda, y tercera, y quarta juntas, que ſon primero y quinto termino juntos, para la ſegunda y tercera juntas, que ſon el ſegundo termino,como dela primera parte y tercera juntas,q̃ ſon tercero termino y ſexto juntos,para la ſegũda parte,que es el quarto termino. Eſto ſe prueua por la propoſicion 24 del quinto libro de Euclides, la qual dize, que ſi del primero para el ſegundo fuere tal la proporciõ, como del tercero para el quarto,y del quinto para el ſegundo, fuere tal la proporcion como del ſexto para el quarto, tal ſera la proporcion del primero y quinto juntos para el ſegundo,como del tercero y ſexto juntos para el quarto. Siendo pues aſſi demonſtrado,q̃ de 4 quantidades ꝓporcionales en continua proporcion,tienen todas 4 jun-

juntas tal proporcion para la ſegunda con la tercera, como dela primera con la tercera para la ſegunda, pornemos la ſegũda parte ſer 1 co. y pues la ſegunda con la tercera juntas, ſon 24. ſera luego la tercera 24. m̃. 1 co. Y para conoſcermos las otras diremos aſſi: Si 24. que ſon ſegunda y tercera, nos dan 80. que ſon todas 4. partes juntas, 1. co. q̃ es la ſegunda, quanto nos dara por valor de primera con tercera: y obrando por la Regla de tres, vernan 3. co. $\frac{1}{5}$. Deſtas 3. co. $\frac{1}{5}$, que valen primera y tercera, ſacaremos 24. m̃. 1. co. que vale la tercera ſola, y quedaran 4. co $\frac{1}{5}$. m̃. 20. que ſera el valor dela primera. Y porque eſtas quantidades van todas ordenadas en continua proporcion, tanto ſe hara multiplicãdo la primera por la tercera, como la ſegunda por ſi miſma. Multiplicaremos pues 4. co. $\frac{1}{5}$. m̃. 24. que es valor dela primera por 24. m̃. 1 co. que es valor dela tercera, y haran 128 co. m̃. 576. m̃. 4 ce $\frac{1}{5}$. que ſeran yguales alo que haze la ſegunda multiplicada por ſi miſma q̃ es 1 ce. porque puſimos la ſegunda ſer 1 co. Ygualaremos reſtaurãdo lo diminuto, y reſultaran 128. co. yguales a 576. p̃. 5 ce. $\frac{1}{5}$. Partiremos todo por 5 $\frac{1}{5}$. y ternemos finalmnnte 24 co. yguales a 108. p̃. 1 ce. q̃ es la tercera delas compueſtas, y la obra ſera eſta. La mitad de 24. es 12. cuyo quadrado es 144. deſtos 144 ſacaremos 108. y q̃dará 36. cuya raiz es 6. y ſacando eſtos 6. de 12. quedaran 6. y tanto ſera el valor dela coſa, que es la ſegunda parte, y la tercera, que era 24. m̃ 1. co. ſera. 18, y tanto queda tambien ſacando de 24 que ſon ſegunda y tercera, el valor dela ſegũda. y porque la primera era 4. co. $\frac{1}{5}$. m̃. 24. ſacaremos de 26, que valen 4. co. $\frac{1}{5}$.

los

los 24.y quedarã 2.por valor dela primera, y ſera luego la quarta 54. porque la primera y quarta juntas ſon 56.y quedan todas ordenadas en cõtinua proporcion tripla, y todas juntas ſon. 80. Deſta operacion coligimos eſta Regla: Partiremos 80. por 24. y vernan $3\frac{1}{3}$. juntemos les 2. y ſeran $5\frac{1}{3}$. el quadrado de 24.es 576. que partido por $5\frac{1}{3}$. vienen 108. Y diremos aſſi: La mitad de 24.es 12.cuyo quadrado es 144.y ſacando del 108. quedan 36. cuya raiz,q̃ es 6, ſacando de 12, quedan 6. por ſegunda parte, la qual ſacaremos de 24.y quedaran 18. por la tercera. Con $3\frac{1}{3}$ juntemos 1. y ſeran $4\frac{1}{3}$.que multiplicados por 6. que es la ſegunda, haran 26. ſacando 24. quedaran 2. por la primera, y ſera luego la quarta 54.

85. Buſquemos dos numeros cuya differencia ſea 4. y los ſus quadrados juntos ſean 80. Pornemos el menor numero ſer 1. co. y ſera luego el mayor 1 co.p̃.4.y los ſus quadrados ſeran 1 ce. y 16. p̃.1.ce. p̃.8 co.que juntos en vna sũma, haran 16.p̃.2.ce.p̃.8.co.que ſeran yguales a 80. Ygualaremos ſacando lo ſuperfluo, y quedaran 2.ce.p̃.8 co.yguales a 64.partiremos todo por el numero delos cenſos, y reſultaran 1.ce.p̃.4.co.yguales a 32.que es la primera delas compueſtas, y la obra ſera eſta: La mitad de 4 es 2, que multiplicado en ſi, haze 4.eſtos 4.con 32, hazẽ 36, cuya raiz es 6. y deſtos 6 ſacaremos 2, que es la mitad del numero delas coſas, y quedaran 4 por valor de la coſa, y tanto ſera el menor numero, y porque el otro lo excede en 4, ſera por eſta cuenta 8 el mayor.

86. Buſquemos quatro numeros proporcio-

nales en continua proporcion, que todos juntos sean 80, y que el primero y segundo juntos, multiplicados por el tercero y quarto juntos, hagan 576. Pornemos el primero y segundo juntos ser 1.co. y serã luego el tercero y quarto juntos $\frac{576}{1.co.}$ juntemos estas dos quantidades en vna sũma, y haran este quebrado $\frac{1.ce.\tilde{p}.576}{1.co.}$. que sera ygual a 80. Ygualaremos multiplicando en ✝, y ternemos 1.ce.p̃.76. yguales a 80.co. que es la tercera delas compuestas, y la obra sera esta: La mitad de 80 es 40, que multiplicados en si, hazen 1600. de los quales sacaremos 576, y quedaran 1024. cuya raiz es 32. estos 32 sacaremos de 40, y quedaran 8, que seran el primero y segundo juntos, porque pusimos que fuesen 1.co. y seran luego el tercero y quarto juntos 72. Y para sabermos quanto es cada vno por si, pornemos el primero ser 1.ço. y sera luego el segundo 8.m̃.1.co. y porque por la 13 del quinto libro de Euclides la proporciõ del primero y segũdo juntos para el tercero y quarto juntos, es como del primero para el tercero, y el primero y segundo juntos son la nona parte del tercero y quarto juntos, sera luego el tercero 9 co. y porque los quatro numeros partes de 80, son proporcionales en continua proporcion, sera luego tal proporcion de 1.co. que es el primero para 8.m̃.1.co. que es el segundo, como de 8.m̃.1.co. para 9.co. que es el tercero. Por lo qual tanto se hara multiplicãdo el primero por el tercero, como el segundo en si mismo. Haze el primero multiplicado por el tercero 9 ce. y el segundo multiplicado en si mismo, haze 64. p̃.1.ce.m̃.

16.co.

16.co.yguales serã luego 9 ce.a 64.p̃.1.ce.m̃.16.co. restauremos lo diminuto,y saquemos lo superfluo,y resultaran 8.ce.p̃.16.co. yguales a 64. Partiremos todo por el numero delos censos,que es 8,y resultaran finalmente 1.ce.p̃.2 co.yguales a 8, que es la primera delas compuestas. y la obra sera esta: La mitad de 2 es 1,cuyo quadrado es 1. y juntandolo con 8,haran 9,cuya raiz es 3.destos 3 sacaremos 1,y quedaran 2,por valor dela cosa,y tanto sera el primero numero delos 4.y porque el primero y segundo fueron hallados ser 8. sera luego el segundo 6, y porque el tercero es 9 co. sera por esta cuenta 18,y porque el tercero y quarto juntos fueron hallados 72.sera luego el quarto 54. y todos 4 son 80.Como se deua de applicar la 13 del 5 libro de Euclides,auemos escripto enel caso 83.

87. Busquemos dos numeros en la proporcion de 7 para 4. y que sean tales que sacando el mayor del numero 9.y sacando el menor del numero 8, los que quedaren sean yguales . Pornemos el mayor de los dos que buscamos ser 7.co. y sera luego el menor 4.co.Sacaremos 7.co.de 9. y quedaran 9.m̃ 7.co. y sacaremos 4.co. de 8. y quedaran 8 m̃.4.co.y seran por tanto yguales 9. m̃ 7.co. y 8.m̃.4.co. Ygualaremos sacando las m̃. 4.co delas m̃.7.co.y quedaran m̃.3.co.y seran por tanto yguales 9.m̃.3.co. y el numero 8,y restaurando lo diminuto yguales resultaran el numero 9,y 8 p̃ 3.co. y sacando lo superfluo,quedaran finalmente 3.co.yguales a la vnidad, que es simple conjugaciõ Partiremos 1 por 3, y verna $\frac{1}{3}$ por valor dela cosa. Y porque pusimos el mayor numero

mero delos dos que buſcamos ſer 7.co.ſera luego $2\frac{1}{3}$. y el menor ſera $1\frac{1}{3}$.y manifieſto es,que ſacando $2\frac{1}{3}$ de 9.quedarã $6\frac{2}{3}$. y ſacando $1\frac{1}{3}$ de 8,quedarã tambien $6\frac{2}{3}$. Y ſabe,que la proporcion delos dos numeros,que buſcamos , del mayor para el menor,es mayor que la proporcion de los dos numeros,delos quales los ſacamos. Y por eſta cauſa puſimos la proporcion de los dos numeros q̃ buſcamos,como de 7 para 4. y la proporcion de los numeros mayores,delos quales los ſacamos, ſer de 9. para 8. la qual es menor,porque de otra manera no podria ſer lo que buſcamos, y la demonſtracion es eſta : Los dos numeros que buſcamos,ſean a.y b.el mayor a. y el menor b.y los dos numeros,de los quales los auemos de ſacar ſeã c.y d.el mayor c.y el menor d.y ſacãdo a.de c. ſea lo q̃ queda e.y ſacãdo b.de d.ſea lo q̃ queda f. y porq̃ los numeros q̃ quedã han de ſer yguales, ſeran luego yguales e.y f. y porq̃ a. es mayor q̃ b. menor ꝓporciõn aura luego de e. para a. q̃ de f. para b. por la ꝓpoſicion 10 del 5.lib. de Euclid. y por la conjunta, demõſtrada por Campano en el miſmo 5.libro,menor ſera la proporciõ de e.y a. juntas para a.que de f.y b. juntas para b. y porq̃ c.conſta de a.y e.y d. conſta de b.y f.menor ſera tambien la proporcion de c para a.que de d.para b. y permutãdo,menor ſera la proporcion de c. para d.que de a. para b.Por eſta demonſtraciõ queda claro que los dos numeros de q̃ auemos de ſacar otros que tengan vna cierta proporciõ, y que los numeros que quedan ſean yguales,no pueden tener ygual proporcion o mayor,que la proporcion delos numeros que buſcamos para

de-

dellos los ſacar. Por lo qual ſi nos dixeſſen aſſi: Buſquemos dos numeros que del mayor para el menor ſea tal proporcion como de 7. para 4. y que ſacando el mayor de 20. y el menor de 10. los que quedaren ſean yguales, diriamos que eſto no puede ſer, porque de 20 para 10 es mayor la proporcion que de 7 para 4. Pero lo cierto es, q̃ en eſte caſo y ſemejantes, en los quales la proporcion es mayor que la proporcion delos numeros que buſcamos, los numeros que vinieren no ſeran menores, como el caſo preſupone, mas ſeran mayores por yguales differencias. Y eſto ſera claro en eſte exemplo, porque pues la proporcion delos numeros que buſcamos es como de 7 para 4. pornemos el mayor ſer 7.co. y el menor 4.co. ſacaremos 7.co. de 20. y quedaran 20. m̃. 7.co. y ſacaremos 4. co. de 10. y quedaran 10. m̃. 4. co. que ſeran yguales, ſacaremos las m̃.4.co. delas m̃.7.co. y quedaran m̃ 3.co. yguales ſeran por tanto 20.m̃.3.co. al numero 10. y reſtaurando lo diminuto, yguales quedaran 20 a 10. p̃.3.co. y ſacando lo ſuperfluo, yguales reſultaran 10. a 3 co. q̃ es ſimple conjugacion. Partiremos 10 por 3. y vernã $3\frac{1}{3}$. por valor dela coſa; y porq̃ puſimos q̃ el mayor fueſſe 7.co. multiplicaremos 7 por $3\frac{1}{3}$. y vernã $23\frac{1}{3}$. y tanto ſera el mayor, y multiplicaremos 4 por $3\frac{1}{3}$ y vernan $13\frac{1}{3}$. y tanto ſera el menor, pero eſtos dos numeros $23\frac{1}{3}$. y $13\frac{1}{3}$. no ſon menores que 20 y 10 como ſe pedia, mas antes ſon mayores por yguales differencias. Y ſi nos dixeren, que buſquemos dos numeros en la ꝓporcion de 2 para vno, y que ſacando el mayor de 20. y el menor de 10. queden numeros yguales,

a eſto reſponderemos, que vernã los miſmos nu meros,y que por tanto no aura differencia de 20 y 10.a los que vinieren.Porque pornemos el ma yor ſer 2.co. y el menor ſer 1.co. y ſacando 2.co. de 20,quedaran 20.m̃.2.co. y ſacando 1.co. de 10. quedaran 10.m̃.1.co.que ſeran yguales,ſacaremos m̃.1.co. de m̃.2.co. y quedara m̃ 1.co. por lo qual 20.m̃.1.co.ſeran yguales a 10.y reſtaurando lo diminuto y ſacando lo ſuperfluo,quedará 10.yguales a 1.co. y ſera luego el mayor numero de los dos que buſcamos.20 y el menor.10.y porque los otros eran tambien 20.y.10. ninguna differencia aura de los vnos a los otros. Deſta doctrina coligimos,que antes de hazer la obra por algebra, podremos alcançar ſi los numeros que buſcamos ſeran mayores o menores que los que nos propo nen,o ſi ſeran yguales. Pero ſi no queremos eſtar en eſtas eſpeculaciones, ny mirar ſi la proporciõ delos numeros que buſcamos es mayor,o menor, o ygual,a la que tienẽ los numeros que nos proponen, para dellos auermos de ſacar los dos nu meros que buſcamos,aceptaremos todo caſo,por que quando nos propuſieren.20.y 10.paraq̃ dellos ſaquemos los dos numeros que buſcamos en la proporcion de.7.para.4.reſponderemos hablando en la lenguaje de todos los Arithmeticos,que los que quedan ſon yguales,porque de. 20.ſacãdo 23$\frac{1}{3}$.queda m̃.3$\frac{1}{3}$.y otro tanto queda ſacando.13$\frac{1}{3}$. de.10.Y quando nos propuſieren.20.y.10.paraque dellos ſaquemos los dos numeros q̃ buſcamos en la proporcion de.2.para.1.reſpõderemos que los que quedan ſon yguales,porque ſon dos cifras,y eſto es mas llano,pero no tã bueno como lo otro.

88. Busquemos dos numeros,que el primero con la raiz del segundo exceda lo que queda del segundo en la vnidad,y el segũdo con la raiz del primero exceda lo que queda del primero en 10. Pornemos el segũdo ser 1 ce. sacarle emos su raiz que es 1 co. y quedara del segundo 1 ce. m̃. 1 co. y porque entonces esto que queda del segundo es menor que el primero con la raiz del mismo segundo,y la differencia es la vnidad,sera luego el primero juntamẽte con la raiz del segundo 1 ce. p̃. 1. m̃. 1 co. porque esto es mayor que 1 ce. m̃. 1. co. por la vnidad. Y porque el primero con auer recebido del segundo 1 co. es 1 ce. p̃. 1. m̃. 1 co. sacar le emos lo que recebio que es 1 co. y lo q̃ queda que es 1 ce p̃. 1. m̃. 2 co. sera lo que el primero numero era de principio. Y porque el segundo ha de recebir del primero su raiz,la qual es R. V. 1 ce. p̃ 1. m̃. 2 co. sacarla emos del primero,y darla emos al segundo,y resultara entonces el segundo. 1. ce. p̃. R. V. 1. ce. p̃. 1. m̃. 2. co. y lo que queda del primero sera. 1. ce. p̃. 1. m̃. 2. co. m̃. R. V. 1. ce. p̃. 1. m̃. 2. co. Y porq̃ tanto que el segundo numero recibe del primero su raiz,excede a lo que queda del primero en. 10. daremos. 10. a lo que quedo del primero,y resul taran. 1. ce p̃. 11. m̃ 2. co. m̃. R. V. 1. ce. p̃. 1. m̃. 2. co. q̃ sera tanto como. 1. ce. p̃ R. V. 1. ce. p̃ 1. m̃. 2. co. Ygualaremos,sacando. 1. ce. de vna quãtidad y otra,y quedaran yguales R. V. 1. ce. p̃. 1. m̃. 2. co. y. 11. m̃. 2. co. m̃. R. V. 1 ce. p̃. 1. m. 2 co. Restauremos lo diminuto en la raiz vniuersal,y quedaran. 11. m. 2. co. yguales a dos raizes vniuersales de. 1. ce. p̃. 1. m. 2. co. las quales juntas hazẽ R. V. 4 ce. p̃. 4. m. 8. co. Siendo pues assi,que estas dos quantidades. 11. m. 2. co. y R. V. 4.

ce. p̃.4 m̃ 8.co. son yguales, tambien los sus quadrados seran yguales, los quales son 121. p̃.4.ce. m̃.44.co. y 4.ce. p̃.4. m̃.8.co. sacaremos las m̃.8. co. delas m̃.44.co. y quedaran m̃.36.co. y seran por tanto yguales 121. p̃.4.ce. m̃.36.co. a 4.ce. p̃.4. y restaurando lo diminuto, y sacando lo superfluo resultaran finalmente 117. yguales a 36.co. que es simple conjugacion. Partiremos pues 117 por 36. y vernan $3\frac{1}{4}$. por valor dela cosa. y el censo sera el quadrado de $3\frac{1}{4}$. el qual es $10\frac{9}{16}$. y tanto sera el segundo numero, porque lo pusimos 1.ce. Y porque el primero era de principio 1.ce. p̃.1. m̃. 2.co. calculando hallaremos que es $5\frac{1}{16}$. y la experiencia assi lo dize: Porq̃ $5\frac{1}{16}$ con $3\frac{1}{4}$, que es la raiz de $10\frac{9}{16}$. hazen $8\frac{5}{16}$. y de $10\frac{9}{16}$ sacando $3\frac{1}{4}$, quedan $7\frac{5}{16}$, que son menos q̃ $8\frac{5}{16}$ en la vnidad. Y tambiẽ si con $10\frac{9}{16}$ juntaremos $2\frac{1}{4}$. q̃ es la raiz de $5\frac{1}{16}$, harã $12\frac{13}{16}$ y de $5\frac{1}{16}$ sacando la su raiz, la qual es $2\frac{1}{4}$. quedaran $2\frac{13}{16}$. q̃ son menos q̃ $12\frac{13}{16}$ por 10 de differẽcia.

89. Partamos 20 por vn tal numero, q̃ el quociente exceda al partidor en 4. Pornemos el partidor ser.1.co. y sera luego el quociente.1.co. p̃.4. y porq̃ la multiplicacion del partidor por el quociente haze siempre el numero que se parte, multiplicaremos.1.co. por.1.co. p̃ 4. y haran 1.ce. p̃.4. co. que seran yguales al numero.20. que es la primera de las cõpuestas, y la obra sera esta: La mitad de.4.es.2. cuyo quadrado es.4. estos.4. juntaremos con.20. y haran.24. y sera luego el valor de la cosa R.24 m̃.2. y tanto sera el partidor, y por que el quociente excede al partidor en.4. juntaremos.4. con R.24. m̃.2. y haran R.24. p̃.2. De manera, que partiendo.20. por R.24. m̃.2. vernã R.24.

p. 2.

p̄.2. y la experiencia assi lo dize, porque el quociente excede al partidor en.4. y multiplicando R.24.p̄.2. por R.24. m̄.2. haran.20.

90. Partamos.14. en tres partes proporcionales, y que sean tales, que multiplicando la primera por la segunda, y lo que se haze por la tercera, hagan.64. Pornemos la segunda parte ser.1.co. y seran luego la primera y tercera juntas.14.m̄. 1.co. y porque siendo.3. quantidades proporcionales, tanto se haze multiplicãdo la primera por la tercera, como la segunda en si misma, multiplicaremos por tanto la segunda, q̃ es.1 co. en si misma, y hara.1.ce. y la multiplicacion de la primera por la tercera tambien hara.1.ce. Partiremos pues.14. m̄.1.co. en tales dos partes, que la vna multiplicada por la otra hagan.1.ce. y esto por la.7. Regla de los medios proporcionales, por este modo: La mitad de.14. m̄.1.co. es.7. m̄.$\frac{1}{2}$.co. que multiplicados en si hazen.49 p̄.$\frac{1}{4}$.ce. m̄.7.co. y destos sacaremos.1.ce. y quedaran.49.m̄.$\frac{3}{4}$.ce. m̄.7.co. y sera luego la primera parte 7.m̄.$\frac{1}{2}$ co.m̄.R.V.49 m̄.$\frac{3}{4}$ ce. m̄.7 co. y la otra q̃ quedara por tercera proporcional sera 7.m̄. $\frac{1}{2}$ co. p̄.R. V.49.m̄.$\frac{3}{4}$ ce.m̄.7 co. y la segunda es 1 co. Y porque de 3. quantidades tanto se haze multiplicando la primera por la segunda, y el producto por la tercera, como la primera por la tercera, y el producto por la segunda, y como la segunda por la tercera, y el producto por la primera, tanto se hara luego multiplicando la primera parte proporcional de 14. por la tercera, y el producto por la segunda, como si multiplicassemos la primera por la segunda, y el producto por la tercera. Y porque la primera por la tercera

hazen tanto como la ſegunda en ſi miſma, el qual producto es 1 ce. multiplicaremos luego 1 ce. por 1 co. que es la ſegunda, y haremos 1 cubo, y eſto ſera tanto como es lo que ſe haze multiplicando la primera por la ſegunda, y el producto por la tercera, y porque la multiplicacion de la primera por la ſegunda, y del ꝓducto por la tercera, haze 64. ſera luego. 1. cu. ygual a. 64. y por la primera regla del cap. 3. deſta tercera parte, la raiz cubica de 64. que es. 4. ſera el valor de la coſa, y ſera luego la ſegũda parte proporcional. 4. Y no fue neceſſario multiplicar las dos partes de. 14. m̃. 1. co. vna por otra, en las quales entrã raizes vniuerſales, ny es neceſſaria la particion q̃ hezimos para otro effecto, ſino para calcular el valor de la primera parte y de la tercera, porque el quadrado de la raiz vniuerſal es. 49 m̃ $\frac{3}{4}$. ce. m̃. 7. co. y porque la coſa vale 4. y el cenſo. 16. ſera luego. 9. el valor deſte quadrado, y la raiz vniuerſal ſera. 3. los quales ſacaremos de. 5. q̃ es el valor de 7. m̃. $\frac{1}{2}$. co. y quedaran 2. por valor de la primera parte, y ſera luego la tercera 8. Y aun eſto ſe podria eſcuſar, partiendo por la 7. regla de los medios proporcionales el numero 10 en tales dos partes, q̃ la vna multiplicada por la otra haga. 16. y ſera la vna. 2. y la otra, que es la tercera, 8. Fray Lucas pone en la ſu Arithmetica eſte caſo en los miſmos numeros, y dize, q̃ tanto monta multiplicar la primera quantidad por la ſegũda, y el producto por la tercera, como la primera por la tercera, y el producto por la ſegũda, quando las tres quãtidades ſon proporcionales, y no atento q̃ quier ſean proporcionales las tres quantidades, quier no lo ſean es aquello verdad,

y es

y es por nos demonſtrado en los caſos de Geometria, y es el tercero fundamento del caſo. 37.

Y podremos ſin tantos diſcurſos, y ſin algebra, conoſcer la ſegunda parte proporcional. Porque ſi tres quantidades fuerẽ proporcionales, ſera la ſegunda parte raiz cubica de lo que ſe haze multiplicando la primera por la ſegunda, y el ꝓducto por la tercera, y ſera luego la ſegunda parte raiz cubica de. 64. la qual es 4. Sacaremos eſtos 4. de los 14. y quedaran 10. y eſtos partiremos en dos partes, que multiplicãdo la vna por la otra, hagã el quadrado de 4, q̃ es 16, diziendo aſſi: La mitad de 10. es 5, cuyo quadrado es 25. y deſtos 25 ſacaremos 16. y quedaran 9. cuya raiz, q̃ es 3 ſacaremos de 5. y quedarã 2 por la menor parte, y juntandola con 5, haremos 8, que ſera la mayor parte. Son luego las 3 partes ꝓporcionales 2. 4. y 8. y todas juntas ſon 14. y la primera que es 2 por 4. que es la ſegũda, hazen 8. y eſtos 8 por la tercera, que es 8, hazen 64. Y que la dicha Regla ſea verdadera, es eſta la demonſtracion: Manifieſto es, que ſi la ſegunda parte fuere multiplicada en ſi miſma, y el producto por ella miſma, ſera eſte poſtrero producto el cubo de la miſma parte ſegunda. Y porq̃ tanto ſe haze multiplicando la ſegũda en ſi miſma, como la primera por la tercera, porque ſon proporcionales, multiplicando luego la primera por la tercera, y el ꝓducto por la ſegũda, haremos el cubo de la ſegũda, y porq̃ tanto ſe haze multiplicando la primera por la tercera, y el producto por la ſegunda, como quando multiplicamos la primera por la ſegũda, y el producto por la tercera, multiplicãdo luego la primera por la ſegũda,

y el

y el producto por la tercera, hazemos el cubo de la segunda, que tomamos por fundamento.

91. Partamos 10. en tales 3. partes pporcionales, q̃ multiplicando la primera por la segũda, y la segunda por la tercera, y la primera por la tercera hagan 30. Tomaremos por fundamẽto esta regla, si 3 quantidades fueren proporcionales, tanto se hara multiplicando cadavna dellas por cadavna de las otras, que son tres multiplicaciones, y juntando los tres productos, como multiplicando la segunda parte por la sũma de todas tres. Exemplo: 2. y 4. y 8. son tres quantidades proporcionales, y multiplicando 2. por 4. hazen 8. y 4. por 8. hazen 32. y 2. por 8. hazen 16. y todo junto es 56. y tanto se hara tambien multiplicando la sũmã de todas 3. la qual es 14. por la segunda q̃ es 4. La demonstraciõ desto es, q̃ la segũda multiplicada por la sũma de todas tres, haze tanto como multiplicãdo la misma segunda por la primera, y por la segũda, y por la tercera, juntando los 3. pductos, lo qual por Euclid. es demonstrado en el principio del 2. lib. Y porq̃ la segũda por la segũda, haze tãto como la primera por la tercera, por q̃ son pporcionales: luego la segũda por la primera, y la segũda por la tercera, y la primera por la tercera, hazẽ tanto como la segũda multiplicada por la sũma de todas tres. Y porq̃ en este caso las 3 multiplicaciones delas 3 partes de 10. hazen 30. Partiremos 30 por 10. y el quociẽte q̃ es el numero 3. sera la segũda parte. y seran luego 7. la primera y tercera juntas. Partiremos pues el numero 7 en tales 2 partes, q̃ la vna multiplicada por la otra, hagã tanto como el quadrado de 3. el qual es

9.

9.y la menor dellas ſera la primera parte de 10.y la mayor ſera la tercera.La obra ſera o por la 7.regla delos medios ꝓporcionales,o por algebra,poniēdo q̃ la primera parte ſea 1 co.y la otra ſea 7.m̃.m.1 co.y multiplicādo 1 co.por 7.m̃ 1 co.haremos 7 co.m̃.1 ce.q̃ ſerā yguales a 9.Ygualādo ternemos 7 co.yguales a 9.p̃ 1 ce.q̃ es la tercera delas compueſtas. La mitad de 7.es $3\frac{1}{2}$. q̃ multiplicados en ſi,hazē $12\frac{1}{4}$.y ſacādo 9.deſtos $12\frac{1}{4}$ quedan $3\frac{1}{4}$.y ſera luego la primera parte $3\frac{1}{2}$.m̃.R.$3\frac{1}{4}$.y la otra ſera $3\frac{1}{2}$.p̃.R.$3\frac{1}{4}$.y la ſegūda es 3.y todas juntas,hazē 10.y las tres multiplicaciones hazen 30.porq̃ baſta q̃ la ſegūda multiplicada por 10.haze 30.y eſto para prueua es lo miſmo q̃ multiplicar la primera por la ſegunda,y la ſegunda por la tercera, y la primera por la tercera,y juntar los tres productos, como diximos enel fundamento.

92. Partamos 10.en tres partes ꝓporcionales, y q̃ ſean tales q̃ el quadrado de la primera parte con el quadrado dela ſegunda juntos,ſean yguales al quadrado dela tercera parte.Manifieſto es, q̃ en eſte caſo los tres quadrados eſtan en la proporcion que tiene el medio y dos extremos,porq̃ en ella la proporcion dela parte menor para la mayor,es como dela mayor para la menor,y mayor juntas en vna sūma , y aſſi es en eſte caſo. Porque ſi las partes ſon proporcionales,tambiē los quadrados ſerā proporcionales en duplicada ꝓporcion delas partes, las quales ſon las raizes delos miſmos quadrados.Y porq̃ el quadrado de la tercera parte es ygual a los dos quadrados de la primera parte y ſegunda,es luego la proporcion del menor quadrado , que es de la primera

par-

parte, para el quadrado dela ſegunda, como del quadrado de la miſma ſegunda parte para la sũma delos dos quadrados juntos dela primera parte y ſegunda, los quales ſon yguales al tercero quadrado. Y por tanto no conſiſte en otra coſa partir.10. en tres partes proporcionales, y de tal manera que el quadrado dela primera con el quadrado dela ſegũda ſean yguales al quadrado dela tercera, ſino en partir 10. en tres partes proporcionales, en la proporcion q̃ es la mitad dela que tiene el medio y dos extremos. Conſtituiremos luego en eſta proporcion tres numeros proporcionales, los quales eligeremos, para que por la noticia dellos partamos cõmodamente el numero 10 en la miſma proporcion. Y eligimos el numero 2, para lo partir en la proporciõ q̃ tiene el medio y dos extremos, q̃ por ſer pequeño numero, las operaciones q̃ hizieremos ſerã mas faciles. Y eſto haremos o vſando dela Regla pueſta en el cap. delos medios ꝓporcionales, o por Algebra, deſta manera: La parte mayor ſea 1.co. y ſera luego la menor 2 m̃.1.co. y porque de 2 para la parte mayor, es como dela parte mayor para la menor, multiplicaremos 2 por 2 m̃ 1.co. y haran 4.m̃.2.co. que ſerã yguales a lo que ſe haze multiplicando 1.co. en ſi, que es 1.ce. Ygualaremos reſtaurando lo diminuto, y reſultaran 1.ce. p̃ 2 co. yguales a 4. que es la primera delas compueſtas, y la obra ſera eſta: La mitad de 2 es 1, que multiplicado en ſi, haze 1. Iuntemos le 4, y ſeran 5, y ſera R.5.m̃.1. el valor dela coſa, y tanto ſera la parte mayor, y ſacando R.5.m̃.1. de 2. quedaran 3.m̃.R.5. por parte menor. Tal proporcion ſera luego de 2

para

para R.5.m̃.1.como de R.5.m̃.1.para 3.m̃.R.5.q̃ es la proporcion que tiene el medio y dos extremos, y assi es, porque multiplicando 3.m̃.R.5. que es la parte menor, por el numero 2, es el producto 6.m̃. R.20. y multiplicando R 5.m̃.1.en si, que es la parte mayor, es el producto tambien 6.m̃.R.20. y esta es la ꝓporcion que ha de auer entre los quadrados delas partes de 10. Porque assi como la sũma delas dos partes 3.m̃ R.5.que agora llamemos primera, y R.5.m̃.1.segunda, es ygual al numero 2, q̃ es la tercera quantidad en esta proporcion, assi tambien el quadrado dela primera parte de 10, y el quadrado dela segũda parte juntos han de ser yguales al quadrado de la tercera parte proporcional de 10. Pero aun q̃ las partes de 10 sean entre si proporcionales, como dela primera para la segunda, assi la segunda para la tercera, y los sus quadrados tambiẽ sean entre si proporcionales, no es la misma proporciõ delos quadrados, que es delas partes de 10, q̃ son lados de los mismos quadrados. Cumple luego cõstituir tres quantidades en la mitad dela proporciõ que tiene el medio y dos extremos, para que por noticia dessas quãtidades, partamos el numero 10 en semejantes partes. Y para hazer esto, multiplicaremos R.5.m̃ 1.por 3.m̃.R.5.y sera el producto R.80.m̃.8.y sera luego R V.R.80.m̃.8.la segũda parte o medio proporcional entre R.5.m̃.1. y 3.m̃ R.5. porque de R.5. m̃.1 para R V.R.80.m̃.8.sera como de R V.R.80.m̃.8. para 3.m̃.R.5.y seran por tanto estas tres quantidades proporcionales en la mitad dela proporcion que tiene el medio y dos extremos, que es la mitad dela proporciõ de R.5.m̃.1.para 3.m̃.R.5.

y los

y los quadrados delas dichas tres quãtitades seran proporcionales en la proporcion que tiene el medio y dos extremos. Por lo qual el quadrado de 3.m̃.R.5. y el quadrado de R.V.R.80.m̃.8. juntos en vna sũma, seran yguales al quadrado de R.5.m̃. 1. Y la experiencia assi lo dize, porque el quadrado de 3.m̃.R.5. es 14. menos 6. raizes de 5. y el quadrado de R.V.R.80. m.8. es R. 80.m.8. que vale tanto como 4.raizes de 5. m. 8. y por tanto 14.m.6. raizes de 5. con 4. raizes de 5. menos 8. haran juntos 6.m.2. raizes de 5. q̃ vale tanto como 6.m.R.20. y otro tanto vale el quadrado de R. 5.m.1. que es la tercera parte y mayor. Luego lo q̃ agora resta para hazer, es juntar en vna sũma estas tres quantidades, R.5.m.1. que es la mayor, y 3.m.R.5. que es la menor, y R.V.R.80.m.8. que es la del medio, y hará 2.p̃.R.V.R.80.m.8. y obrar entonces por la regla de tres, diziendo assi: Si .2.p̃. R.V.R.80.m.8. nos dan R.5.m.1. por parte mayor delas tres, quanto nos dara 10? Multiplicaremos 10.por R.5. m.1. y haran R.500.m.10. que auemos de partir por 2.p̃.R.V.R 80. m. 8. y esta particion y las otras semejantes haremos cõforme ala doctrina que auemos dado en la segunda parte principal enel cap. de partir raizes. Porque para tener partidor simple, multiplicaremos 2.p̃.R. V.R. 80.m.8. por el su reciso, el qual es 2.m.R. V. R. 80. m.8. y sera el producto 4.m.R.80.m.8. por quanto las dos multiplicaciones en ✠ del numero.2. por la raiz vniuersal no hazen crescer ny menguar, porque la vna deshaze la otra. Y manifiesto es, que 4.m.R.80.m.8. valen tanto como 12.m.R. 80. y porque aun este partidor no es simple, multipli-

tiplicarlo emos por 12 p̃ R.80. y sera el producto 144 m̃.80. que es 64. y quedara luego 64. por partidor simple. Pero es necessario que multipliquemos R.500. m̃.10. por las mismas quantidades, y primeramente por el primero reciso, el qual era 2. m̃. R V. R.80. m̃.8. y el producto despues por 12. p̃. R.80. Porque desta manera, assi como el partidor crescio, assi tambien proporcionalmente cresce la quantidad que se auia de partir, y hecha la particion, sera lo que en ella viniere la primera parte y mayor del numero 10. Y puesto que digamos que primeramente multipliquemos por el primero reciso, y despues por 12. p̃. R. 80. no es esta orden necessaria, porque tanto se haze multiplicando la primera quantidad por la segunda, y el producto por la tercera, como la primera por la tercera, y el producto por la segũda. Sabida pues assi la primera parte de 10. para conoscer la segũda, haremos otra Regla de tres, en la qual multiplicaremos 10. por R V. R.80. m̃.8. q̃ es la segũda delas tres ya conoscidas, y partiremos por el partidor 2. p̃. R V. R.80. m̃.8. siendo primeramente reduzido a partidor simple, y verna en la particion la segunda parte de 10. y finalmente multiplicaremos 10 por 3. m̃. R.5 que es la tercera, y partiremos por el cõmun partidor, siendo primeramente reduzido a partidor simple, y ternemos la tercera parte de 10. Y quedaran todas tres en continua proporcion, q̃ es la mitad dela proporcion que tiene el medio y dos extremos, y el quadrado de la primera parte con el quadrado dela segunda parte juntos, seran yguales al quadrado de la tercera parte. Ieronymo Cardano

propuso el numero 14, para lo partir en tres partes, y confundiose tomando raiz ligada por vniuersal, y saco los 14 de 392. para dar la equiualencia de las tres partes, pero no se puede hazer en la raiz vniuersal essa tal equiualencia.

93. Busquemos dos numeros, que tanto hagan multiplicãdo el mayor por el menor, como es el quadrado dela differẽcia delos mismos dos numeros, y que los quadrados del mayor y del menor juntos, hagã 20. No es esto otra cosa sino buscar vn numero, que siendo partido en la proporcion q̃ tiene el medio y dos extremos, el quadrado dese tal numero y el quadrado dela parte menor juntos, hagan 20. Porque en esta proporcion multiplicando el numero por la parte menor, hazemos tanto como es el quadrado de la parte mayor, la qual es la differencia entre el numero y la su parte menor. Partamos pues 1 en la ꝓporcion del medio y dos extremos por la Regla escripta en el cap. 7. de los medios proporcionales, o por Algebra, por este modo: Sea la parte mayor 1. co. y sera luego la menor 1. m̃. 1. co. Multiplicaremos 1. por 1. m̃. 1. co. y haran 1. m̃. 1. co. que seran yguales a 1. ce. que el quadrado de 1. co. Ygualando resultaran 1. ce. p̃. 1. co. yguales a 1. y obrando por la primera de las compuestas, sera el valor dela cosa que es la parte mayor R. $1\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{2}$. la qual sacando de 1. quedaran $1\frac{1}{2}$. m̃. R. $1\frac{1}{4}$. por valor dela parte menor. Y diremos por Regla de 3. si quando la parte menor es $1\frac{1}{2}$ m̃. R. $1\frac{1}{4}$. es el numero todo 1. quãdo la parte menor fuere 1, quanto sera todo el numero? el segundo multiplicado por el tercero, haze 1. q̃ auemos de partir por

$1\frac{1}{2}$.

$1\frac{1}{2}$.m̃. R.$1\frac{1}{4}$. y esto se hara multiplicando primeramente $1\frac{1}{2}$.m̃.R.$1\frac{1}{4}$. por $1\frac{1}{2}$ p̃.R.$1\frac{1}{4}$. y haran 1. que sera partidor simple, y tambiẽ multiplicaremos lo que se auia de partir que es 1. por $1\frac{1}{2}$ p̃.R.$1\frac{1}{4}$. y haremos $1\frac{1}{2}$.p̃.R.$1\frac{1}{4}$ que partidos por 1.que es hecho partidor, verna lo mismo que es $1\frac{1}{2}$. p̃.R.$1\frac{1}{4}$. Siendo luego la parte menor $1\frac{1}{2}$.m̃.R.$1\frac{1}{4}$.el numero entero sera 1.y siendo la parte menor 1.sera el numero entero $1\frac{1}{2}$.p̃.R.$1\frac{1}{4}$.Haremos por tanto posicion de nueuo,poniendo que la parte menor es 1.co.y sera luego el numero entero cosas $1\frac{1}{2}$.p̃.R. $1\frac{1}{4}$. y sera 1.ce.el quadrado dela parte menor,y el quadrado del numero entero,sera censos $3\frac{1}{2}$.p̃.R. $11\frac{1}{4}$. y estos dos quadrados juntos seran censos 4.p̃.R.$11\frac{1}{4}$.que seran yguales a 20.que es conjugacion simple,y partiendo 20,por el numero delos censos,el qual es 4.p̃ R $11\frac{1}{4}$.sera el quociente el valor del censo. Pero es necessario hazer partidor simple, y multiplicaremos por tanto 4. p̃.R.$11\frac{1}{4}$. por 4.m̃.R.$11\frac{1}{4}$. y haran $20\frac{1}{4}$.m̃.$11\frac{1}{4}$ que valen 9. y estos 9.seran el partidor,y multiplicaremos tambien 20.por $4\frac{1}{2}$.m̃.R.$11\frac{1}{4}$. y haran 90.m̃.R.450.que partiremos por 9.y sera el quociente 10.m̃.R.$55\frac{45}{81}$. y este sera el valor del censo,y el valor dela cosa que es la parte menor,sera RV.10.m̃.R.$55\frac{45}{81}$. y porq̃ el quadrado dela parte menor con el quadrado del numero entero hazẽ 20.podremos tomar,sin hazer otro discurso,por el quadrado del nũero entero 10 p̃ R.$55\frac{45}{81}$.y la su raiz vniuersal,sera el numero. Seran luego los dos numeros que buscamos,R V.10.p̃.R.$55\frac{45}{81}$.y RV.10.m̃.R.$55\frac{45}{81}$. Y si todauia queremos hazer otro discurso de nueuo para conoscer el numero, assi como lo hezimos para

conoſcer la parte menor, las miſmas operaciones que auemos hecho nos ſeruiran, porque el partidor ſera 9. como de antes. y lo q̃ ſe ha de partir, ſera lo miſmo q̃ de antes, mudando ſolamente el m̃. en p̃. porque el reciſo, por el qual multiplicamos el numero 20. era declarado por m̃. y agora ſe declara por p̃. y por eſta cauſa verna el miſmo quociente por p̃. y ſera luego eſcuſado hazer otra poſicion, porque verna lo miſmo. Ieronymo Cardano hizo otra vez poſicion, y vſo dela Regla que llama del medio, y porq̃ erro las multiplicaciones q̃ ſeria por inaduertẽcia, para la obra en otros numeros que no ſon los verdaderos.

94. Buſquemos dos numeros, que la differencia dellos multiplicada por la differencia de los ſus quadrados, haga 10. y que la sũma delos miſmos dos numeros multiplicada por la sũma de los ſus quadrados, haga 20. Para q̃ procedamos claramente y facilmẽte: Propornemos otro queſito mas general, el qual primeramente reſolueremos, diziendo aſſi: Buſquemos dos numeros en tal proporcion, que la differencia dellos multiplicada por la differẽcia de los ſus quadrados, haga la mitad delo que haze la sũma de entrambos los numeros multiplicada por la sũma delos ſus quadrados. Y para eſto pornemos el menor numero ſer 1. y el mayor 1. co. ſera luego la differencia 1. co. m̃. 1. y el quadrado del menor ſera 1. y el quadrado del mayor ſera 1. ce. y la differencia delos quadrados 1. ce. m̃. 1. la qual differencia multiplicada por 1. co. m̃. 1. que es la differencia delos numeros, hara 1. cu. m̃. 1. ce. m̃. 1. co. p̃. 1. Agora multiplicaremos 1. co. p̃. 1. que es la sũma delos dos nume-

numeros, por la sũma de los sus quadrados, la qual es 1.ce.p̃.1.y haran 1.cu.p̃.1.ce.p̃.1.co.p̃.1.y esto ha de ser duplo de 1.cu.m̃.1.ce.m̃.1.co.p̃.1. Multiplicaremos luego 1.cu.m̃.1.ce.m̃.1.co p̃.1.por el numero 2.y haran 2.cu.m̃.2.ce.m̃.2.co.p̃.2. que seran yguales a 1.cu.p̃.1.ce.p̃.1.co.p̃.1.Ygualaremos restaurando lo diminuto,y sacando lo superfluo,y quedaran finalmẽte 1.cu.p̃.1.yguales a 3.ce.p̃.3.co. Y porque aun no estan en las conjugaciones que en el principio deste libro estan, procuraremos de abatir estas quantidades,partiendo las por algun partidor, para que los quocientes resulten yguales,y sera este partidor cõmun 1.co.p̃.1.Partiremos pues 3.ce. p̃.3.co. por 1.co. p̃.1. y sera el quociente 3.co.como lo demuestra la prueua multiplicando 3.co.por 1.co.p̃.1.y partamos tambien 1.cu.p̃.1.por 1.co.p̃.1.y sera el quociẽte 1.ce.m̃.1.co. p̃.1.y seran luego 3.co.yguales a 1.ce.m̃.1.co.p̃.1. y restaurando lo diminuto ternemos finalmẽte 4 co.yguales a 1.ce.p̃.1.que es la tercera delas compuestas,y la obra sera esta: La mitad del numero delas cosas es 2.cuyo quadrado es 4.del qual sacaremos 1.que es el numero,y quedaran 3. y sera luego el valor dela cosa 2.p̃.R.3.porque pusimos q̃ el numero menor fuese 1.y el mayor fuese 1.co. Assi q̃ en estos dos numeros 1. y 2.p̃.R.3. se halla esto,que la differencia dellos multiplicada por la differẽcia delos sus quadrados,haze la mitad de lo que haze la sũma dellos, siendo multiplicada por la sũma delos sus quadrados,y la experiencia assi lo dize. Porque por la vna delas multiplicaciones se haze 18. p̃. R.300. y por la otra el duplo desto,y en qualesquier otros dos numeros

desta proporcion se hallara lo mismo. Y si pusieremos el mayor numero ser 1. sera el menor 2. m̃. R. 3. como se vera siguiendo la posicion, y obrando por algebra. Lo que tambiẽ constara por esta razõ que es euidente, si multiplicaremos 2. p̃. R. 3. por el su reciso 2. m̃. R. 3. haran 1. luego tal proporcion aura dela primera quãtidad que es 1. para 2. p̃. R. 3. que sea la segunda, como de 2. m̃. R. 3. q̃ sea la tercera, para 1. q̃ sea la quarta. Esto assi determinado y sabido, facilmente hallaremos dos numeros, assi como en el principio propusimos para buscar, que la differencia dellos multiplicada por la differencia de los sus quadrados, haga 10. y que la sũma dellos multiplicada por la sũma delos sus quadrados, haga 20. porque los dos numeros que hallamos dauan duplo y subduplo en otras quãtidades, pero queremos q̃ esa proporcion sea constituida limitadamente en 20. y 10. Y para esto nos ayudaremos delo q̃ auemos hallado, que es la proporcion delos dos numeros q̃ buscamos de principio, y pornemos que el menor sea 1 co. y sera luego el mayor cosas 2. p̃. R. 3. sacaremos 1 co. de co. 2. p̃. R. 3. y sera la differẽcia co. 1. p̃. R. 3. el quadrado del menor sera 1 ce. y el quadrado del mayor ce. 7. p̃ R. 48. sacaremos el menor quadrado del mayor, y sera la differencia ce. 6. p̃. R. 48. la qual auemos de multiplicar por co. 1. p̃. R. 3. differencia delos numeros, y haran cubos 18. p̃. R. 300. porque 6. por 1. hazen 6. y R. 48. por R. 3. haze R. 144. que es 12. que con los 6. hazen 18. y la multiplicacion en + de 6. por R. 3. haze 6. raizes de 3. y la otra multiplicaciõ en + de R. 48. por 1. haze vna raiz de 48. la qual tiene justamente 4. rai-

raizes de 3. y son por esta cuenta 18. y mas 10. raizes de 3. las quales valen tanto como R.300. y seran luego yguales cubos 18 p̃.R.300. y el numero 10. que es simple conjugacion. Partiremos pues 10. por 18.p̃.R.300. haziendo primeramente el partidor simple, y esto se hara multiplicãdolo por su reciso 18.m̃.R.300. y haran 324.m̃.300. que son 24. y multiplicaremos tambiẽ el numero 10. por 18.m̃.R.300. y hará 180.m̃.R.30000. y estos 180. m̃.R.30000. partiremos por 24. y vernan $7\frac{1}{2}$.m̃.R. $52\frac{1}{12}$. y tanto sera el valor del cubo. Y sera luego el valor de la cosa, raiz cubica vniuersal de $7\frac{1}{2}$.m̃. raiz quadrada de $52\frac{1}{12}$. y este sera el menor numero delos dos que buscauamos. Y para sabermos la quantidad del mayor, haremos otra posiciõ, en la qual pornemos el mayor ser 1 co. y sera el menor como auemos demonstrado co.2.m̃.R. 3. porque tal es la proporcion de 1. para 2.p̃.R.3. como de 2.m̃.R.3. para 1. y haremos por Algebra otro discurso, o tomaremos el q̃ auemos hecho, mudando solamente el m̃. en p̃. y el p̃. en menos, porq̃ no ha en la obra otra differencia, y viene el partidor a ser el mismo numero 24. y la quantidad q̃ auemos de partir viene a ser 180.p̃.R.30000. y sera luego el quociente $7\frac{1}{2}$.p̃.R.$52\frac{1}{12}$. que sera el valor del cubo, y la raiz cubica vniuersal de $7\frac{1}{2}$. p̃.R.$52\frac{1}{12}$. sera el numero mayor. Ieronimo Cardano tratando este mismo caso, piensa q̃ el quadrado de co.2. p̃.R.3. es censos 7.p̃ R.24. y es en la verdad ce.7.p̃.R. 48. y porque hizo otro processo, acaba con quadrinomios.

95. Busquemos 4. numeros proporcionales en continua proporcion, y que sean tales, q̃ el prime

ro multiplicado por el tercero haga. 5. y que el segũdo multiplicado por el quarto, haga 15. Porque quando tres quantidades son proporcionales, tanto se haze multiplicando la primera por la tercera, como la segunda por si misma, y el primero numero delos quatro multiplicado por el tercero, ha de hazer 5. sera luego el segundo R.5. y porque el segundo multiplicado por el quarto, ha de hazer 15. y el tercero es medio proporcional entre el segũdo y el quarto, sera luego el tercero R.15. y porque el segundo multiplicado por el quarto, haze 15. y el segundo es hallado R. 5. partiremos por tanto 15. por R.5. y verna R.45. y tanto sera el quarto. *Y* para conoscer la quantidad del primero, pornemos el primero ser 1 co. y porque el tercero es hallado R 15. multiplicaremos 1 co. por R.15. y haran co. R.15. que seran yguales a 5. que es simple conjugaciõ. Partiremos pues 5. por R.15. y verna R. $1\frac{2}{3}$. por valor de la cosa, y tanto sera el primero, cuya quantidad se puede tambien saber sin Algebra, porq̃ todos los quadrados van continuados en proporcion tripla del mayor para el menor, y las sus raizes, q̃ son los numeros que buscamos, van ordenadas en la mitad de la tripla, dela mayor para la menor, porque como Euclides ha demonstrado, tienen los quadrados dupla proporcion entresi ala proporcion delos lados, tomaremos por tanto $1\frac{2}{3}$. por quadrado del primero, y la R. $1\frac{2}{3}$. sera el primero. Son luego los 4 numeros proporcionales R.$1\frac{2}{3}$. R 5. R.15. R.45.

96. Busquemos 4 numeros en continua proporcion proporcionales, que el primero multi-

pli-

plicado por el ſegundo, haga 5. y el tercero por el quarto, haga 10. Pornemos el primero ſer 1 co. y ſera luego el ſegundo $\frac{5}{1 \text{ co.}}$ y porque tanto ſe haze multiplicando el ſegundo en ſi, como el primero por el tercero, multiplicaremos por tanto en ſi $\frac{5}{1 \text{ co.}}$ y hara $\frac{25}{1 \text{ ce.}}$ y tanto hara el primero multiplicado por el tercero, por lo qual partiendo eſtos $\frac{25}{1 \text{ ce.}}$ por 1 co. que es el primero, lo q̃ viniere que es $\frac{25}{1 \text{ cu.}}$ ſera el tercero. Y porque el tercero multiplicado por el quarto, haze 10. partiremos 10. por $\frac{25}{1 \text{ cu.}}$ y vernan $\frac{2}{5}$. de 1 cu. por el quarto. Y porque de 4. quantidades proporcionales tanto ſe haze multiplicando la primera por la quarta, como la ſegũda por la tercera, multiplicaremos 1 co. por $\frac{2}{5}$ de 1 cu. y haran $\frac{2}{5}$ de vn cenſo de cenſo. y multiplicaremos $\frac{5}{1 \text{ co.}}$ por $\frac{25}{1 \text{ cu.}}$ y harã $\frac{125}{1 \text{ ce.ce}}$ q̃ ſeran entre ſi yguales. Ygualaremos pues eſtos $\frac{2}{5}$. de 1 ce. ce. con eſtos $\frac{125}{1 \text{ ce.ce.}}$ multiplicãdo en ✠, y haremos 125. yguales a $\frac{2}{5}$. de 1 ce. de ce. de ce. que es la octaua dignidad. Y porque es conjugacion ſimple, partiremos los 125. por $\frac{2}{5}$. y vernan 312 $\frac{1}{2}$. por valor del cenſo de cenſo de cenſo. Y ſera luego el valor de la coſa, raiz de la raiz de R. 312 $\frac{1}{2}$. y tanto es el primero. Y para conoſcer el ſegundo, partiremos el numero 5 por R. R. R. 312 $\frac{1}{2}$. y eſto ſe hara reduziendo primeramente 5. a R. R. R. por 3 multiplicaciones, y ſera primeramente R. 25. y deſpues R. R. 625. y deſpues R. R. R. 390625. y ſera el quociente R. R. R. 1250. y tanto ſera el ſegundo. Y por eſte miſmo modo conoſceremos el tercero,

 y el

y el quarto. Pero mas facil sera cõtinuar la proporcion de 312 $\frac{1}{2}$. para 1250. la qual es quadrupla, y esto se hara por regla de 3. y seran los otros dos numeros desta proporcion 5000. y 20000. y sera luego el tercero numero R.R.R. 5000. y el quarto sera R.R R. 20000.

Por otro modo podremos hallar lo mismo, porque imaginando vn medio proporcional entre el primero numero que buscamos y el segũdo, sera este tal medio R. 5. y imaginando otro medio proporcional entre el tercero numero y el quarto, sera ese tal medio R. 10. y la proporciõ del primero medio para el segundo medio, sera compuesta dela proporcion que ha del segundo numero para el tercero, y dela proporcion q̃ ha del primero medio para el segundo numero, y de la q̃ ha del tercero numero para el segundo medio, y estas 2 proporciones son dos tales proporciones qual es la proporcion del primero numero para el segundo numero, en la qual todos.4. numeros van continuados. Es la razon desto, q̃ la proporcion que ha del primero medio, para el segundo numero, es la mitad dela proporciõ del primero numero para el segundo, y la proporciõ del tercero numero para el segundo medio, es tambien la mitad dela proporciõ del tercero numero para el quarto numero, y por esta cuenta la proporcion que ha del primero medio para el segundo medio, es la proporcion que ha del primero numero para el tercero. Sera luego la proporcion del primero numero para el tercero, assi como dela R.5. para la R.10. y porque la proporciõ del primero numero para el segundo es la mi-

tad

tad dela proporciõ del primero numero para el tercero, ſera luego del primero para el ſegnndo, aſſi como dela R.R.5. para la R.R.10. Y por quando partimos vn numero por otro, tiene el quociẽte con la vnidad aquella proporciõ, q̃ tienen entreſi los tales dos numeros, partiremos por tanto R.R.10. por R.R.5. y ſera el quociẽte R.R.2. y ſera luego de R.R.10. para R.R.5. tal proporcion, qual es la proporcion de R.R.2. para la vnidad, y eſta es la proporcion que ha del ſegundo numero para el primero, y deſto ſe colige que en tal caſo como eſte que ſe propuſo, la proporciõ que va continuada es la quarta parte dela proporcion de los numeros que ſe hizieron por las multiplicaciones que ſon 5. y 10. Pornemos pues el primero numero ſer 1 co. y ſera luego el ſegundo co. R.R.2. multiplicaremos 1 co. por co. R.R.2. y haran ce. R.R.2. que ſeran yguales a 5. Partiremos 5. por R.R.2. que es lo miſmo que partir R.R.625. por R.R.2. y vernan R.R.312 $\frac{1}{2}$ por valor del cenſo, y ſera luego el valor dela coſa R.R.R.312 $\frac{1}{2}$. y tanto ſera el primero numero. Y para conoſcermos el ſegũdo, multiplicaremos R.R.R.312 $\frac{1}{2}$. por R.R.2. reduziendo primeramente la R.R.2 ala naturaleza del primero, y ſera conuertida en R.R.R.4. multiplicando pues R.R.R.312 $\frac{1}{2}$. por R.R.R.4. haremos R.R.1250. y tanto ſera el ſegundo numero. Y para conoſcer los otros, continuaremos por Regla de 3. eſta proporcion que es quadrupla, y ternemos por tercero numero R.R.R.5000. y por el quarto R.R.R.20000. Porq̃ la proporcion es quadrupla.

97. Buſquemos tres numeros proporcionales, que el quadrado del primero y el quadrado del

ſegun-

ſegundo juntos ſean yguales al quadrado del tercero, y que multiplicando el primero por el ſegundo, hagan 10. Pornemos el primero, que es el menor, ſer 1 co. y partiremos 10. por 1 co. y ſera el quociente $\frac{10}{1 co.}$ y tanto ſera el ſegundo, y porq̃ los tres numeros ſon ꝓporcionales, el quadrado del ſegũdo q̃ es $\frac{100}{1 ce.}$ ſera ygual alo q̃ ſe haze multiplicando 1 co. que es el primero por el tercero, partiremos luego $\frac{100}{1.ce.}$ por 1 co. y verna $\frac{100}{1cu.}$ que ſera el tercero. Cada vno deſtos tres numeros multiplicaremos en ſi, y ſera el quadrado del primero 1 ce. y el del ſegũdo ſera $\frac{100}{1 ce.}$ y el del tercero ſera $\frac{10000}{1 ce.cu.}$. Iũtaremos los dos primeros quadrados en vna sũma, y haran $\frac{1 ce.ce.\tilde{p}.100}{1 ce.}$ y ſera eſta sũma ygual a $\frac{10000}{1 ce.cu}$, que es el quadrado del tercero, y haremos la yguala cion multiplicando en ✱. y reſultaran 10000. cenſos, yguales a 100. cenſos de cubo. p̃. 1 cenſo de relato primo, que es decima dignidad. Eſtas dignidades abreuiadas, yguálmente vernan a otras yguales, las quales ſeran 10000. ygual a 1 ce.ce.ce. p̃. 100. ce.ce. que ſon proporcionales. Porque el numero 10000. tiene cifra por denominaciõ, y el cenſo de cenſo tiene 4. y el cenſo de cenſo de cenſo tiene 8. de manera, que los interuallos o differencias ſon yguales. Seruira luego la primera de las compueſtas tomando la menor dignidad por coſas, y la mayor por cẽſo, y la obra ſera eſta: La mitad de 100. es 50. cuyo quadrado q̃ es 2500. juntaremos con

1000.y haran 12500. y ſera luego R.12500.m̃.50 el valor de 1 cenſo de cẽſo,y ſera luego el valor del cenſo R.V.R.12500.m̃.50. y el valor dela coſa ſera R.R.V.R.12500.m̃.50. y tanto ſera el primero numero delos tres que buſcamos.Queremos dezir que dela raiz de 12500. ſe deuen de ſacar 50. y lo que quedare ſera 1 cenſo de cenſo,y por tanto la raiz dela raiz deſte ce.de ce.ſera el valor dela coſa,que es el primero numero.El ſegundo numero delos tres que buſcamos conoſceremos haziendo otra poſicion,en la qual pornemos el ſegũdo numero ſer 1 co. y obrando cõforme ala primera obra , hallaremos el ſegundo numero ſer R.R.V.R.12500.p̃.50. Porque ſiendo el ſegũdo 1 co. ſera el primero $\frac{10}{1\ co.}$,y el quadrado del ſegundo ſera 1 ce.el qual partiremos por $\frac{10}{1\ co.}$ y verna $\frac{1}{10}$. de 1 cubo,y tãto ſera el tercero.El quadrado del primero ſera $\frac{100}{1\ ce.}$, y el del ſegundo ſera 1 ce.y el del tercero ſera $\frac{1}{100}$. de 1 ce.de cu.y juntando los dos quadrados del primero y del ſegundo harã $\frac{1\ ce.ce.\tilde{p}.100}{1\ ce.}$ que ſera ygual a $\frac{1}{100}$. de 1 ce. de cu. Haremos nueſtra ygualacion,poniendo la vnidad debaxo del $\frac{1}{100}$.de 1 ce.de cu.por ſer quebrado dela primera intencion, que en eſta parte es auido por entero,y multiplicando deſpues en ✠ y reſultaran 1 ce.ce.p̃.100.yguales a $\frac{1}{100}$. de ce.ce. ce. porque la denominacion del cenſo es 2. y la del cenſo de cubo es 6. y haze por tanto el cenſo multiplicado por ce. de cu. la octaua dignidad, la qual es ce.ce.ce. cuya denominacion es 8.y reduziendo todo a vn ce,ce, ce, o partiendo todo

por

por $\frac{1}{100}$. o multiplicando todo por 100. resultarã finalmente yguales 1 ce.ce.ce. y 100.ce.ce.p̃.10000. que es conjugacion proporcional a la segunda de las compuestas, porque los censos de censos quedaran en lugar de cosas, y el censo de censo de censo, quedara en lugar de 1 ce. y la obra sera esta: La mitad de 100. es 50. que multiplicados en si, hazen 2500. juntaremos estos 2500. con los 10000. y haran 12500. y sera luego R.12500.p̃.50. el valor del ce.ce. y la R.V.R.1250. p̃.50. sera el valor del censo. y la R.R.V.R.12500.p̃.50. sera el valor de la cosa, y tanto sera el segundo numero. Y porque pusimos el segundo ser 1 co. y hallamos luego en principio de la obra, que el tercero es $\frac{1}{10}$. de 1. cu. haremos el cubo de R.R.V.R.12500 p̃.50. y partirlo emos por el numero 10. porq̃ el quociente sera el tercero.

Tambien podremos conoscer estos numeros por otro modo no menos euidente, porq̃ pues son proporcionales, los sus quadrados tambien seran proporcionales, y porque el primero quadrado y el segundo juntos, son yguales al tercero, sera luego la proporcion delos quadrados la que tiene el medio y dos extremos, y porque la proporcion de las raizes es la mitad dela ꝑporcion delos quadrados, seran luego los tres numeros constituidos en la mitad de la proporcion q̃ tiene el medio y dos extremos, y para que mas facilmente obremos, buscaremos tres numeros en esta proporcion, y que el menor dellos sea la vnidad, para que por medio destos hallemos los que buscamos de principio. Pornemos pues la primera parte y menor ser 1. y la parte mayor sea

1 co.

1 co. y porque en la proporcion que tiene el medio y dos extremos, tanto se haze multiplicãdo la segunda parte, que es la mayor, en si, como la parte menor por todo el numero, que en la tal proporcion se parte, multiplicaremos 1 co. en si, y hara 1 ce. el qual partiremos por 1. y verna 1. ce. que sera todo el numero que se parte, yguales seran luego 1. co. p̃. 1, que son las dos partes a 1. ce. que es el numero todo.

Obraremos por la segunda de las compuestas, y verna por valor de la cosa R. 1 $\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{2}$. y sera luego dela vnidad para esta R. 1 $\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{2}$. la proporcion q̃ tiene el medio y dos extremos. Entre estas dos quantidades buscaremos el medio proporcional, el qual hallaremos multiplicando 1. por R. 1 $\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{2}$. y haran lo mismo, y la raiz deste producto sera el medio ꝓporcional, porque si tanto se haze multiplicando la primera quantidad por la tercera, como la segunda en si misma, las tales 3 quantidades son proporcionales. Seran por esta causa proporcionales en la mitad de la proporcion q̃ tiene el medio y dos extremos estas 3 quantidades, 1. y R V. R. 1 $\frac{1}{4}$ m̃ $\frac{1}{2}$. y R. 1 $\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{2}$. y en esta proporcion estan constituidos los tres numeros q̃ buscamos: pero tienen esto mas, q̃ el primero y menor multiplicado por el segundo, haze 10. Pornemos pues el primero y menor ser 1. co. y sera luego el segũdo cosas R V. R. 1 $\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{2}$. multiplicaremos 1. co. por co. R V. R. 1 $\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{2}$. y haran censos R V. R. 1 $\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{2}$. que serã yguales a 10. Partiremos 10. por R V. R. 1 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$. y verna el valor del censo, y para q̃ commodamente se haga esta particion, multiplicaremos R V. R. 1 $\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{2}$. por el sũ recisо R V. R. 1 $\frac{1}{4}$.

m̃.$\frac{1}{2}$. y haran 1.que ſera el partidor,y multiplicaremos tambien los 10.por R.V.R.1$\frac{1}{4}$.m̃.$\frac{1}{2}$. y eſto ſe hara multiplicando el quadrado de la raiz vniuerſal,el qual es R.1.$\frac{1}{4}$ m̃.$\frac{1}{2}$.por el quadrado de 10. el qual es 100. porque la raiz delo que hizieren ſera el producto.Multiplicando pues 100.por R. 1$\frac{1}{4}$.haran R.12500. y multiplicando 100. por m̃.$\frac{1}{2}$. haran m̃. 50. multiplicando luego el quadrado dela dicha raiz vniuerſal por el quadrado de 10. haremos R.12500.m̃.50. y ſera luego el producto R.V.R.12500.m̃.50 quando multiplicamos 10.por R.V.R.1$\frac{1}{4}$ m̃.$\frac{1}{2}$. y eſta R.V. auemos de partir por la vnidad, que es ſimple partidor, y verna lo miſmo. Aſſi que el valor del cenſo ſera R.V.R.12500. m̃ 50. y el valor dela coſa ſera R.R.V. R. 12500. m̃. 50. y tanto ſera el primero numero delos tres q̃ buſcamos. Los otros dos ſe hallaran por la miſma arte,o por Regla de tres.

98. Partamos 12.en tales dos partes, que ſea la vna dellas medio proporcional entre la otra y el numero 10.La parte de 12.que ha de ſer medio proporcional,ſea 1 co. y ſera luego la otra 12. m̃. 1 co. y tenemos por eſta manera tres quantidades proporcionales. Por eſta orden 12.m̃.1 co. y 1 co.y 10.Multiplicaremos la primera por la tercera,y haremos 120.m̃.10.co. que ſeran yguales a la ſegunda multiplicada en ſi,que es 1 ce.y reſtaurando lo diminuto, reſultaran 120. yguales a 10. co p̃.1 ce. que es la primera de las compueſtas, y la obra ſera eſta.La mitad de 10.es 5.que multiplicada en ſi,haze 25. los quales juntaremos con 120 y ſeran 145. y ſera luego el valor dela coſa R. 145.m̃.5. y tanto ſera la parte de 12. que es el medio

dio proporcional. Sacaremos esta R.145.m̃.5. de 12. y lo que queda, que es 17.m̃.R.145. sera la otra parte de 12. De manera, que 17 m̃.R. 145. y R. 145. m̃. 5. y 10. son quantidades proporcionales. La prueua sera, que multiplicando la primera por la tercera. s. 17. m̃. R. 145. por 10. hazemos 170. m̃. R. 14500. y R. 145. m̃. 5. multiplicada por si, haze otro tanto.

99. Busquemos dos numeros, que multiplicãdo el vno por el otro, hagan 12. y que sea el vno dellos medio proporcional entre el otro y el numero 2. El numero que ha de ser medio proporcional, sea 1 co. y sera luego el otro $\frac{12}{1\ co.}$ Tenemos luego tres numeros proporcionales, $\frac{12}{1\ co.}$ y 1 co. y 2. y porq̃ el segundo es 1 co. multiplicando 1 co. en si, hara 1 ce. que sera ygual a lo que se hiziere multiplicando $\frac{12}{1\ co.}$ por 2. que es $\frac{24}{1\ co.}$ Ygualaremos multiplicando en +, y resultara 1. cubo, ygual al numero 24, y sera por tanto el valor dela cosa, que es el medio proporcional, raiz cubica de 24. y este es el vno de los dos numeros que buscauamos, y para conoscermos el otro partiremos 12. por R. cu. 24. reduziendo primeramente el numero a raiz cubica, que sera R cu. 1728. y sera el quociente R. cu. 72 y quedaran estas tres quantidades proporcionales, R. cu. 72. y R. cu. 24. y el numero 2.

100. Busquemos 4 numeros proporcionales en continua proporcion, y que sean tales, que el primero multiplicado por el segũdo, y el producto por el tercero, y el producto desta multiplicaciõ

por el quarto, hagan 81. y que el primero multiplicado por el segundo, haga 6. Pornemos el tercero ser 1 co. por lo qual multiplicado el primero por el segundo, y el producto, que es 6. por el tercero, haremos 6 co. y porque estas 6 co. multiplicadas por el quarto, hazen 81. partiremos 81 por 6 co. y vernan $\frac{81}{6\ co.}$ que sera el quarto numero. Y para conoscermos el segũdo, multiplicaremos 1 co. que es el tercero en si, y haremos 1 ce. y este 1 ce. partiremos por $\frac{81}{6\ co.}$ q̃ es el quarto, y vernã $\frac{6\ cu.}{81.}$ que sera el segundo, y para conoscermos el primero, multiplicaremos el segundo por el tercero, y haran $\frac{6\ ce.ce.}{81.}$ y este producto siendo partido por $\frac{81}{6\ co.}$ que es el quarto, vernan $\frac{36\ re.1}{6561.}$ y tanto sera el primero, y porq̃ el primero multiplicado por el segundo, haze 6. multiplicaremos el vno por el otro, y haremos $\frac{216.ce.ce.ce.}{531441.}$ q̃ seran yguales al numero 6. Ygualaremos multiplicãdo en ✱, y haremos 3188646. yguales a 216. ce. ce ce. que es simple conjugacion. Partiremos 3188646. por 216. y vernan 14762 $\frac{1}{4}$ por valor del censo de censo de ce. cuya raiz laqual es 121 $\frac{1}{2}$. sera el censo de censo, y sera por tanto el valor dela cosa, q̃ es el tercero numero R. R. 121 $\frac{1}{2}$. El quarto numero conosceremos partiendo 81. por 6 co. Y el segũdo conosceremos multiplicando el tercero en si, y partiendo el producto por el quarto, y partiẽdo el numero 6. por el segundo, verna el primero. Desta obra se colige regla facil para obrar sin

Alge-

Algebra,porque el cubo de 81. es 531441. el qual multiplicamos por 6. y hazemos 3188646. y este numero partimos por el cubo de 6.el qual es 216 y la raiz de la raiz de la raiz del quociente es el tercero numero. *Y* aun sera mas facil la obra, partiendo el cubo de 81. por el quadrado de 6. y verna lo mismo, porque tanto verna multiplicando el cubo de 81. por 6. y partiendo el producto por el cubo de 6.como sera lo que viniere,no multiplicando el cubo de 81.por 6. pero la particion se hara no por el cubo de 6. sino por el quadrado de 6.y la proporcion del numero que se parte para el partidor,de vna manera y de otra es la misma,y por esta causa verna vn mismo quociente. *Y* porque lo que se haze multiplicãdo el segundo por el tercero es raiz del postrero producto,q̃ en este caso es 81. partiremos la raiz de 81.la qual es 9. por el tercero, y verna el segũdo.Y partiremos 6.por el segũdo,y verna el primero,y el quarto verna multiplicando el segundo por el tercero, y partiendo el producto por el primero. Y que lo q̃ se haze multiplicando el segundo por el tercero,sea raiz del postrero producto,q̃ en este caso es 81. la demonstracion sera clara. Porque tanto se haze multiplicando el segundo por el tercero, como el primero por el quarto,quando las quantidades son proporcionales,y aun que la proporcion no fuese cõtinua, multiplicando luego vn producto por el otro, porque son yguales,haremos vn quadrado,que en este caso sera 81. que es el postrero producto. Porque enel caso 37.del cap.7.delos casos de Geometria demonstramos vn fundamento, el qual

dize, que si 4 quantidades fueren multiplicadas, la primera por la segunda, y el producto por la tercera, y este producto por la quarta, harã tanto como si estas multiplicaciones fuesen hechas por otra orden. s. primera quantidad por tercera, y el producto por la quarta, y este ꝓducto por la segunda, o por otra orden, y haran tambien tanto como si multiplicassemos la segunda por la tercera, y la primera por la quarta, y multiplicasemos vn producto por el otro, o si multiplicasemos la primera por la tercera, y la segunda por la quarta, y despues vn producto por el otro. Y porque multiplicando la primera quantidad destas 4. que eneste caso son proporcionales por la segunda, y el producto por la tercera, y este producto por la quarta, hazemos 81. multiplicando luego el producto dela segunda en la tercera por el producto dela primera en la quarta, tambien haremos 81. y porque el producto de la segunda en la tercera, es ygual al producto de la primera en la quarta, como auemos dicho: porque las. 4. quantidades son proporcionales, por esta causa el producto de la segunda en la tercera, sera raiz quadrada de 81. Y con este fundamẽto queriendo obrar por Algebra, que siempre tẽgo por mejor, porque entendemos lo que obramos, sera la obra mas facil que la primera. Porq̃ pornemos el primero numero ser 1 co. y porque el primero multiplicado por el segundo, haze 6. sera luego el segundo $\frac{6}{1\ co.}$ y porque el segundo multiplicado por el tercero, haze la raiz de. 81. que es 9. partiremos 9. por $\frac{6}{1\ co.}$ y vernan $\frac{9\ co}{6}$

por tercero. Multiplicaremos el primero que es 1 co. por $\frac{9\ co.}{6}$ que es el tercero, y hará $\frac{9\ ce.}{6}$ que sera tanto como $\frac{36}{1\ ce.}$ que es el quadrado del segundo. Ygualaremos multiplicando en ✠, y ternemos 216. yguales a 9 ce.ce. que es simple conjugacion, y partiremos por tanto 216. por 9. y vernan 24. por valor del censo de censo, y sera luego el valor dela cosa que es el primero R.R. 24. Para conoscermos el segundo, partiremos 6. por R.R. 24. porque lo que viniere sera el segundo, y multiplicaremos R.R. 24. por 9. y el producto partiremos por 6. y lo que viniere sera el tercero, y el quarto conosceremos por regla de tres, o multiplicando el tercero en si, y partiendo el producto por el segundo, que tambien es Regla de tres. Y que el tercero venga obrando por aquel modo, es la razõ que el primero multiplicado por el segundo haze 6. y el tercero multiplicado por el mismo segundo, haze 9. es luego el segundo vn commun multiplicador, y por esta causa tal proporcion aura de 6. para el primero, como de 9. para el tercero. Obraremos luego por Regla de tres, diziendo assi: Si 6 nos da la quantidad del primero 9, quanto nos dara por quantidad del tercero? Multiplicaremos R.R. 24. que es el primero por 9. y el producto partiremos por 6 y verna la quantidad del tercero. Y tambien deste vso de Algebra se colige regla facil, la qual es partir el cubo de 6 por la raiz de 81. y la raiz de la raiz delo que viniere, sera el primero, y los otros tres numeros conosceremos como agora diximos.

101. Busquemos. 4. numeros proporcionales en

continua proporcion, que el primero multiplicado por el segundo, y el producto por el tercero, y este producto por el quarto, hagan 100. y q̃ el primero y quarto juntos, sean 7. Enel caso passado demonstramos, que este vltimo producto que eneste caso es 100. es ygual a lo que se haze multiplicando el segũdo por el tercero, y el producto en si mismo, o a lo que se haze multiplicando el primero por el quarto, y el producto en si mismo, porque yguales son lo que se haze multiplicando el segundo por el tercero, y lo q̃ se haze multiplicando el primero por el quarto. Y porque el vltimo producto en este caso es 100. sera luego lo que se haze multiplicando el primero por el quarto R.100. la qual es 10. y porque el primero y quarto juntos, son 7. partiremos 7 en tales dos partes, que la vna multiplicada por la otra, hagan 10. y esto se hara o por Algebra, o por la regla que pusimos enel cap. delos medios proporcionales, y hallaremos que la vna de las partes es 2, y la otra es 5. Siendo pues assi conoscidos el primero numero y el quarto, los dos medios proporcionales que son el segundo numero, y el tercero hallaremos por su Regla que esta escripta enel cap. de los medios proporcionales, los quales son R.cu.20. y R.cu.50. y la experiencia assi lo dize: porq̃ multiplicando 2 por R.cu.20. haremos R.cu.160. y R.cu.160. multiplicada por R.cu 50. haze R.cu.8000. y R.cu.8000. multiplicada por 5. haze R cu.1000000. la qual es 100. y los 4 numeros son ꝓporcionales en la proporcion q̃ es la tercia parte de dupla sesquialtera, del mayor para el menor su vezino, porque el cubo del mayor

yor es 125. y el cubo del menor es 8. y van los cubos continuados en la proporcion dupla sesquialtera, la qual contiene 3 vezes la proporcion de los lados, segun lo demuestra Euclides. Y esta obra fue sin trabajo, porque la primera parte o el primero numero y el quarto son numeros, y la raiz de 100. es numero. Porque si no lo fuesen, aun que la arte sea la misma, hazer se ya la obra con mas trabajo, porque todas las quantidades que buscamos, hallariamos cōpuestas, como en este mismo exemplo veremos, no sacādo las raizes a limpio, mas vsando dellas, como si fuesen sordas. Porque el primero numero q̃ hallamos es $3\frac{1}{2}$. m̃. R. $2\frac{1}{4}$. y el quarto es $3\frac{1}{2}$. p̃. R. $2\frac{1}{4}$. y multiplicādo el primero en si, hazemos $14\frac{1}{2}$. m̃. R. $110\frac{1}{4}$. y multiplicando este producto por el quarto numero, haremos $50\frac{3}{4}$. p̃. R. $473\frac{1}{18}$. m̃. R. $248\frac{1}{18}$. m̃. R. $1350\frac{9}{18}$. y la raiz cubica vniuersal sera el segundo numero proporcional, que es el primero medio, y multiplicando el quarto numero en si, y el producto por el primero, q̃ se haze con menos trabajo, porq̃ mudamos quando cumple el p̃. en m̃. haremos $50\frac{3}{4}$. p̃. R $1350\frac{9}{18}$. m̃. R. $248\frac{1}{18}$ m̃. R. $473\frac{1}{18}$. y la raiz cubica vniuersal, sera el tercero numero, o segundo medio proporcional, y si vsasemos de la raiz de 100. como de sorda, seria aun mas trabajo hallar estos numeros.

102. Busquemos 4 numeros proporcionales en continua proporcion, que la sūma del primero y segundo multiplicada por la sūma del tercero y quarto, hagan 36. y que los 4 numeros juntos en vna sūma, sean 13. y esto es partir 13. en 4 partes proporcionales en cōtinua propor-

cion,y que ſean tales, que la primera y ſegunda juntas ſiẽdo multiplicadas por la tercera y quarta juntas, hagan 36. Y para que entendamos la obra que auemos de hazer,demõſtraremos primeramente eſta regla,que ſi.4.quantidades fueren proporcionales en continua proporciõ,tanto haremos multiplicando la primera y ſegunda juntas,por la tercera y quarta juntas,como multiplicando la ſũma dela ſegunda y tercera en ſi miſma.Y para demonſtracion deſta regla,tomaremos por fundamento dos propoſiciones del ſegundo libro de Euclides. La vna dize,q̃ tanto ſe haze multiplicando vn numero por otro, como multiplicãdo las partes del vno por las partes del otro , y juntando en vna ſũma los productos de las tales multiplicaciones, y en eſto ſe funda la cõmun arte de multiplicar.La otra propoſicion,que es la.4.dize,que tanto ſe haze multiplicãdo vn numero en ſi miſmo,como ſi lo partieſemos en qualeſquier dos partes, y multiplicaſemos cadavna en ſi miſma,y la vna por la otra dos vezes,y juntaſemos en vna ſũma los productos deſtas multiplicaciones delas partes.Exemplo, Si partieremos 10. en dos partes, q̃ ſean 7.y 3.tanto vale el quadrado de.10.q̃ es.100.como el quadrado de 7. y el quadrado de 3.y lo que ſe haze multiplicando 7. por 3. dos vezes, y deſta propoſiciõ auemos vſado muchas vezes en eſta obra. Eſtos fundamentos preſupueſtos demonſtraremos la regla, porque por el primero tanto ſe hara multiplicando la ſũma dela primera parte y ſegunda por la ſũma dela tercera y quarta, como multiplicando la primera por la tercera,y la

la primera por la quarta,y la ſegunda por la tercera,y la ſegunda por la quarta,todo eſto junto en vna sũma. Y porq̃ tanto haze la primera por la tercera,como la ſegunda por ſi miſma,porque ſon proporcionales, y tanto haze la ſegũda por la quarta , como la tercera en ſi miſma , por la miſma razon,luego tanto ſe hara multiplicando la sũma dela primera y ſegunda, por la sũma dela tercera y quarta,como es el quadrado de la ſegunda,y el quadrado dela tercera,con lo que ſe haze multiplicando la primera por la quarta , y la ſegunda por la tercera,todo eſto junto. Y por que ſiendo 4 quantidades proporcionales,tanto haze la primera multiplicada por la quarta,como la ſegunda por la tercera,tanto ſe hara luego multiplicando la sũma de la primera y ſegunda por la sũma dela tercera y quarta , como multiplicando la ſegunda en ſi miſma , y la tercera en ſi miſma,con el producto dela multiplicacion de la ſegũda por la tercera dos vezes,todo eſto junto. Y porq̃ por la 4. ꝓpoſiciõ del.2.lib.de Euclid. el quadrado dela ſegunda parte y tercera juntas vale tanto como el quadrado de la ſegunda,y el quadrado dela tercera,y lo que ſe haze multiplicando la ſegunda por la tercera dos vezes, todo eſto junto. Luego yguales ſeran por cõmun ſentencia,lo q̃ ſe haze multiplicãdo la sũma dela primera y ſegũda,por la sũma dela tercera y quarta,y lo que ſe haze multiplicando en ſi miſmala sũma dela ſegunda y tercera,y eſta es la regla que propuſimos para demonſtrar. Y porq̃ en el caſo dezimos que la sũma del primero numero y ſegundo multiplicada por la sũma del tercero y

quarto, ha de hazer 36. hara luego la sũma del ſegundo y tercero multiplicada por ſi miſma 36. y la raiz de 36. que es 6. ſeran el ſegundo numero y tercero juntos. Y porque la sũma de todos. 4. numeros es 13. ſerá luego 7. el primero y el quarto juntos. Tenemos luego el numero 13. partido en 4 partes proporcionales en continua ꝓporcion. y ſon tales, que la primera y quarta juntas, ſon 7. y la ſegunda y tercera juntas, ſon 6. y queremos ſaber, quanto vale cada vna de las partes, y eſte es el caſo 84. deſte capitulo practicado en otros numeros, y eneſte preſente caſo, enel qual los 4 numeros valen 13. ſera el primero numero $1\frac{3}{5}$. y el ſeguudo $2\frac{2}{5}$. y el tercero $3\frac{3}{5}$. y el quarto $5\frac{2}{5}$. y el primero y ſegundo juntos, valen 4. que multiplicados por 9. q̃ valen el tercero y quarto, haran 36. y todos 4. ſon proporcionales en cõtinua proporcion ſeſquialtera.

103. Partamos 15 en 4 partes proporcionales en cõtinua proporcion, y que los ſus quadrados juntos ſean 85. Pornemos que la ſegunda parte y tercera juntas, ſon 1. co. y ſeran luego la primera y quarta juntas 15. m̃. 1. co. Y ſiendo aſſi conoſcidas la ſegunda parte y tercera, y tambien conoſcidas la primera parte y la quarta juntas en los terminos de Algebra, para conoſcermos quãto es cadavna delas partes ſeparadamente por ſi en los terminos de Algebra, para q̃ no hagamos poſicion ſobre poſicion, vſaremos dela Regla del caſo 84, que coligimos del miſmo caſo. Obrãdo pues por la dicha Regla, partiremos el numero 15 por 1. co. y ſera el quociente $\frac{15}{1.co.}$. con el qual juntaremos el numero 2. y hará $\frac{2.co.\tilde{p}.15.}{1.co.}$ y mul-

tiplicaremos por ſi 1 co. y hara 1 ce. partiremos 1 ce.por $\frac{2\ co.\tilde{p}.15.}{1\ co.}$ y verna $\frac{1\ cu.}{2\ co.\tilde{p}.15}$ y eſte quociente guardaremos. Y multiplicaremos en ſi $\frac{1}{2}$ co. y hara $\frac{1}{4}$ ce. del qual ſacaremos $\frac{1\ cu.}{2\ co.\tilde{p}.15.}$ que es el quociente que guardamos, y ſera lo que queda $\frac{1}{4}$ ce.m̃. $\frac{1\ cu.}{2.\ co.\tilde{p}.15.}$ y la ſu raiz vniuerſal ſacaremos de $\frac{1}{2}$ co.y quedara la ſegunda parte proporcional.ſ. $\frac{1}{2}$ co.m̃.R.V. $\frac{1}{4}$ ce.m̃. $\frac{1.cu.}{2.co.\tilde{p}.15.}$ Y porque la ſegunda parte y tercera juntas,ſon 1 co. ſacaremos la ſegunda de 1 co. y quedara $\frac{1}{2}$ co.p̃ R. V. $\frac{1}{4}$. ce.m̃. $\frac{1.cu.}{2.co.\tilde{p}.15.}$ y eſto ſera la tercera parte. Y para conoſcermos la primera parte por ſi,y tambien la quarta mas facilmente,dexaremos la dicha regla del caſo 84.dela qual auemos vſado para conoſcer la ſegunda parte y la tercera,mas multiplicaremos la ſegũda parte por la tercera,y harã $\frac{1.cu.}{2.co.\tilde{p}.15.}$ Y porque ſiendo 4 quantidades ꝓporcionales,tanto ſe haze multiplicando la primera por la quarta, como la ſegunda por la tercera, pues la primera y la quarta juntas,ſon 15.m̃.1 co. Partiremos eſtos 15.m̃.1 co.en tales dos partes, que la vna dellas multiplicada por la otra,hagan $\frac{1.cu.}{2.co.\tilde{p}.15.}$ y eſto haremos por la Regla q̃ puſimos enel cap. de los medios proporcionales por eſta arte. La mitad de 15.m̃ 1 co.es 7 $\frac{1}{2}$. m̃. $\frac{1}{2}$. co. cuyo quadrado ſera 56 $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{4}$ ce.m̃.7 co. $\frac{1}{2}$. del qual ſacaremos $\frac{1.cu.}{2.co.\tilde{p}.15.}$ y quedaran 56 $\frac{1}{4}$.p̃. $\frac{1}{4}$ ce.m̃.7 co.

$\frac{1}{2}$.m̃.

$\frac{1}{2}$.m̃. $\frac{1.cu.}{2co.\tilde{p}.15.}$ y ſacando la raiz vniuerſal deſta quantidad de $7\frac{1}{2}$. m̃.$\frac{1}{2}$.co. lo que quedare ſera la primera parte,y juntando la con 7.$\frac{1}{2}$.m̃.$\frac{1}{2}$.co.ternemos la otra parte,q̃ ſera la quarta parte proporcional. Aſſi que la primera parte de 15. es 7 $\frac{1}{2}$. m̃.$\frac{1}{2}$ co.m̃. R.V.56 $\frac{1}{4}$. p̃.$\frac{1}{4}$.ce.m̃. 7.co.$\frac{1}{2}$.m̃. $\frac{1\ cu.}{2.co.\tilde{p}.15.}$

y la ſegunda es $\frac{1}{2}$.co. m̃. R. V. $\frac{1}{4}$. ce.m̃. $\frac{1.cu.}{2.co.\tilde{p}.15.}$

y la tercera parte es $\frac{1}{2}$.co.p̃.R.V.$\frac{1}{4}$.ce.m̃. $\frac{1.cu.}{2.co.\ \tilde{p}.\ 15.}$

y la quarta parte es 7 $\frac{1}{2}$.m̃.$\frac{1}{2}$.co.p̃. R.V.56 $\frac{1}{4}$.p̃.$\frac{1}{4}$.ce. m̃.7.co.$\frac{1}{2}$.m̃. $\frac{1.cu.}{2.co.\tilde{p}.15.}$ Y lo que agora reſta para hazer,es multiplicar cadavna deſtas.4.quantidades por ſi miſma,para que tẽgamos los ſus quadrados,y los juntemos,porque han de ſer yguales al numero 85. *Y* ſera el quadrado dela primera parte, el quadrado de 7$\frac{1}{2}$.m̃.$\frac{1}{2}$.co.y mas el quadrado dela R.vniuerſal, menos dos multiplicaciones de 7 $\frac{1}{2}$.m̃.$\frac{1}{2}$.co. por la raiz vniuerſal. *Y* el quadrado dela quarta parte ſera el quadrado de 7.$\frac{1}{2}$.m̃.$\frac{1}{2}$ co. y mas el quadrado dela raiz vniuerſal, y mas dos multiplicaciones de 7$\frac{1}{2}$.m̃.$\frac{1}{2}$.co.por la R.vniuerſal. Y porque delas multiplicaciones de 7 $\frac{1}{2}$.m̃.$\frac{1}{2}$.co.por la raiz vniuerſal,tantas ſon las que van declaradas por p̃.como ſon las que van por m̃. por eſta cauſa quando juntamos en vna ſúma los quadrados dela primera parte, y de la quarta parte, no ſe deue de hazer cuenta de las multiplicaciones en ✠ de 7.$\frac{1}{2}$.m̃.$\frac{1}{2}$.co, por la raiz vniuerſal.De manera,que dexadas las tales multiplicaciones en ✠, tomaremos del quadrado de

la

la primera parta $56\frac{1}{4}$.p̃.$\frac{1}{4}$.ce.m̃.7.co .$\frac{1}{2}$.p̃.$56\frac{1}{4}$ p̃.$\frac{1}{4}$.ce. m̃.7.co.$\frac{1}{2}$.m̃. $\frac{1.cu.}{2.co.p̃.15.}$ y tomaremos otro tanto del quadrado de la quarta parte,y todo esto puesto en vna sũma,hara 225. p̃. 1. ce. m̃. 30. co. m̃. $\frac{2.cu.}{2\ co.\ p̃.\ 15.}$ Y por la misma razon, tomaremos del quadrado dela segunda parte , el quadrado de la $\frac{1}{2}$.co. y dela raiz vniuersal,y otro tanto del quadrado dela tercera parte,porque las multiplicaciones en ✠, de $\frac{1}{2}$. co. por la raiz vniuersal,no se han de poner en la sũma,porque las vnas deshazen las otras. Tomaremos luego delos quadrados dela segunda parte y tercera 1.ce.m̃. $\frac{2.cu.}{2.co.p̃.15.}$ y esto junto con 225.p̃.1.ce.m̃. 30. co.m̃. $\frac{2.cu.}{2.co.p̃.15.}$ haran al todo esta sũma.225.p̃.2 ce. m̃. 30. co. m̃. $\frac{4.cu.}{2.co.p̃.15.}$ que son los quadrados de las .4. partes proporcionales del numero 15. los quales quadrados seran yguales a 85. que es lo que se propuso enel presente caso. Ygualaremes restaurando lo diminuto,y sacando lo superfluo,y resultaran 140 p̃.2.ce. yguales a 30.co.p̃. $\frac{4.cu.}{2.co.p̃.15.}$ y este entero con quebrado , conuerteremos en puro quebrado, multiplicando las 30.co. por el denominador 2.co.p̃.15.y sera conuertido en este puro quebrado $\frac{60.ce.p̃.450.co.p̃\ 4.cu.}{2.co.p̃.15.}$ que sera ygual a los 2.ce.p̃.140. Multiplicaremos en ✠.y haremos 60. ce.p̃.450.co.p̃.4.cu. yguales a 30.ce.p̃.280.co.p̃.4. cu.p̃.2100. y sacando lo superfluo, quedarã finalmente 30.ce.p̃.170.co.yguales a 2100.que es la pri-

mera

mera delas cõpueſtas. Partiremos todo por 30. que es el numero delos cenſos, y quedaran 1 ce p̃. 5. co. $\frac{2}{3}$. yguales a 70. y la obra ſera eſta, la mitad de 5 $\frac{2}{3}$. es 2 $\frac{5}{6}$. que multiplicados en ſi, hazen 8 $\frac{1}{36}$. que con los 70. ſeran 78. $\frac{1}{36}$. cuya raiz es 8 $\frac{5}{6}$. de la qual ſacaremos 2. $\frac{5}{6}$. y quedaran 6. por valor dela coſa. *Y* ſeran luego 6. la ſegunda parte y tercera juntas, y lo que queda de 15. que es 9. ſeran la primera y quarta juntas. *Y* para conoſcer quanto ſea cadavna de las partes por ſi, pues la primera y quarta ſon conoſcidas, y la ſegunda y tercera tambien ſon conoſcidas, y ſon partes proporcionales, obraremos conforme al caſo 84. y hallaremos la primera ſer 1. y la ſegunda 2. y la tercera 4. y la quarta 8. Fray Lucas trato eſte caſo, y reſoluiolo por modo muy cierto: Pero erro por inaduertencia la cuenta de la primera parte y quarta, poniendo p̃. en lugar de m̃. en los eſimos del cubo, y la ſũma delos quadrados delas 4. partes cõtando bien, es 225. p̃. 2. ce. m̃. 30. co. m̃. $\frac{4.\text{cu.}}{2.\text{co.}\,\tilde{p}.\,15.}$

104 Buſquemos tres numeros proporcionales, que el ſegundo multiplicado por el primero haga al tercero, y que los dos quadrados del primero y del ſegundo juntos, ſean yguales al quadrado del tercero. En eſte caſo pues el ſegundo multiplicado por el primero haze al tercero, y ſon proporcionales, es forçado que el primero ſiendo multiplicado en ſi, haga al ſegundo. La razon deſto es muy clara, porque pues el tercero contiene al ſegundo, ſegun la quantidad del primero; ſi el ſegundo contiene al primero por quantidad differente del primero, no auria luego

go tal proporcion del primero para el ſegundo, como del ſegũdo para el tercero. Y pues los ponemos proporcionales, y el ſegundo multiplicado por el primero haze al tercero, tambien el primero multiplicado por el primero, hara al ſegũdo. Pornemos pues el primero ſer 1 co. y ſera por tanto el ſegundo 1 ce. y el tercero 1 cu. Pongamos en vna sũma los quadrados de los dos primeros, y haran 1 ce. p̃. 1 ce.ce. y porque el quadrado del tercero, es 1 ce. de cu. yguales ſeran luego 1 ce. p̃. 1 ce.ce. a vn ce.cu. Abreuiarlos emos en las dignidades ſacando la denominacion de ce. que es 2. de ſus denominaciones, y reſultaran 1. p̃. 1. ce. yguales a 1 ce.ce. que ſon proporcionales, porque las denominaciones diſtan por yguales differencias, y ſeruira la ſegunda delas compueſtas, porq̃ queda el cẽſo en lugar de coſa, y la obra ſera eſta: La mitad de 1. es $\frac{1}{2}$. que multiplicado en ſi, haze $\frac{1}{4}$. juntando le 1 haran 1 $\frac{1}{4}$. luego $\frac{1}{2}$. p̃. R. 1 $\frac{1}{4}$ ſera el cẽſo, que es el ſegundo numero, y R.V. $\frac{1}{2}$ p̃ R. 1 $\frac{1}{4}$. que es el valor dela coſa, ſera el primero: y para conoſcermos el tercero, multiplicaremos el ſegundo en ſi miſmo para lo reduzir a raiz vniuerſal, y hara 1 $\frac{1}{2}$. p̃. R. 1 $\frac{1}{4}$. y ſera luego el ſegundo tanto como R.V. 1 $\frac{1}{2}$. p̃. R. 1 $\frac{1}{4}$. Multiplicaremos pues R.V. $\frac{1}{2}$. p̃. R. 1 $\frac{1}{4}$. que es el primero, por R.V. 1 $\frac{1}{2}$. p̃. R. 1 $\frac{1}{4}$. que es el ſegundo, y haran R V. 2. p̃. R. 5. que ſera el tercero. Y que el producto ſea tanto, es eſta la razõ, porque 1 $\frac{1}{2}$. multiplicado por $\frac{1}{2}$. haze $\frac{3}{4}$. y R. 1 $\frac{1}{4}$ por R 1 $\frac{1}{4}$. haze 1 $\frac{1}{4}$. que con los $\frac{3}{4}$. le cumple el numero 2. y quanto alas dos multiplicaciones en +. porq̃ la vna es de $\frac{1}{2}$. por R. 1 $\frac{1}{4}$. y la otra es de 1 $\frac{1}{2}$ por R. 1 $\frac{1}{4}$. moſtrara eſto tanto como ſi hizieſemos vna

ſola

ſola multiplicacion dela sũma de $\frac{1}{2}$.y 1 $\frac{1}{2}$. que es 2 por la miſma R.1 $\frac{1}{4}$. y porque 2. por R.1 $\frac{1}{4}$.haze R. 5.ſera luego el dicho producto R.V.2.p̄.R.5.que es el tercero. Y ſon los dichos tres numeros proporcionales,porque el ſegundo fue hallado $\frac{1}{2}$. p̄. R.1 $\frac{1}{4}$. y el primero es ſu raiz,y el ſegundo multiplicado por el primero,hizo al tercero.Y que los dos quadrados del primero y ſegũdo juntos, ſean tãto como el quadrado del tercero,es la prueua,que el quadrado del primero es $\frac{1}{2}$ p̄.R.1 $\frac{1}{4}$. que vale tanto como el ſegundo numero,y el quadrado del ſegundo es 1 $\frac{1}{2}$. p̄. R.1 $\frac{1}{4}$. los quales juntos, hazen 2. y mas dos raizes de 1 $\frac{1}{4}$. y manifieſto es, que R.1 $\frac{1}{4}$.multiplicada por 2.haze R.5. hazen luego los dos quadrados 2 p̄.R.5.y otro tanto es el quadrado del tercero , porque ſiendo el tercero R.V.2.p̄.R.5. ſera el ſu quadrado 2.p̄.R.5. Y ſabe q̃ eſtos tres quadrados eſtan ordenados en la proporcion que tiene el medio y dos extremos,por que ſon ꝓporcionales,aſſi como el primero para el ſegundo,aſſi el ſegundo para el tercero,y ſon el primero y ſegundo juntos,yguales al tercero. Y tienen mas otra propriedad, que aſſi como las ſus raizes que ſon los tres numeros q̃ hallamos, es el primero vna raiz,y el ſegundo el quadrado de aquella raiz,y el tercero es el cubo,aſſi tambiẽ en los tres quadrados ſe halla lo miſmo.Porque $\frac{1}{2}$.p̄.R.1 $\frac{1}{4}$. quadrado primero multiplicado en ſi, haze 1 $\frac{1}{2}$.p̄.R. 1 $\frac{1}{4}$. que es el ſegundo quadrado, y multiplicãdo eſte ſegundo quadrado por el primero,haze 2.p̄. R. 5. que es el tercero, aſſi que el primero quadrado y el ſegundo aſſi juntos en vna sũma , como multiplicados el vno por el

otro

otro,hazen el tercero. Y no ſe halla todo eſto en todas las quantidades que ſon conſtituidas en la proporcion que tiene el medio y dos extremos, porque $1\frac{1}{2}$.m̃.R.$1\frac{1}{4}$. y R.$1\frac{1}{4}$ m̃ $\frac{1}{2}$. y la vnidad, eſtan en la proporcion que tien el medio y dos extremos,pero la parte menor,que es $1\frac{1}{2}$.m̃.R.$1\frac{1}{4}$.multiplicada por la mayor,que es R.$1\frac{1}{4}$.m̃.$\frac{1}{2}$.no haze la vnidad,mas haze R.5.m̃. 2. y eſto es el contrario delo que ſe halla en los tres dichos quadrados:porque el primero que era el menor ſiendo multiplicado en ſi,haze al ſegundo:pero en eſtas tres quantidades la ſegunda,q̃ es R.$1\frac{1}{4}$.m̃.$\frac{1}{2}$. multiplicada en ſi, haze la primera y menor, q̃ es $1\frac{1}{2}$, m̃.R.$1\frac{1}{4}$. y eſto que agora diximos tiene por cauſa, que ſon eſtas partes quebrados de la vnidad, como vemos en eſtos 3 numeros,2.4 8.ordenados en la proporcion dupla, que el primero que es 2. multiplicado en ſi, haze el ſegundo,que es mayor,pero en eſtos $\frac{1}{4}$.$\frac{1}{2}$.1. ſiendo la miſma proporciõ,el ſegundo multiplicado en ſi haze al primero, que es menor.

105. Partamos 10. en 3 partes proporcionales, que la primera multiplicada por la tercera,haga tres tanto que la primera multiplicada por la ſegunda.Pornemos la ſegunda parte ſer 1 co. y ſeran luego la primera y tercera juntas 10.m̃.1 co. Multiplicaremos 1 co. en ſi, y hara 1 ce. que ſera tanto como lo que ſe haze multiplicando la primera por la tercera, porque ſon proporcionales primera y ſegunda y tercera. Y porque la primera por la ſegunda,haze $\frac{1}{3}$. delo que haze la miſma primera por la tercera,que es 1 ce.hara luego la primera por la ſegunda $\frac{1}{3}$.de 1 ce.y pues la pri-

mera multiplicada por la ſegunda,q̃ es 1 co. haze $\frac{1}{3}$.de 1 ce.partiremos $\frac{1}{3}$ de 1 ce.q̃ es el producto, por 1 co.y verna $\frac{1}{3}$. de 1 co. y tanto ſera la primera. *Y* es aſſi,que multiplicando $\frac{1}{3}$ de 1 co. que es la primera,por 1 co. que es la ſegunda, hazemos $\frac{1}{3}$ de 1 ce. que es el tercio de lo que ſe haze multiplicando la primera por la tercera,que demonſtramos ſer 1 ce. Siendo pues la primera parte $\frac{1}{3}$ de co. y la ſegunda 1 co.ſacarlas emos del numero 10. y quedaran 10 m̃.1 co.$\frac{1}{3}$.por la tercera parte. Y porque la primera por la tercera hazen 1 ce. y la primera es $\frac{1}{3}$ co,partiremos 1 ce.por $\frac{1}{3}$ de co. y lo que viniere,que ſeran 3 co.ſeran tambien lo que vale la tercera parte,y ſeran por tanto yguales 10.m̃.1 co.$\frac{1}{3}$.y 3.co.Reſtauremos lo diminuto, y reſultaran 4 co.$\frac{1}{3}$.yguales a 10.que es ſimple cõjugacion.Partiremos 10. por 4 $\frac{1}{3}$. y vernan 2 $\frac{4}{13}$. por valor de la coſa,que es la ſegunda parte. Y porque la primera era $\frac{1}{3}$ de co. ſera luego la primera $\frac{10}{13}$. y porque la tercera es 3 co,ſera por eſta cuenta 6 $\frac{12}{13}$. y todas tres juntas,ſon 10. Eſte modo es muy facil,y el de Fray Lucas muy difficil.

106. Tenemos tres numeros , que el primero con la mitad del ſegundo y el tercio del tercero haze 12. y el ſegundo con el quarto del primero y el tercio del tercero haze 15. y el tercero con el quarto del primero y el quinto del ſegundo, haze 20. y queremos ſaber , quanto es cadavno dellos.Eſte caſo y en eſtos miſmos terminos pone Fray Lucas,pero no haze diſcurſos para ſe poder comprehender . Pongamos que el primero numero es 1 co.y porque juntandole la $\frac{1}{2}$ del ſegundo,y $\frac{1}{3}$ del tercero hara 12. ſeran luego 12.m̃.

1 co

1 ço. la mitad del ſegundo y el tercio del tercero juntos. Y porque el ſegundo con $\frac{1}{4}$ del primero, y $\frac{1}{3}$ del tercero, haze 15. ſacaremos deſtos 15 $\frac{1}{4}$. del primero que es $\frac{1}{4}$ de co. y quedaran 15. m̃. $\frac{1}{4}$ co. por valor del ſegundo juntamente con $\frac{1}{3}$ del tercero. Deſtos 15. m̃. $\frac{1}{4}$ co. ſacaremos lo que vale la mitad del ſegundo con el tercio del tercero, que es 12. m̃. 1 co. y lo que queda, que es 3. p̃ $\frac{3}{4}$ co. ſera la ſola mitad del ſegundo, es la prueua deſto q̃ juntando vna mitad del ſegundo con otra mitad del miſmo ſegundo y tercia parte del tercero, hazemos otra vez todo el ſegũdo con el tercio del tercero. Siendo pues aſsi, que 3. p̃. $\frac{3}{4}$ co. es la mitad del ſegundo, ſera todo el ſegundo el duplo, que es 6. p̃. 1 co. $\frac{1}{2}$. Y porque auemos concluido que la mitad del ſegundo juntamente con el tercio del tercero es 12. m̃. 1 co. ſacaremos de 12. m̃. 1 co. la mitad del ſegundo, que es 3. p̃. $\frac{3}{4}$ co. y quedaran 9. m̃ 1 co. $\frac{3}{4}$. por valor de la tercia parte del tercero, y multiplicando eſto por 3. haremos 27. m̃. 5. co. $\frac{1}{4}$. que ſera todo el tercero. Y porque el tercero con $\frac{1}{4}$ del primero, y $\frac{1}{5}$ del ſegundo haze 20. juntaremos con 27. m̃. 5 co. $\frac{1}{4}$ el quarto del primero que es $\frac{1}{4}$ co. y vn quinto del ſegundo, q̃ es 1 $\frac{1}{5}$. p̃. $\frac{3}{10}$ de coſa, y haran 28 $\frac{1}{5}$. m̃. 4 co. $\frac{7}{10}$. que ſeran yguales al numero 20. Ygualaremos reſtaurãdo lo diminuto y ſacando lo ſuperfluo, y reſultaran finalmente 8 $\frac{1}{5}$. yguales a 4 co. $\frac{7}{10}$. que es ſimple conjugacion. Partiremos pues 8 $\frac{1}{5}$. por 4 $\frac{7}{10}$. y ſera el quociẽte 1 $\frac{175}{235}$ y tanto ſera el valor dela coſa q̃ es el primero, y abreuiado el quebrado ſera 1 $\frac{35}{47}$. y el ſegundo ſera 8 $\frac{29}{47}$. y el tercero ſera 17 $\frac{79}{94}$.

107. Tenemos tres numeros, que el primero cõ

la mitad del ſegundo y el tercio del tercero haze 12. y el ſegũdo con el quarto del primero y $\frac{1}{5}$ del tercero, haze 15. y el tercero con $\frac{1}{8}$ del ſegundo, y $\frac{1}{6}$ del primero, haze 20. y queremos conoſcer cada vno dellos. Eſte caſo es differẽte del paſado, por que los quebrados ſon todos differentes, por lo qual cumple hazer mayores diſcurſos. Pongamos que el primero numero es 1 co. y porq̃ con $\frac{1}{2}$ del ſegundo y $\frac{1}{3}$ del tercero haze 12. ſera luego la mitad del ſegũdo con el tercio del tercero 12. m̃. 1 co. y multiplicando eſto por 3. haremos 36. m̃. 3 co. que ſera tanto como todo el ſegundo, y la mitad del ſegundo con todo el tercero numero. Y porque el ſegundo numero con $\frac{1}{4}$ del primero, y $\frac{1}{5}$ del tercero haze 15. ſacaremos deſtos 15. la quarta parte del primero que es $\frac{1}{7}$ co. y quedaran 15. m̃. $\frac{1}{4}$ co. por valor del ſegundo y quinta parte del tercero. Multiplicaremos por 5 eſtos 15. m̃. $\frac{1}{4}$ co. y haran 75. m̃. 1 co. $\frac{1}{4}$. que ſeran tãto como 5 vezes el ſegundo y vna vez el tercero. Sacaremos pues deſtos 75. m̃. 1 co. $\frac{1}{4}$. que ſon valor de 5 vezes el ſegundo, y vna vez el tercero 36. m̃. 3 co. que valen el tercero y el ſegundo y la mitad del ſegundo, y quedaran 39. p̃. 1 co. $\frac{3}{4}$. por valor de tres vezes el ſegundo y la mitad del miſmo ſegundo. y el duplo deſto que es 78. p̃. 3 co. $\frac{1}{2}$. ſera el valor de 7 vezes el ſegundo, y el ſeptimo deſto, que es 11 $\frac{1}{7}$. p̃. $\frac{1}{2}$ co. ſera lo que vale el ſegundo. Y porque la mitad del ſegundo con la tercia parte del tercero es 12. m̃. 1 co. ſacaremos deſta quantidad 5 $\frac{4}{7}$. p̃. $\frac{1}{4}$ co. que es la mitad del ſegundo, y quedaran 6 $\frac{3}{7}$. m̃. 1 co. $\frac{1}{4}$. por valor de la tercera parte del tercero, la qual quantidad multi-

pli-

plicaremos por 3. y haremos 19 $\frac{2}{7}$. m̃. 3 co. $\frac{3}{4}$. que ſera el tercero numero. Y porque el tercero numero con $\frac{1}{6}$ del primero, y $\frac{1}{8}$ del ſegundo, haze 20. juntaremos $\frac{1}{6}$ co. que es el ſexto del primero, y 1 $\frac{11}{28}$. p̃. $\frac{1}{16}$ co. que es la octaua parte del ſegũdo, con 19 $\frac{2}{7}$. m̃. 3 co. $\frac{3}{4}$. que es el tercero, y haran 20 $\frac{19}{28}$. m̃. 3 co. $\frac{50}{96}$. que ſeran yguales a 20. Ygualaremos reſtaurando lo diminuto, y ſacando lo ſuperfluo, y quedaran finalmente yguales $\frac{19}{28}$ a 3 co. $\frac{50}{96}$. que es ſimple conjugació. Partiremos $\frac{12}{28}$. por 3 $\frac{50}{96}$. y vernan $\frac{228}{1183}$ por valor dela coſa, y tanto ſera el primero numero, y porque el ſegũdo era 11 $\frac{1}{7}$. p̃. $\frac{1}{2}$. co. ſera luego el ſegundo 11 $\frac{283}{1183}$. y porq̃ el tercero era 19 $\frac{2}{7}$. m̃. 3 co. $\frac{3}{4}$. ſera luego el tercero numero 18 $\frac{666}{1183}$.

108. Tenemos tres numeros, que el primero con la mitad del ſegundo y del tercero, haze 90. y el ſegundo con el tercio del primero y del tercero, haze 84. y el tercero con la quarta parte del primero y del ſegundo y con mas 6. haze 87. y queremos ſaber quanto es cadavno dellos. Eſte caſo pone Fray Lucas en los miſmos terminos, y halla quanto es cadavno delos numeros, obrã do por la Regla dela quantidad ſorda. Mas nos queſimos antes obrar por la coſa, porque los Arithmeticos no ſe ſuelen valer de la Regla de quantidad ſorda, ſino quando por la coſa no ſe puede obrar facilmente. Pornemos pues que el primero numero es 1 co. y ſeran luego la mitad del ſegundo y del tercero 90. m̃. 1 co. y el duplo deſto que es 180. m̃. 2 co. ſeran el ſegundo y tercero juntos. Y porque el ſegundo con el tercio de los otros dos numeros, haze 84. ſacaremos de-

ſtos 84. el tercio del primero que es $\frac{1}{3}$ co. y quedara 84. m̃. $\frac{1}{3}$ co. y tanto ſera el ſegundo con el tercio del tercero, porque le falta $\frac{1}{3}$ co. para hazer 84. Multiplicaremos 84 m̃. $\frac{1}{3}$ co. por 3 y haremos 252 m̃ 1 co. y eſto ſera tres vezes el ſegundo, y vna vez el tercero. Y porque el ſegundo y el tercero juntos, valen 180. m̃. 2 co. ſacaremos eſtos 180. m̃ 2 co. del valor de tres vezes el ſegũdo con vn tercero, que es 252. m̃. 1 co. y quedaran 72. p̃. 1 co. por valor de dos vezes el ſegũdo, y la mitad deſto, que es 36. p̃. $\frac{1}{2}$ co. ſera lo q̃ vale el ſegũdo. Y eſtos 36 p̃. $\frac{1}{2}$ co. ſacaremos de 180. m̃ 2 co. q̃ valen el ſegũdo y el tercero juntos, y quedarã 144. m̃. 2 co. $\frac{1}{2}$. por valor del tercero. Con eſtos 144. m̃. 2 co. $\frac{1}{2}$. juntaremos la quarta parte del primero, q̃ es $\frac{1}{4}$ co. y la quarta parte del ſegũdo, la qual es 9 p̃. $\frac{1}{8}$ co. y cõ eſto el numero 6. y harã 159. m̃ 2 co. $\frac{1}{8}$. que ſeran yguales a 87. Ygualaremos y reſultarã finalmente 2 co. $\frac{1}{8}$. yguales a 72. Partiremos 72. por 2 $\frac{1}{8}$. y vernã 33 $\frac{15}{17}$. por valor dela coſa, y tanto ſera el primero numero. Y porq̃ el ſegũdo era 36 p̃. $\frac{1}{2}$ co. ſera luego 52 $\frac{16}{17}$. y porq̃ el tercero era 144. m̃. 2 co. $\frac{1}{2}$. ſera por eſta cuenta 59 $\frac{1}{17}$.

109. Tenemos tres numeros, que el primero juntandole 10. reſulta duplo delos otros dos juntos. y el ſegundo con 10. reſulta triplo de los otros dos. y el tercero con 10. reſulta quadruplo de los otros dos. Y queremos ſaber, quanto es cada vno dellos. Fray Lucas pone eſte caſo en los miſmos numeros, pero haze nueua poſicion, y queſimos monſtrar mas facil vſo delas Reglas de la coſa. Pornemos pues el primero numero ſer 1 co. y juntando le 10, ſera todo junto 1 co. p̃. 10. y por que

que entonces resulta duplo delos otros dos, será luego el segundo y el tercero juntos $\frac{1}{2}$ co. p̄ 5. y seran todos tres numeros juntos, con el numero 10. que se añade, 1 co. $\frac{1}{2}$. p̄. 15. Y porque juntando con el segũdo el numero 10 resulta triplo del primero y tercero juntos, seran luego el primero y tercero juntos la quarta parte de toda la sũma del primero y tercero con el segundo y mas 10. porque si el primero y tercero juntos, son el tercio del segundo y mas 10. seran luego el primero y tercero con el segundo y mas 10. quatro vezes el primero y tercero juntos. Y porque la sũma de todos tres con los 10. es 1 co. $\frac{1}{2}$. p̄. 15. seran luego el primero y tercero juntos la quarta parte, que es $\frac{3}{8}$ co p̄. 3 $\frac{3}{4}$. sacaremos 1 co. que es el primero, y quedará 3 $\frac{3}{4}$ m̄. $\frac{5}{8}$ co. por valor del tercero. Y porque el segundo con el tercero, valen $\frac{1}{2}$ co. p̄. 5. sacaremos 3 $\frac{3}{4}$. m̄ $\frac{5}{8}$ co. que vale el tercero, de $\frac{1}{2}$ co. p̄. 5. y quedaran 1 $\frac{1}{4}$. p̄. 1 cô. $\frac{1}{8}$. por valor del segundo. Agora diremos assi, pues el tercero con 10. resulta quadruplo del primero y segundo, juntaremos 10. con 3 $\frac{3}{4}$ m̄. $\frac{5}{8}$ co. que vale el tercero, y esto sera quadruplo de 1 $\frac{1}{4}$ p̄. 2 co. $\frac{1}{8}$. que es la sũma del valor del primero y segũdo. Multiplicaremos por tanto 1 $\frac{1}{4}$ p̄. 2 co. $\frac{1}{8}$. por 4. y haremos 5 p̄. 8 co. $\frac{1}{2}$. que sera tanto como 13 $\frac{3}{4}$ m̄. $\frac{5}{8}$ co. q̃ vale el tercero con 10. ygualaremos, y resultará finalmẽte 9 co. $\frac{1}{8}$. yguales a 8 $\frac{3}{4}$. que es simple conjugaciõ. Partiremos 8$\frac{3}{4}$. por 9 $\frac{1}{8}$. y vernã $\frac{70}{73}$. por valor dela cosa, y tãto sera el primero numero. Y porq̃ el segũdo era 1$\frac{1}{4}$. p̄. 1 co. $\frac{1}{8}$. multiplicaremos $\frac{70}{73}$. por 1$\frac{1}{8}$. y hará 1$\frac{46}{584}$ q̃ abreuiados, y puestos en vna suma con 1$\frac{1}{4}$, hazen 2$\frac{24}{73}$. y tanto sera el segũdo, y porq̃ el

el tercero era $3\frac{3}{4}$.m̃.$\frac{5}{8}$ co. ſacaremos de $3\frac{3}{4}$ el valor de $\frac{5}{8}$ co. y quedaran $3\frac{31}{73}$.por valor del tercero. Y por eſta miſma arte reſolueremos el ſiguiente queſito,que dize Fray Lucas que le propuſo en Roma Maeſtro Ieronymo, q̃ en Sena tenia ſalario publico por Maeſtro de cuenta, y es eſta nueſtra arte mas facil, y mas artificioſa, que la de Fray Lucas.

110. Tenemos tres numeros, o como el dize, tres hombres tienen dineros,y dixo el primero alos otros dos,dadme el tercio delo que entrãbos teneis,y mas 4.y con eſo hare 100. Dixo el ſegundo alos otros dos,ſi me diere des 60.de lo que entrambos teneis, terne el duplo menos 4. delo q̃ os quedare. Y dixo el tercero alos otros dos,ſi me dais el quarto de lo que entrambos teneis,y mas 5.terne el triplo delo que os quedare menos 5.Y queremos ſaber,quanto es lo que tiene cadavno dellos. Pornemos el primero tener 1 co. y pues recebiendo el tercio del ſegundo y del tercero y mas 4. hara 100. recibiendo luego el tercio del ſegundo y del tercero ſin los 4 hara 96. y tanto terna el primero con el tercio del ſegundo y del tercero. y porque puſimos q̃ el primero tiene 1 co. ſera luego el tercio de lo q̃ tienen el ſegundo y el tercero 96.m̃.1 co. y multiplicãdo eſto por 3.haremos 288.m̃ 3 co.y tanto ternan el ſegundo y el tercero juntamente,y con 1 co. del primero, ſera lo que todos tres tienen 288.m̃.2 co. Sacaremos del primero y tercero 60. los quales daremos al ſegundo, y hecho eſto, el ſegundo p̃.60.no podra ſer duplo del primero y tercero m̃.60.porq̃ le faltarã 4.y ſera por tanto el

ſe-

ſegundo p̃.64. duplo del primero y tercero m̃ 60. Y porque en tal caſo el primero y tercero m̃.60. ſon la mitad del ſegundo p̃. 64. ſeran luego el primero y tercero m̃. 60. la tercia parte de toda la ſũma que hazen primero y tercero m̃.60. con el ſegundo p̃.64. que vale tanto come el primero y ſegundo y tercero p̃.4. y porque 60. ſon tercia parte de 180. juntaremos 60. con el primero y tercero m̃ 60. y haran tanto como el primero y tercero, y juntaremos los 180. con el primero y ſegundo y tercero p̃.4. y haran tanto como ſon el primero y el ſegundo y tercero p̃.184. y ſeran luego el primero y tercero la tercia parte del primero y ſegundo y tercero p̃.184. Eſto ſe prueua por la 13 propoſicion del quinto libro de Euclides, en la qual es demonſtrado, que ſi tal proporcion tuuiere la primera quantidad para la ſegunda, como la tercera para la quarta, ſera dela primera y tercera juntas para la ſegunda y quarta juntas, como dela primera para la ſegũda. Y porque auemos prouado que el primero y ſegundo y tercero juntos, valen 288. m̃.2 co. juntaremos con eſta quantidad 184. y haran 472. m̃.2 co. que ſeran yguales al primero y ſegundo y tercero p̃. 184. y porque deſtos ſon la tercia parte el primero y tercero juntos, ſeran luego el primero y tercero juntos la tercia parte de 472. m̃.2 co. la qual es 157 $\frac{1}{3}$. m̃. $\frac{2}{3}$ co. Sacaremos 1 co. que es el primero deſtos 157 $\frac{1}{3}$. m̃. $\frac{2}{3}$ co. que valen primero y tercero, y quedaran 157 $\frac{1}{3}$. m̃. 1 co $\frac{2}{3}$. por valor del tercero. Y porque auemos prouado que el ſegundo y tercero ſon 288 m̃.3 co. ſacaremos deſta quantidad los 157 $\frac{1}{3}$. m̃.1 co. $\frac{2}{3}$. que vale el tercero, y lo

que queda, que es 130 $\frac{2}{7}$. m̃. 1 co. $\frac{1}{7}$. ſera el valor del ſegundo. Daquy en delãte proſiguiremos como Fray Lucas, diziẽdo aſſi: La quarta parte del primero y ſegundo es 32 $\frac{2}{7}$. m̃. $\frac{1}{12}$ co. que con 5, hazen 37 $\frac{2}{7}$. m̃. $\frac{1}{12}$ co. los quales ſacaremos de 130 $\frac{2}{7}$ m̃. $\frac{1}{7}$ co. q̃ ſon el primero y ſegundo, y juntarlos emos con 157 $\frac{1}{7}$. m̃. 1 co. $\frac{2}{7}$. que vale el tercero, y quedaran del primero y ſegundo 93. m̃. $\frac{1}{4}$ co. y el tercero reſultara 195. m̃. 1 co. $\frac{3}{4}$. y con 5 mas, haremos 200. m̃. 1 co. $\frac{3}{4}$. y eſto ſera triplo de 93. m̃. $\frac{1}{4}$ co. que multiplicados por 3. haran 279. m̃. $\frac{3}{4}$ co. los quales ſeran yguales a 200. m̃. 1 co $\frac{3}{4}$. Ygualaremos ſacãdo primeramente los $\frac{3}{4}$ de co. de entrambas las quantidades, y ternemos 279. yguales a 200. m̃. 1 co. y reſtaurando lo diminuto, reſultaran 279. p̃. 1 co. yguales a 200. y ſacando los 200. quedarã 79. p̃. 1 co. yguales a cifra. Agora dize Fray Lucas, que no viene a capitulo, y que en caſos ſemejantes auemos de partir el numero por las coſas, y diremos, que el valor dela coſa es m̃. 79. y q̃ tanto tiene el primero, y conforme a eſte valor de la coſa haze la cuenta para el ſegundo y tercero. Y por tanto dize, que el ſegundo tiene 236. y el tercero 289. Mas pues haze el caſo poſſible, es yerro dizir, que no viene a capitulo, porque quien tuuiere aquella ſu opinion, lo podra traer a capitulo por eſte modo, 1 co. p̃. 79. ſon yguales a 0. luego ſacando 79. de 1 co. p̃. 79. quedara 1 co. y ſacando 79 de 0. quedaran m̃. 79. y ſera por tanto 1 co. ygual a m̃. 79. que es conjugacion ſimple de coſas yguales a numero declarado por p̃. o por m̃. y aſſi ſegun Fray Lucas pienſa, terna el primero m̃. 79. y que de 0. ſacar 79. queden m̃. 79. es ma-

nifi-

nifiesto, porque tornando a juntar p̃. 79. con m̃. 79. haremos o. Pero la verdad es, que el caso es impossible. porque impossible es, que numero y cosas sean yguales a cifra, y que 1 co. sea ygual a m̃. 79. y si entendio que m̃. 79 es aun menos que nihil, a que llaman debito, esto es mera vanidad, y pura contradition. No porque las palabras del caso dizen que los tres hombres tienen dineros, porque bien se podria poner en otra forma, mas porque m̃. 79. sin compañia de otra quantidad declarada por mas, ninguna cosa quiere dizir, o. significara que es nihil. Pues si queremos poner que el primero tiene o. haziendo la experiencia, no concorda con el caso, y aun que concorde poniendo que el primero tiene m̃. 79. ny por eso se sigue que el caso es possible. Tiene el segundo 236. y el tercero 289. que juntos hazen 525. y sera luego la tercia parte de lo que tienen 175. y auemos concluido, que el tercio delo que tienen el segundo y el tercero es 96. m̃. 1 co. y por esta cuenta el m̃. 1 co. ha de valer p̃. 79. porq̃ 96. con 79. hazen 175. mas a ningun sano juisio esta palabra m̃. 1 co. que quiere dizir 79. de debito, puede significar p̃. 79. saluo si quisieren dizir, que assi como segun doctrina de Logicos, dos negaciones haze vna affirmacion, assi tambien diziẽdo menos m̃. 79. queremos dizir, que tenemos 79. pero esto sera hablar a saber de paladar, porq̃ aun en este lenguaje esa palabra querra dizir, si algo quiere dizir, que no ay debito, pues m̃. 79. es debito. Y no ha necessidad de hazer sophismas en sciencia real y pura, como es la Arithmetica, que totalmente lo no consiente. Verdad es, que
 encl

enel capitulo de partir las Raizes, en el exemplo en que partimos R.V.4.p̃.R.25. por R.V.1.p̃.R.9. multiplicando entrambas quantidaddes por el residuo del partidor, nos queda finalmente por partidor simple R. de m̃.8. Mas tiene la obra su razon, porq̃ tomamos R. de m̃.8. por instrumento para hallar el verdadero quociente, y partiendo p̃. por m̃. nos viene m̃. y partiendo m̃. por m̃. nos viene p̃. y desta manera conoscemos quáto sea el verdadero quociente en los binomios y residuos.

¶ *Cap.6. Dela regla dela quantidad simple o absoluta.*

LA Regla dela quantidad simple o absoluta nos es distincta delas otras, y vsamos della en dos maneras. La primera es vn suplimiento en las Reglas dela cosa, para hazermos la ygualacion, con ayuda deste termino quantidad, porque puesto que las otras dignidades tambiẽ sean quantidades, no son pero absolutas, sino respectiuas, las vnas comparadas alas otras, por el modo que auemos dicho. Exemplo desto sera este caso enel qual vsamos dela quantidad absoluta. Tenemos tres numeros, que el primero cõ la mitad de los otros, haze 32. y el segundo con el tercio de los otros dos, haze 28. y el tercero con el quarto delos otros dos, haze 31. y queremos saber quanto es cada vno dellos. Pornemos que el primero es 1 co. y seran luego la mitad del segundo y tercero 32.m̃.1 co. y el segundo y tercero 64.m̃. 2 co. y pues el primero es 1. co. seran luego todos tres numeros 64.m̃.1.co. Agora pornemos que el segundo es 1 quantidad, y seran por esta cuenta el primero y tercero

ro juntos 64.m̃.1 co. y m̃.1 quantidad, y el tercio dellos ſera 21 $\frac{1}{3}$.m̃.$\frac{1}{3}$ co.m̃.$\frac{1}{3}$ de quantidad, y juntando con eſto el ſegundo que es 1 quantidad, haremos 21 $\frac{1}{3}$.m̃.$\frac{1}{3}$ co.p̃.$\frac{2}{3}$ de quantidad, que ſeran yguales a 28. Ygualaremos reſtaurando lo diminuto, y ternemos 21 $\frac{1}{3}$.p̃.$\frac{2}{3}$ de quantidad, yguales a 28.p̃.$\frac{1}{3}$ co. y ſacãdo lo ſuperfluo que es 21 $\frac{1}{3}$. quedaran $\frac{2}{3}$ de quantidad, yguales a 6 $\frac{2}{3}$.p̃.$\frac{1}{3}$ co. y ſera luego vna quantidad ygual a 10. p̃. $\frac{1}{2}$ co. y porque puſimos el ſegundo ſer 1 quantidad, ſera luego el ſegũdo 10.p̃.$\frac{1}{2}$ co. Por eſta manera ayudando nos del termino quantidad, alcançamos quanto fueſe el ſegundo, ſacando pues de todos tres que ſon 64. m̃. 1 co. el valor del primero, q̃ es 1 co. y el valor del ſegundo que auemos hallado ſer 10.p̃.$\frac{1}{2}$ co. quedaran 54.m̃.2 co.$\frac{1}{2}$.por valor del tercero, con el qual juntaremos 2 $\frac{1}{2}$. p̃. $\frac{3}{8}$. co. que es el quarto del primero y ſegũdo, y haran 56 $\frac{1}{2}$.m̃.2 co.$\frac{1}{8}$.que ſeran yguales a 31. Ygualaremos, y reſultaran 25 $\frac{1}{2}$.yguales a 2 co.$\frac{1}{8}$. y partiremos 25 $\frac{1}{2}$ por 2 $\frac{1}{8}$. y vernan 12.por valor dela coſa, y tanto ſera el primero numero, y porque el ſegundo era 10.p̃.$\frac{1}{2}$ co. ſera por eſta cuenta 16. y porque el tercero era 54.m̃.2 co.$\frac{1}{2}$.ſera por eſta cuenta 24. porque las 2 co.$\frac{1}{2}$. valen 30. Por eſta manera nos podemos aprouechar dela quantidad ſimple o abſoluta, para mas facil vſo de las Reglas dela coſa, porque ſiendo hecha la poſiciõ de 1 co. en el primero, en el ſegundo no podremos hazer poſicion, ſino fuere de 1 quantidad, que es por ſi abſoluta, y por medio deſta cõ ſus diſcurſos podemos ſaber quantas coſas es el ſegundo numero, o el reſpecto q̃ tiene con el pri-

me-

mero. Pero nos auemos tratado este mismo exemplo, que es el caso 51. y lo practicamos muy facilmente, y breuemente por la cosa, sin vsar dela quantidad absoluta. Y todos los casos que Fray Lucas practica por la quantidad, practicamos nos por las Reglas dela cosa, sin ayuda deste termino quantidad, y enel caso 71. practicamos por conjugacion simple, y compuesta el caso que el mismo Fray Lucas pone enel quarto notado essensial, el qual dize, que es impossible practicarse por los terminos de Algebra, sin ayuda deste termino quãtidad. La segunda manera por la qual vsamos dela quantidad absoluta, es para hazermos posiciõ sobre posicion, lo que no podria ser con las otras dignidades, y quedaria esta arte de Algebra defectuosa, si nueuamente no vsasemos de vna quantidad absoluta, que no este en la orden delas otras. Exemplo: Partamos 1 co. p̃. 3. en tales dos partes, que dando ala primera 4. y sacando dela segunda 5. resulte la primera seis vezes mas que la segunda. Pornemos la primera parte ser 1 quantidad, y sera luego la segunda 1. co. p̃. 3. m̃. 1 quantidad, daremos ala primera parte 4. y hara. 1. quãtidad p̃. 4. y sacaremos 5. dela segũda parte q̃ era 1 co. p̃. 3. m̃. 1 quantidad, y quedará 1. co m̃. 1. quantidad m̃. 2. y porq̃ hecho esto, la primera parte resulta 6 vezes mas q̃ la segũda, multiplicaremos por tanto 1 co. m̃. 1. quantidad m̃. 2. por el numero 6. y haremos 6 co. m̃. 6. quantidades m̃. 12. q̃ seran yguales a 1 quãtidad p̃. 4. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y ternemos 6 co. yguales a 7 quantidades p̃ 16. Y porque cumple que la quantidad quede por si sola sin com-

pa-

pañia, ſacaremos de entrambas partes los 16. y quedará 6 co.m̃.16. yguales a 7 quantidades. Partamos 6 co.m̃ 16 por 7 quantidades, y vernan $\frac{6}{7}$ co m̃.2 $\frac{2}{7}$. por valor de vna quãtidad, y tanto ſera la primera parte, y eſto ſacaremos de 1 co.p̃.3. y quedaran $\frac{1}{7}$ co.p̃.5 $\frac{2}{7}$. por la ſegunda. La prueua deſto es, que eſtas dos partes juntas, hazen 1 co. p̃.3. y quedando 4. ala primera parte, que es $\frac{6}{7}$ co. m̃.2 $\frac{2}{7}$. haremos $\frac{6}{7}$ co.p̃.1 $\frac{5}{7}$. y ſacando 5. de $\frac{1}{7}$ co p̃. 5 $\frac{2}{7}$. quedan $\frac{1}{7}$ co.p̃.$\frac{2}{7}$. y manifieſto es, que $\frac{6}{7}$ co. p̃. 1 $\frac{5}{7}$. es ſeis vezes mas que $\frac{1}{7}$ co. p̃. $\frac{2}{7}$. *Y* aun para eſto ſe podra eſcuſar el vſo dela quantidad abſoluta, y ny por eſo ſera el diſcurſo difficil. Porq̃ diremos aſſi, pues ala parte primera damos 4. y dela ſegunda, ſacamos 5. ſigueſe deſto que toda la sũma ſolamẽte perdio vno, y porque era 1 co. p̃.3. reſultara 1 co.p̃ 2. y porque hecho eſto, delo que reſulta la primera parte, para lo que reſulta la ſegunda, es tal proporcion como de 6 para 1. luego por la conjunta proporcion demonſtrada por Euclides en el quinto de la sũma de las dos partes, primera y ſegunda, que es 1 co.p̃.2. para la ſegunda parte, ſera tal proporcion como de 6. y 1. que ſon 7 para 1. y por la Regla de 3 conoſceremos la ſegunda parte, diziendo aſſi: Si 7 nos dan 1. quanto nos daran 1 co.p̃.2? Multiplicaremos el ſegundo por el tercero, y haran lo miſmo que era 1 co p̃ 2. partiremos por 7. y vernan $\frac{1}{7}$ co.p̃ $\frac{2}{7}$. y tanto ſera la ſegunda, deſpues dele auermos quitado 5. y por tanto dando eſtos 5. a $\frac{1}{7}$ co. p̃.$\frac{2}{7}$. reſultara $\frac{1}{7}$ co.p̃.5 $\frac{2}{7}$. y tando es la ſegũda parte de principio, y para ſabermos quanto es la primera, ſacaremos $\frac{1}{7}$ co.p̃.5 $\frac{2}{7}$. de 1 co.p̃.3. y que-

quedaran ꝑ co.m̃.2 2/7. y tanto es la primera parte, y la prueua es la mifma. Ieronymo Cardano hallo muchas Reglas de quantidad, por las quales refuelue muchas queftiones que trae, podiendo fe muy bien refoluer por las Reglas dela cofa, y con mas facilidad. Y para que efto que dizimos confte fer affi, trataremos vna queftion fuya que por la quãtidad refuelue, la qual es efta: Bufquemos dos numeros, cuyos quadrados juntos en vna sũma, fean 100. y que lo que fe haze multiplicando vno por otro, fea duplo dela sũma de entrambos juntos, y hechos todos fus difcurfos concluye, que el menor es 1.p̃.R.26.m̃.R.V.23.m̃.R.104. y el mayor es 1.p̃.R.26.p̃.R.V.23.m̃.R.104. y lo mifmo hallamos nos con vfo muy facil delas reglas dela cofa, por efta arte. Pornemos q̃ los dos numeros juntos fon 1 co. y fera luego 1 ce. el quadrado delos numeros juntos, y porque por la 4 ꝓpoficiõ del fegũdo libro de Euclides, muchas vezes allegada, los dos quadrados de los dos numeros, juntamente con el duplo delo ꝙ fe haze multiplicãdo vno por otro, valen tãto como el quadrado del numero compuefto defos dos, y los dos quadrados valen 100. y multiplicando vno por otro, hazen 2 co. y el duplo defta multiplicacion es 4 co. feran luego por efta cuenta 100.p̃.4 co. yguales a 1 ce. que es la fegunda conjugacion delas compueftas, y obrando conforme a fu Regla, hallaremos que el valor dela cofa, que es la sũma delos dos numeros es 2.p̃.R.104. Y porque el vno multiplicado por el otro, ha de hazer el duplo de 2.p̃.R.104. que es 4.p̃.R.416. partiremos 2.p̃.R.104. en tales dos partes, que la vna

multiplicada por la otra, haga 4. p̃. R. 416. y esto haremos o por la regla que esta enel Cap. de los medios proporcionales, o por Algebra: porque pornemos que la vna delas partes es 1 co. y sera luego la otra 2 p̃. R. 104. m̃. 1 co. y multiplicando vna por otra, haremos cosas 2. p̃. R. 104. m̃. 1 ce. q̃ seran yguales a 4. p̃. R. 416. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y resultaran co. 2. p̃. R. 104. yguales a 4. p̃. R. 416 p̃ 1 ce. que es conjugacion de cosas yguales a numero y censo: obraremos luego por la tercera delas cõpuestas por este modo. El numero delas cosas es 2 p̃. R. 104. cuya mitad es 1. p̃. R. 26. la qual multiplicada en si, hara 27. p̃. R. 104. destos 27. p̃. R. 104. sacaremos el numero, que es 4. p̃. R. 416. la qual raiz es dos raizes de 104. y quedaran 23. m̃. R. 104. y R. V. 23. m̃. R. 104. auemos de sacar dela mitad del numero delas cosas, para q̃ resulte el menor numero de los dos q̃ buscamos, y la misma R. V. auemos de jũtar cõ la mitad del numero delas cosas, y resultara el mayor. Y sera luego el menor 1. p̃ R. 26. m̃. R. V. 23. m̃. R. 104. y el mayor sera 1. p̃. R. 26. p̃. R. V. 23. m̃. R. 104. Y estos dos numeros juntos son 2 p̃. R. 104. y el vno multiplicado por el otro, haze 4. p̃. R. 416. por q̃ 1. p̃. R. 26 por 1. p̃. R. 26. haze 27. p̃. R. 104. y la raiz vniuersal multiplicada en si, haze m̃. 23. m̃. R. 104. la qual quantidad juntaremos con 27. p̃. R. 104. sacando 23. m̃. R. 104. de 27. p̃. R. 104. y lo que queda que es 4. p̃. R. 416. eso es lo que hazen juntos en vna sũma 27. p̃. R. 104. y m̃. 23. m̃. R. 104. y no hazemos cuenta delas dos multiplicaciones de 1. p̃. R. 26. por la raiz vniuersal, porque la vna deshaze la otra. Y que los quadrados del menor y del

mayor juntos hagan 100. es muy claro, porque el quadrado del menor es 50. menos dos multiplicaciones de 1. p̄. R. 26. por la raiz vniuersal, y el quadrado del mayor es 50. y mas dos multiplicaciones de 1. p̄. R. 26. por la misma raiz vniuersal, y porque las dos multiplicaciones que van por menos deshazen las que van por p̄. por esta causa los dos quadrados juntos hazen enteramente 100.

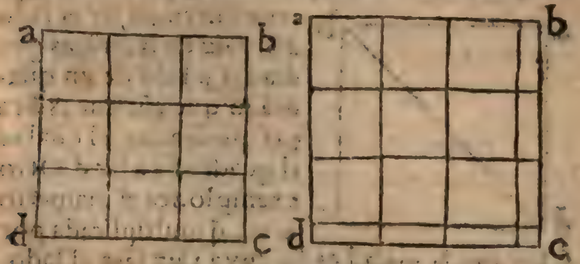
*Dela practica de Algebra en los casos o exemplos de Geometria, y primeramente de los quadrados. Cap. 7.*

AVN que los triangulos sean primero que los quadrados, trataremos primero delos quadrados, y delos quadrangulos rectangulos, porque por ellos reciben los triangulos su medida. Y aun que los primeros casos se practiquen sin Algebra, los quesimos escreuir, porq̃ assi lo requiere la orden.

1. Enel quadrado a b c d. si el lado fuere sabido, por el podremos saber la quantidad dela area. Porque multiplicaremos el lado por si mismo, y lo q̃ se hiziere por esa multiplicacion sera la area .s. si el lado tuuiere 3 braças de linea, aura enel quadrado 9 braças quadradas. Prueua se esto muy claramẽte, lleuando delos puntos dela particion del lado a b. lineas rectas equidistantes al lado a d. o b c. y quedara el quadrado partido en tantos quadrãgulos rectangulos yguales entresi, quantas son las vnidades lineales, en que fue partido el lado a b. que en este exemplo son 3. Partiremos despues el lado a d. en otras tantas partes, y lleuaremos delos puntos dela par-

ticion

ticion lineas equidistantes al lado a b. Y quedara por tanto partido el quadrado a b c d. en tantas braças quadradas, quanto es el numero que se haze multiplicando el numero delos rectangulos por el numero de las braças lineales que tiene el lado a d. Y porque estos dos numeros q̃ se multiplicaron son entresi yguales, por la figura ser quadrada, siguese luego q̃ el numero de las braças lineales, que tiene el lado, siendo multiplicado por si mismo, hara el numero de las braças quadradas. Lo mismo sera, si el lado no fuere numero, mas fuere otra quantidad incommunicante, como si fuese R.10. Porque seran 9 braças quadradas, y vn quadrado menor que de braça, y seran mas dos rectãgulos, los quales son dos suplementos yguales, y cadavno dellos es par-

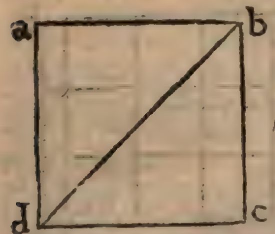



tido en 3 partes yguales, que todo juntamente constituyen al gnomon, el qual contiene vna braça, que con las 9 son enteramente 10. Y queriendo prouar esto demonstratiuamente, vsaremos dela quarta proposicion del segundo libro de Euclides.

2. Luego si la area del quadrado se da conoscida, sera el lado conoscido.

3. Y si el lado fuere conoscido, sera el diametro conoscido. Exemplo sea el lado 3. y sera luego el quadrado 9. y el otro lado que conel haze angulo recto, hara otro quadrado de 9. y sera por tanto el diametro R.18. Esto se prueua por la proposiciõ.47. del primero libro de Euclides.

4. Y si el diametro fuere conoscido, sera el lado conoscido. Porque multiplicaremos el diametro por si mismo, y delo q̃ se hiziere por esta multiplicacion, tomaremos la mitad, y la raiz desta mitad sera la quantidad del lado. Esta operacion se demuestra por la misma proposicion 47. del primero libro de Euclides. Exemplo, sea el diametro b d. de seis braças lineales, las quales multiplicadas en si, haran vn quadrado de 36 braças quadradas, cuya mitad es 18. Y por tanto




concluiremos ser el lado a b. raiz de 18. braças quadradas, o lado de vn quadrado que cõtiene 18 braças quadradas, el qual es el quadrado a b c d. Otro exemplo: sea el diametro R. 20. q̃ multiplicada por si, hara 20. la mitad es 10. cuya raiz sera el lado, y el quadrado valdra los 10.

5. Si la sũma del diametro y lado del quadrado fuere conoscida, cadavno por si sera conoscido. El diametro y el lado todo junto sea 6. pornemos por tanto el lado ser 1 co. y el su quadrado sera 1 ce. Y porque el quadrado del diametro es ygual a los dos quadrados de los dos lados, por el diametro ser opposito al angulo recto en

el

el triangulo rectangulo, el qual es la mitad del quadrado, sera por esta causa el diametro raiz de dos censos, que tanto vale como cosas raiz de 2.como auemos dicho enel capitulo de la ygualacion. Y porque pusimos ser el lado 1 co.seran por esta causa 6.yguales a cosas 1.p̃.R.2. que es conjugacion simple.Partiremos 6 por R.2.p̃.1. y lo que viniere en la particion,sera el valor de la cosa: el qual valor sera el lado del quadrado, y sacando esto de 6. lo que restare sera el valor del diametro. Y para que esta particion mejor se haga,conuertiremos el partidor en otro partidor simple, como auemos dicho en el Capitulo de repartir las raizes. y sera por este modo: multiplicaremos R. 2.p̃.1.por R.2.m̃.1. y haran 1. que sera el partidor. Item, multiplicaremos tambien los 6.por R.2.m̃.1.y haremos R.72.m̃.6.los quales partidos por el partidor q̃ es 1. viene la misma quãtidad R.72. m̃.6. que sera el valor de 1 cosa,que es el lado;y porque lado y diametro todo junto es 6.sacaremos destos 6.R.72.m̃.6.y restaran 12.m̃.R.72. por valor del diametro. Y podremos,si nos pluguiere,traer esto a conjugaciõ compuesta,poniendo que el lado sea 1 co.y sera luego el diametro 6.m̃.1 co.y sera el quadrado de se lado 1 ce.y dos quadrados de dos lados seran 2 censos,y el quadrado del diametro sera tambien 2 censos.y porque 6. m̃. 1 co. multiplicados en si hazen 36.p̃.1 ce.m̃.12.co.sera por tanto este quadrado del diametro ygual a 2 ce.y igualãdo hallaremos que 12 co.p̃.1 ce. son yguales a 36. q̃ es la primera delas cõpuestas. La mitad del numero delas cosas es 6.cuyo quadrado es 36. con

estos juntaremos el numero 36.y haremos 72. y dela raiz de 72. sacaremos 6.y restara R. 72. m̃. 6. por valor dela cosa, como antes.

6. Si lo que se haze multiplicando el diametro por el lado fuere conoscido, cadavno por si sera conoscido. Sea lo que se haze por esa multiplicacion 10.y para sabermos la quantidad assi del diametro como del lado, haremos assi: Pornemos el lado ser 1 cõ. y sera por tanto el diametro R.2 ce.s.co.R.2. Multiplicaremos 1 co. por co.R.2.y haremos censos R.2.los quales seran yguales a 10. Partiremos pues 10.por R.2. y verna R.50.y esto sera lo que vale vn censo, y sera luego la cosa RR 50. y este sera el valor del lado. Y porque el diametro es raiz de dos censos, y vn censo es R.50. seran por tanto dos censos R.200 y RR.200.sera el diametro. Y la prueua o experiencia assi lo dize, porque multiplicando RR. 50. por RR.200.haremos RR. 10000.la qual es 10. Y podremos tambien obrar por otro modo. Sea el lado 1 co.y sera luego el diametro $\frac{10}{1\ co}$. y porque el quadrado del diametro vale tanto como dos quadrados del lado, multiplicamos por si mismo $\frac{10}{1\ co.}$ para hazer el quadrado, y haremos $\frac{100}{1\ ce.}$ que seran yguales a 2 censos, que son dos quadrados del lado. Reduzirlosemos a enteros multiplicãdo en ✠, y ternemos 2 ce.ce. yguales a 100. Partiremos 100 por 2.y verna 50.por valor de 1 ce. ce. y sera por tanto el valor dela cosa RR. 50. Y por que el diametro era $\frac{10}{1\ co}$ partiremos 10. por RR.50, y verna RR, 200. por valor del diametro,

como

como antes.

7. Si el excesso del diametro sobre el lado fuere conoscido, el lado, y el diametro, cadavno por si, sera conoscido. Pongamos que ese tal excesso que nos dan conoscido, sea 3 braças. y pornemos el lado ser 1 co. sera por tanto el diametro 1 co. p̃. 3. y porque 1 co. multiplicada por si haze 1 ce. sera por tanto el quadrado 1 ce. y porque vn quadrado del diametro vale dos quadrados del lado, sera por esta causa el diametro R. 2 ce. la qual raiz sera ygual a 1 co. p̃. 3. y seran yguales los quadrados destas dos quantidades, los quales son 2 ce. y 1 ce. p̃ 6 co. p̃. 9. Ygualemos sacando de entrambos 1 ce. y quedara 1 ce. ygual a 6 co p̃. 9. q̃ es la segunda conjugacion delas compuestas. y obrando por su Regla, hallaremos que el valor dela cosa es R. 18. p̃. 3. y sera luego el diametro R. 18. p̃. 6. y la prueua o experiēcia assi lo dize. Porque el quadrado del lado sera 27. y 6 raizes de 18. y el quadrado del diametro sera 54. y 12 raizes de 18, que es el duplo, y eneste. 7. caso, podremos tomar por Regla general, que el excesso del diametro sobre el lado, siendo multiplicado por R. 2. p̃ 1. dara el valor del lado, y juntandole el excesso, ternemos el valor del diametro. La razon desta Regla es, porque siēdo el lado 1. sera el diametro R. 2. y sera luego el excesso R. 2. m̃. 1. Obraremos luego por Regla de 3. diziendo assi: Si R. 2. m̃. 1. de excesso nos dan 1. de lado, quanto nos daran 3 por valor de lado? Multiplicaremos 1 por 3. y seran los mismos 3. los quales auemos de partir por R. 2. m̃. 1. Pero haremos otro partidor simple, multiplicaremos R. 2. m̃ 1. por R. 2 p̃. 1.

y verna 1 por partidor, y multiplicaremos tambiē los 3 por R.2.p̃.1.y haremos R.18.p̃.3.para partir por 1. y verna lo mismo.s. R. 18. p̃.3. Por esta causa luego de principio podremos multiplicar el excesso del diametro, sobre el lado por R. 2.p̃.1. en todos los casos como este, y verna la quantidad del lado.

8. Si lo que se haze multiplicando el lado por el excesso q̃ sobre el tiene el diametro fuere conoscido, todo lo demas desto sera conoscido. Exemplo sea 15. lo que se haze por esta tal multiplicacion, y pornemos el lado ser 1 co y pues q̃ siendo el lado multiplicado por la differencia q̃ ay entre el y el diametro es 15 sera por tanto esa differēcia $\frac{15}{1\ co}$ y sera luego el diametro 1 co.p̃.$\frac{15}{1\ co}$. Y porq̃ el quadrado del diametro es duplo del quadrado del lado, sera por tanto el quadrado del diametro 2 ce. y el mismo diametro R.2 ce. o co.R.2.que es lo mismo. Siendo pues 1 co.p̃.$\frac{15}{1\ co}$ yguales a co.R.2 yguálaremos y hallaremos por fin de la ygualacion que 15 son yguales a ce. R. 2. m̃.1 que es conjugacion simple de numero ygual a censos. Partiremos por tanto 15 por R.2.m̃. 1. y verna el valor del censo Y para hazer esto mejor, procuraremos de reduzir el partidor a otro partidor simple, multiplicandolo por R.2.p̃. 1. y ternemos 1 por partidor, y multiplicaremos tābien los 15, por R.2.p̃.1.y harā R 450.p̃.15.los quales partidos por 1, viene lo mismo. Y sera luego el valor del censo R.450.p̃.15. y sera el valor del lado la raiz desa raiz ligada.s.R.V.15.p̃.R.450. y en este caso y semejantes, podremos tomar por

Regla

Regla general. Que si multiplicaremos por R. 2. p̃. 1. lo que se haze multiplicãdo el lado del quadrado por el excesso en que es excedido del diametro, ternemos el valor del quadrado. Es la razon, que siendo el lado 1. sera el diametro R 2. y sera por tanto la differencia entre el diametro y el lado R. 2. m̃. 1. Y porque multiplicando el lado, y la differencia que ay entre el mismo lado y el diametro, por vna quantidad ygualmente, vna misma proporcion aura entre las quantidades que por esas multiplicaciones resultan, y entre el lado y la differencia que del ay al diametro, daquy se sigue q̃ multiplicando el lado por si mismo haziendo el quadrado, y multiplicãdo tambien por el mismo lado la differencia que del ay al diametro, la misma proporcion que ay entre el lado y la differencia del al diametro, aura tambien entre las quantidades q̃ por las tales multiplicaciones resultaren. Y porque pusimos que la multiplicaciõ dela dicha differencia por el lado hiziesse 15. y la multiplicacion del lado por el lado haze el quadrado, tal proporcion aura luego de 15 para el quadrado, qual ay de R. 2. m̃. 1. para 1. y porque destas 4 quantidades proporcionales, las tres dellas son conoscidas. s. La primera, que es R. 2. m̃. 1. y la segunda, que es 1. y la tercera que es 15. podremos luego por la Regla de 3 conoscer la quarta, que es el quadrado. Porque multiplicaremos 15 por 1, y haremos 15, y estos 15. auemos agora de partir por R. 2. m̃. 1. y el quociente sera el quadrado. Pero porque el partidor R. 2. m̃. 1. es cõpuesto, multiplicarloemos por R. 2. p̃. 1. y resultara 1 por partidor, y multiplica-

remos tambien los 15.por R.2 p̃.1. y haremos R. 450.p̃.15.que auemos de partir por 1.y verna la mifma quantidad,la qual es R.450.p̃.15.De modo que tanto monta partir 15.por R.2.m̃.1.como R.450 p̃.15.por 1.y fera luego efte quocićte el valor del quadrado. Y fera el lado R.V.15.p̃.R.450. y porque el quadrado es 15.p̃.R.450.tomaremos el duplo del,el qual duplo es 30. p̃. R. 1800. y la raiz defa quantidad fera el diametro.

9. Si lo que fe haze multiplicando el diametro por la differencia que entre el y el lado ay,fuere conofcido,efe mifmo lado,y todo lo de mas fera conofcido. Pongamos que el lado es 1 co. y era luego el diametro co.R.2. o R.2 ce.q̃ es lo mif mo,y el exceffo del diametro fobre el lado fera co.R.2.m̃.1 co.Efte exceffo multiplicaremos por co.R 2.y harã 2 ce.m̃.R.2 ce. q̃ ferã yguales ala quã tidad q̃ fe haze multiplicando el diametro por el exceffo que tiene fobre el lado,la qual quantidad en efte exemplo fea 14.y efto es conjugacion fimple de numero ygual a cenfos.Partiremos pues 14 por 2.m̃.R.2.que es el numero delos cenfos,multiplicando primeramente affi el numero 14.como los 2.m̃.R.2.por 2 p̃.R.2.para que aya partidor fimple, y vernan 14.p̃. R. 98. que fera el valor del cenfo, y la raiz defa quantidad ligada fera el valor del lado. y el diametro fera la raiz de lo que fe haze multiplicando por 2. el cenfo 14.p̃. R. 98.

10. Si el lado y la area todo junto fuere vna sũma conofcida,cadavno por fi fera conofcido. Sea efta sũma 90.y pornemos el lado fer 1 co. y fera por tanto la area del quadrado 1 ce.y ternemos

mos 1 co.p̃.1 ce. yguales a 90. que es la primera conjugacion delas compueſtas, y obrando por ſu Regla, verna por valor dela coſa R.90¼. m̃. ½. Y porque la raiz de 90 ¼. es 9 ½. ſacaremos por tanto ½ de 9 ½. y reſtaran 9 por valor dela coſa, que es el lado, y ſera el quadrado 81. que con los 9, hazen 90. y en eſto caſo y en ſemejantes, tomamos lado del quadrado por raiz del quadrado, porque tomando lado por linea como es, no ſe podria hazer vna quantidad del lado y de la area del quadrado. Mas tomamos vno por otro porque ſon correſpondentes. Que ſi el lado tiene 3 braças, la raiz tiene 3 braças. Pero las vnas braças ſon lineas, y las otras ſon ſuperficies, como auemos dicho en la demonſtracion de las Reglas.

11. Si el diametro y la area del quadrado todo juntamente fuere conoſcido, cadavno por ſi ſera conoſcido. Pongamos que toda eſta ſũma de lado, o para mejor deirz, de raiz y quadrado, ſea 12. y pornemos el diametro ſer 1 co. ſera luego el quadrado 12. m̃. 1 co. y los quadrados de dos lados ſeran 24. m̃. 2 co. y eſto ſera ygual a 1 ce. que es el quadrado del diametro. Ygualando hallaremos que 24 ſon yguales a 2 co. p̃. 1 ce. que es la primera delas cõpueſtas. El quadrado de 1. que es la mitad delas coſas es 1. que con 24, hará 25. de cuya raiz que es 5. ſacaremos 1, que es la mitad delas coſas, y reſtaran 4 por valor dela coſa, la qual puſimos ſer el diametro. ſera luego el quadrado 8. y la raiz de 8, ſera el lado.

12. Si la ſũma del lado y diametro, y area del quadrado fuere conoſcida, cadavno por ſi ſera

co-

conoſcido. Sea eſta sũma 37. y pornemos el lado ſer 1 co. ſera luego el quadrado 1 ce. y el diametro R. 2 ce. que tanto monta como dezir co. R. 2. y toda la sũma ſera ygual a 37. Siẽdo pues coſas 1. p̄. R. 2. p̄. 1 ce. yguales a 37. obraremos por la primera delas compueſtas por eſte modo. La mitad delas coſas es $\frac{1}{2}$. p̄. R. $\frac{1}{2}$. la qual multiplicada por ſi, haze $\frac{1}{4}$. p̄. R. $\frac{1}{2}$. juntaremos eſto con 37. y haran 37 $\frac{1}{4}$. p̄. R. $\frac{1}{2}$. y dela raiz deſta sũma ſacaremos $\frac{1}{2}$. p̄. R. $\frac{1}{2}$. q̃ es la mitad delas coſas, y lo q̃ reſtare ſera el valor dela coſa, que es el lado, y por el lado ſe ſabera el diametro y la area del quadrado.

En eſto deuemos de aduertir, que por quanto el diametro es linea, no ſe puede juntar cõ el quadrado en la verdad, por ſeren de diuerſas naturalezas. Pero podremos dezir que hazẽ vna sũma, aſſi como ſi vn quadrado tuuieſe 3 braças en cadavno delos lados, diriamos que la sũma de la area y delos lados es 21. porque las vnidades dela area ſon 9. y las delos lados ſon 12. que no obſta ſeren 21 vnidades, pueſto que las quantidades numeradas ſon de diuerſas naturalezas, las vnas ſuperficies, y las otras lineas. Y en eſte ſentido podremos sũmar el quadrado cõ ſu lado, tomando lado por linea y no por raiz, porq̃ ya por nos fue declarado, que la raiz del cenſo es ſuperfice y no linea.

13. Si lo que ſe haze multiplicando la area del quadrado por el lado fuere conoſcido, cadavno por ſi ſera conoſcido. Lo q̃ ſe haze por eſa multiplicaciõ ſea 10. ſera por tãto el lado raiz cubica de 10. por q̃ el lado multiplicado por ſi, haze vn quadrado, y el quadrado por el lado hara el cubo. Y

bo. Y porq̃ raiz cubica de 10. multiplicada por ſi, haze raiz cubica de 100. ſera luego el quadrado raiz cubica de 100. la qual multiplicada por raiz cubica de 10. hara raiz cubica de 1000. la qual es los miſmos 10. Y eſtas raizes van ordenadas en cõtinua proporcion, la qual es la tercia parte de la proporcion decupla.

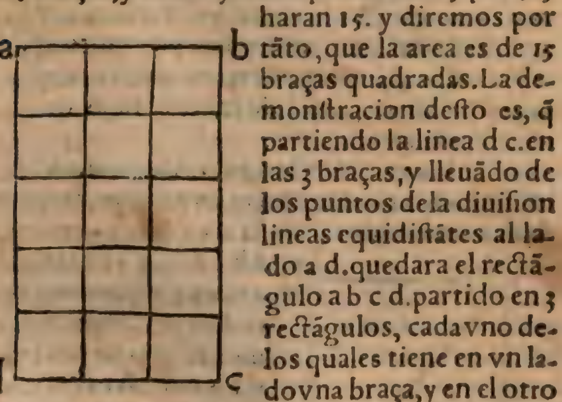
14. Si lo que ſe haze multiplicando el diametro por la area del quadrado fuere conoſcido, cadavno por ſi ſera conoſcido. Sea eſto 12. y pornemos el lado ſer 1 co. ſera luego el quadrado 1 ce. y el diametro ſera raiz de dos cenſos o coſas R. 2. que es lo miſmo. Multiplicaremos co. R. 2. por 1 ce. y haremos cubos R. 2. que ſeran yguales a 12. y es eſto conjugacion ſimple de cubos yguales a numero. Partiremos 12 por R. 2. y verna R. quadrada de 72 por valor de vn cubo, y diremos por tanto, que raiz cubica de raiz quadrada de 72, es el valor dela coſa, que es el lado, y eſte lado multiplicado por ſi, hara raiz cubica de 72. Porque aſſi como quando multiplicamos vna raiz quadrada por ſi miſma, o por otra, multiplicamos las quantidades de que ſon raizes, y la raiz delo que ſe haze por la tal multiplicacion es la raiz que fue produzida: aſſi tambien ſi queremos multiplicar RR. cu. R. 72. por ſi miſma, multiplicaremos RR. 72. por ſi, y haremos 72. y diremos por tanto que raiz cubica de 72. es lo que ſe hizo por eſa multiplicacion. y eſta quantidad ſera el quadrado que queriamos conoſcer. Y por que el diametro ſiempre es raiz quadrada de la area de dos quadrados, multiplicaremos por 2. raiz cubica de 72, o por raiz cubica de 8. que es lo

miſmo

mismo,y haremos raiz cubica de 576. y la raiz quadrada de su raiz cubica de 576. sera el diametro. Por otro modo mas facil se podra esto conoscer: El lado multiplicado por el quadrado haze vn cubo,y el diametro posimos q̃ multiplicado por el quadrado hazia 12. Luego la misma proporcion que ay del diametro para el lado,aura de 12 para el cubo,por quanto el lado y el diametro fueron multiplicados ygualmente,y fueron produzidos el cubo y el numero 12. Y porque quando el lado es 1.su quadrado es 1. y los dos quadrados valen 2. y el diametro es raiz quadrada de 2. obraremos por la Regla de 3.diziendo assi:Si R.2.nos da 1. que nos darã 12? Multiplicaremos 12 por 1,y haremos 12.los quales partiremos por RR.2.y vna RR.72, por valor del cubo. Y lo mismo nos vernia si obrassemos assi: el quadrado es 1 censo, y sera luego el diametro raiz de dos censos.Multipliquemos pues raiz de 2 censos por 1 censo, reduziendo 1 censo a raiz, y sera 1 censo R.1 ce. ce.. y multiplicando luego raiz de 2 censos,por raiz de 1 censo de censo,haremos raiz de dos censos de cubos,q̃ seran yguales a 12.Y sera por tãto el quadrado de vna quantidad ygual al quadrado dela otra.s.2 censos de cubos serã yguales a 144.Por lo qual 1 cẽso de cubo sera 72.Luego la raiz de 1 censo de cubo sera igual ala raiz de 72.y porq̃ la raiz quadrada del censo de cubo es el cubo,porq̃ el cubo siẽdo multiplicado por si, haze 1 censo de cubo: sera por esta causa 1 cubo raiz segunda de 72.

*Delos quadrangulos rectangulos a que llaman altera parte longiores.*

15. SI enel quadrangulo rectangulo no quadrado los dos lados que hazen el angulo recto fueren conosçidos, la area sera conosçida. Porq̃ multiplicaremos el vno de los lados por el otro, y lo q̃ fuere produzido por esa multiplicacion, sera lo que vale la area. Exemplo enel quadrangulo rectangulo a b c d. sea el lado a d. de 5 braças, y d c. de 3. Multiplicaremos 3 por 5. y haran 15. y diremos por tãto, que la area es de 15 braças quadradas. La demonstracion desto es, q̃ partiendo la linea d c. en las 3 braças, y lleuãdo de los puntos dela diuision lineas equidistãtes al lado a d. quedara el rectãgulo a b c d. partido en 3 rectãgulos, cadavno delos quales tiene en vn lado vna braça, y en el otro tiene 5. Partiremos pues el lado a d. en sus 5 braças, y lleuaremos lineas equidistãtes al lado c d. que salgan delos puntos dela diuision, y quedara el rectangulo partido en tantas braças quadradas, quanto es el numero que se haze multiplicando el numero c d. por el numero a d.

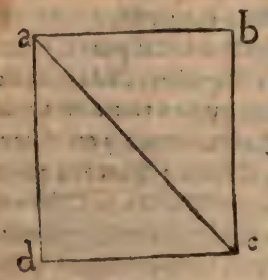



16. Si la area fuere conosçida, y el vno de los lados conosçido, el otro lado que con el haze angulo recto, sera conosçido. Sea la area 15. y el lado a d. 5. Partiremos 15 por 5. y vernan 3. que son las braças que tiene a b. o c d.

17. Si vno delos lados y el diametro fueren conos-

conoſcidos, la area ſera conoſcida. Por que del quadrado del diametro ſacaremos el quadrado del lado conoſcido, y la raiz delo que reſtare ſera el valor del otro lado que no era conoſcido. Y multiplicaremos luego vn lado por otro, y lo que ſe hiziere por eſa multiplicaciõ ſera lo que vale la area. Exemplo, ſea el lado a d. 10. y el diametro 12. del quadrado de 12. que es 144. ſacaremos 100. quadrado de 10. y reſtaran 44. por el quadrado del otro lado, y ſera por tanto el lado a b. o c d. R. 44. Multiplicaremos pues 10. por R. 44. y haran R. 4400. y de tantas braças quadradas ſera la area.

18. Si la area del rectangulo fuere conoſcida, y el diametro tambien fuere conoſcido, ſeran los lados conoſcidos. Sea la area del quadrangulo




a b c d. 12. y el diametro a c. ſea 5. y queremos conoſcer los lados: Pornemos el vno de los lados o a b. o b c. ſer 1 co. y ſera luego ſu quadrado 1 ce. y porq̃ el quadrado del diametro es ygual a los dos quadrados jũtos de a b. y b c. ſacaremos de 25. quadrado del diametro, el quadrado de vno delos lados, el qual es vn cenſo, y lo que reſta, q̃ es 25. m̃. 1 ce. ſera el quadrado del otro lado. Sera luego la raiz vniuerſal de 25. m̃. 1 ce. el otro lado. Y porque la multiplicacion de vn lado por otro haze la area del rectãgulo, multiplicaremos luego R. V. 25. m̃. 1 ce. por 1 co. reduziendo primeramente

mente la cosa a raiz, queremos dezir, qué multipliquemos R.V.25.m̃ 1 ce. por R.1 ce. y haremos R.V.25 ce.m̃.1.ce. ce. y esto sera ygual a 12. q̃ vale la aera del rectangulo. Yguales multiplicando cadavna destas dos quantidades por si misma, para que quedemos sin raizes, y ternemos 25 ce.m̃.1.ce.ce. yguales a 144. y acabãdo de ygualar, los 25 censos seran yguales a 144. p̃.1.ce. ce. Y porque numero y censo y censo de censo son proporcionales, obraremos por la Regla que responde ala tercera delas compuestas, en la qual censo y numero son yguales a cosas. Porq̃ quedara el censo de censo en lugar de censo, y los censos quedaran en lugar de cosas, como quien dixesse, que 25 co. son yguales a 144. p̃. 1 ce. Obraremos pues assi: La mitad del numero delas cosas es $12\frac{1}{2}$. estos multiplicados por si, hazen $156\frac{1}{4}$. delos quales sacando 144. restaran $12\frac{1}{4}$. La raiz destos $12\frac{1}{4}$. la qual es $3\frac{1}{2}$. juntaremos cõ los $12\frac{1}{2}$. y haremos 16. los quales 16 seran el valor del censo, que esta en luguar de la cosa: y sera por tanto la cosa raiz de 16. la qual es 4. y sera luego vn lado 4. Por lo qual partiendo 12 por 4. vernan 3. que sera el otro lado. Y si sacassemos los $3\frac{1}{2}$. delos $12\frac{1}{2}$. restarian 9 por valor del censo. y seria la cosa 3. y este seria vn lado, y el otro seria 4. Este mismo caso podriamos resoluer por otro modo, poniendo que vno delos lados sea 1 co. y el otro $\frac{12}{1\ co.}$ y porque los quadrados destos dos lados han de valer tanto como 25. que es el quadrado del diametro, haziendo los quadrados y juntandolos, y ygualando vernemos alo mismo

 mo

mo,y por los mismos numeros,y Regla.

19. Si la area fuere conoscida,y la sũma de los dos lados tambien fuere conoscida,cadavno de los lados por si sera conoscido. Sea la area del rectangulo de 12 braças quadradas,y la sũma de los dos lados sea vna linea de 8 braças. Pornemos pues que vno de los lados sea 1 co. y sera luego el otro 8.m̃.1 co. y multiplicãdo vno por otro,haremos 8 co.m̃.1 ce.que seran yguales a 12. porque la area se haze por la multiplicacion de vn lado por el otro,que con el haze angulo recto. Ygualando hallaremos que 8 co. son yguales a 1 ce.p̃.12.que es la tercera delas compuestas, y obrando por ella, hallaremos que vno de los lados es 6. y el otro es 2.

20. Si la area fuere conoscida, y la proporcion delos dos lados tambien fuere conoscida, cada vno delos lados sera conoscido. Sea la area 24. y la proporcion de los lados, como de 3 para 2. que es sesquialtera. Pornemos por tanto el menor lado ser 2 co. y sera el mayor 3 co. y multiplicando vno por otro, haremos 6 ce. que seran yguales a 24. que vale la area, y es conjugacion simple. Partiremos 24 por 6.y vernan 4.por valor del censo,cuya raiz la qual es 2. sera el valor dela cosa. Y porque pusimos que el menor lado fuese 2 co. sera luego el menor lado 4. y el mayor 6. Y si la area fuese 30.y la proporcion delos lados fuese la misma,partiendo 30 por 6.vernan 5.por valor del censo,y sera la cosa R.5. y sera luego el menor lado 2 raizes de 5.que es R.20.y el mayor sera 3 raizes de 5. que hazen la raiz de 45. y siendo multiplicadas vna por otra, hazen

R.900.

R.900. la qual es 30. y tāto pusimos q̃ fuesse la area.

21. Si la area fuere conoscida, y el excesso de vn lado sobre el otro fuere conoscido, cadavno de los lados sera conoscido. Exemplo: Sea la area 24. y la differencia delos lados sea 2. Partiremos esta differencia por la mitad, y pornemos el menor lado ser 1 co. m̃. 1. y el mayor lado ser 1 co. p̃. 1. para que la differencia sea 2. Y porque vn lado multiplicado por el otro, haze la area, multiplicaremos por tanto 1 co. m̃. 1. por 1 co. p̃. 1. y haremos 1 ce. m̃. 1. que seran yguales a 24. que pusimos ser la area. Ygualando hallaremos que vn censo es ygual a 25. q̃ es simple conjugaciō, partiremos pues 25 por 1. y vernan los mismos 25. cuya raiz, la qual es 5, sera el valor dela cosa. Sera luego el menor lado 4. y el mayor 6.

22. Si el diametro fuere conoscido, y la sūma delos dos lados tambien fuere conoscida, cada vno delos lados sera conoscido, y la area sera conoscida. Pongamos que la sūma de los dos lados sea 7. y que el diametro sea 5. Para conoscer cadavno por si, pornemos q̃ vno de los dos lados es 1 co. y sera luego el otro 7. m̃. 1 co. y porq̃ el quadrado del diametro es ygual alos dos quadrados delos dos lados que hazen el angulo recto, en toda figura rectangula, multiplicaremos por si 1 co. y hara 1 ce. y multiplicaremos 7. m̃. 1 co. por si, y haran 49. p̃. 1 ce. m̃. 14 co. y ambos los quadrados juntos, seran 49. p̃. 2 ce. m̃. 14 co. que seran yguales a 25. quadrado del diametro. Ygualemos y quedarā 24. p̃. 2 ce. yguales a 14 co. Partiremos todo por 2 que es el numero delos censos, y quedaran finalmente 12. p̃. 1 ce. yguales

a 7 co. que es la tercera delas compueſtas. La obra ſera eſta: la mitad de 7 es 3 $\frac{1}{2}$. que multiplicados por ſi, hazen 12 $\frac{1}{4}$. delos quales ſacaremos 12. y quedara $\frac{1}{4}$. deſte quarto la raiz es $\frac{1}{2}$. q̃ juntaremos con 3 $\frac{1}{2}$. y haremos 4. que ſera el valor dela coſa, y ſera luego el vno delos lados 4. y el otro 3. y la area ſera 12.

23. Si vno delos lados fuere conoſcido, y la sũma del diametro con el otro lado fuere conoſcida, cadavno por ſi ſera conoſcido, y la area tãbien conoſcida. Sea el lado mayor 4. y el menor juntamente con el diametro ſea 8. Para que ſe conoſca el lado menor, pornemos q̃ el lado menor ſea 1 co. y porq̃ con el diametro todo junto es 8. ſera luego el diametro 8. m̃. 1 co. Multiplicaremos pues cadavno delos lados por ſi miſmo, y el mayor lado hara 16. y el menor hara 1 cenſo, y eſtas dos quantidades, que ſon los quadrados de los lados, en vna sũma ſeran yguales al quadrado del diametro. y porque el diametro es 8. m̃. 1 co. ſera el ſu quadrado 64. p̃. 1 ce. m̃. 16 co. yguales ſeran por tanto 16. p̃. 1 ce. a 64. p̃. 1 ce. m̃. 16 co. Ygualarlos emos, y reſultaran 16 co. yguales a 48. que es conjugacion ſimple. Partiremos 48. por 16. y vernan 3. por valor dela coſa, que es lado menor, y ſera luego el diametro 5. y la area ſera 12.

24. Si la differencia que ay entre los dos lados fuere conoſcida, y la sũma del diametro con la area fuere conoſcida, cadavno por ſi ſera conoſcido. Pongamos que eſa differencia es 2. y la sũma del diametro con la area ſea 58. y queremos ſaber quanto ſea cadavno por ſi. Partiremos la dif-

differencia por la mitad, y pornemos el menor lado ser 1 co.m̃.1. y sera por tanto el mayor 1 co. p̃.1.y el quadrado del menor sera 1 ce.p̃.1.m̃.2 co. y el quadrado del mayor sera 1 ce. p̃. 1. p̃. 2 co. y sea la sũma dellos 2 ce.p̃.2.y tanto necessariamẽte sera el quadrado del diametro. Multiplicaremos lado por lado.s.1 co m̃.1.por 1 co.p̃.1.y haran 1 ce.m̃.1.que sera la area.y porque la area cõ el diametro en vna sũma es 58. sacaremos 1 ce. m̃.1.destos 58.y restaran 59.m̃.1 ce.y tanto sera el diametro. Estos 59.m̃.1 ce. multiplicaremos por si, y haran 3481.p̃.1 ce.ce.m̃.118 ce. y tanto sera el quadrado del diametro. Y porque por otro discurso auemos prouado que el quadrado del diametro es 2 ce.p̃.2. yguales seran por tanto 3481. p̃.1 ce.ce.m̃ 118 ce. a 2 ce.p̃.2. Ygualemos sacando lo q̃ es superfluo, y restaurando lo que es diminuto, y resultaran finalmente 120 ce. yguales a 3479. p̃ 1 ce. ce. Y porque son dignidades proporcionales, obraremos como si 120 co. fuesen yguales a 3479 p̃.1 ce. diziendo assi: La mitad del numero de las cosas es 60. los quales multiplicados por si, hazen 3600. delos quales sacaremos el numero, el qual es 3479. y restaran 121. la raiz destos 121. la qual es 11. sacaremos de 60. y quedaran 49. que sera el valor del censo, en cuyo lugar se puso la cosa, y la cosa sera 7. y destos 7, sacaremos 1. y quedaran 6 por lado menor, y el mayor que lo excede en 2. sera 8. y por esta cuenta la area sera 48. Y porque pusimos que la area con el diametro fuesen 58. sera luego el diametro 10. y assi es necessario que sea, porque los quadrados delos dos lados 36. y 64. son 100. Y practicaremos esto

en otro exemplo, en que la differencia delos dos lados no sea quantidad racional. Sea pues la dicha differencia delos lados R. 5. y la sũma dela area con el diametro sea 15. y queremos conoscer cadavno por si. Pornemos el menor lado ser 1 co. m̃. R 1 $\frac{1}{4}$ que es la mitad dela raiz de 5. y sera el lado mayor 1 co. p̃ R. 1 $\frac{1}{4}$. Y porque la multiplicacion de vn lado por el otro, haze la area: multiplicaremos por tanto 1 co. p̃. R. 1 $\frac{1}{4}$. por 1 co. m̃. R. 1 $\frac{1}{4}$. y haran 1 ce. m̃. 1 $\frac{1}{4}$. y tanto sera la area, y porq̃ la sũma de la area y diametro es 15. sacaremos destos 15. 1 ce. m̃. 1 $\frac{1}{4}$. y restaran 16 $\frac{1}{4}$. m̃. 1 ce. y tanto sera el diametro, y multiplicaremos por si estos 16 $\frac{1}{4}$. m̃. 1 ce. y ternemos el quadrado del diametro, el qual sera 264 $\frac{1}{16}$ p̃ 1 ce. ce. m̃. 32 censos y medio, y esto pornemos a parte. Era el lado menor 1 co. m̃. R. 1 $\frac{1}{4}$. sera luego su quadrado 1 ce. p̃. 1 $\frac{1}{4}$. m̃. R. 5 ce. y porque el lado mayor era 1 co. p̃. R. 1 $\frac{1}{4}$. sera luego su quadrado 1 ce. p̃. 1 $\frac{1}{4}$. p̃. R. 5 ce. y sera la sũma destos dos quadrados 2 ce. p̃. 2 $\frac{1}{2}$. Y porque el quadrado del diametro es ygual alos dos quadrados delos lados, yguales seran luego estos 2 ce. p̃. 2 $\frac{1}{2}$. con 264 $\frac{1}{16}$. p̃. 1 ce. ce. m̃ 32 ce. y medio, quadrado del diametro que pusimos a parte. Ygualando resultarã 34 censos y medio yguales a 261 $\frac{9}{16}$ p̃. 1 ce. ce. y porque son dignidades proporcionales de censos yguales a numero y censo de ce. obraremos por la tercera delas compuestas poniendo cosas en lugar de censos, y censo en lugar de censo de censo, y diremos assi: La mitad de 34 $\frac{1}{2}$. es 17 $\frac{1}{4}$. cuyo quadrado es 297 $\frac{9}{16}$. deste quadrado sacaremos 261 $\frac{9}{16}$. y quedaran 36. cuya raiz la qual es 6. sacaremos de 17 $\frac{1}{4}$. y quedarã 11 $\frac{1}{4}$.

por

por valor del censo, en cuyo lugar pusimos cosas para vsar dela tercera. y sera la cosa R.11 $\frac{1}{4}$. Y todo esto conuiene con el caso, porque hallamos que la area era 1 ce. m̃. 1 $\frac{1}{4}$. y sera luego 10. y el diametro sera 5. y sera el lado mayor R.11 $\frac{1}{4}$. p̃. R. 1 $\frac{1}{4}$. Las quales raizes sũmadas, hazen R. 20. por la Regla general de sũmar las raizes. Porque partiendo 11 $\frac{1}{4}$. por 1 $\frac{1}{4}$. vienen 9. cuya raiz es 3. que con 1, seran 4. estos 4. multiplicados por R. 1 $\frac{1}{4}$. haran R. 20. y porque la differencia delos lados es R. 5. q̃ es la mitad de R. 20 sera luego el lado menor R. 5. y todo quadra, porque R 5. por R. 20. haze R. 100 la qual es 10. y tanto auiamos hallado ser la area, y los quadrados delos lados son 5. y 20. que hazen 25. y assi queda que el diametro sera 5. como antes auiamos hallado.

25. Si la sũma delos dos lados, y del diametro fuere conoscida, y el excesso del diametro sobre el vno de los lados fuere conoscido, cada vno por si sera conoscido, y la area sera tambien conoscida. Sea la tal sũma 12. y el excesso del diametro sobre el vno de los lados sea 2. Pornemos pues el diametro ser 1 co. y sera por tanto 1 co. m̃. 2. ese lado, que es excedido del diametro por 2. Sacaremos de 12. este lado con el diametro, y restarẽ 14. m̃. 2 co. y este sera el valor del otro lado, y sera el su quadrado 196 p̃. 4 ce. m̃. 56 co. y el quadrado del otro lado, el qual es 1 co. m̃. 2. sera 1 ce. p̃. 4. m̃. 4 co. y la sũma delos quadrados sera 200. p̃. 5 ce. m̃. 60 co. que seran yguales a 1 censo, que es el quadrado del diametro. Ygualando, y partiẽdo todo despues por el numero delos censos, hallaremos q̃ 50. p̃. 1 ce. son yguales a 15 co.

que es la tercera delas compuestas. y la obra sera esta: La mitad del numero delas cosas es 7 $\frac{1}{2}$. cuyo quadrado es 56 $\frac{1}{4}$. del qual sacaremos el numero, q̃ es 50. y restarã 6 $\frac{1}{4}$. y sera por tanto el valor dela cosa 7 $\frac{1}{2}$. m̃. R. 6 $\frac{1}{4}$. y viene esto en este exemplo a quantidades racionales. Porque R. 6 $\frac{1}{4}$. es 2 $\frac{1}{2}$. los quales sacando de 7 $\frac{1}{2}$. restan 5. por valor dela cosa que pusimos ser el diametro, y sera luego 3. el lado que es excedido por 2. y porque el otro lado es 14. m̃. 2 co. sera por tanto 4 su valor, y la area sera 12.

26. Si la sũma delos dos lados con el diametro fuere conoscida, y el excesso del lado mayor sobre el menor fuere conoscido, cadavno por si sera conoscido. Sea esta sũma 12. y el lado mayor exceda al menor en 1. y queremos saber, el valor de cadavno por si. Pornemos el lado menor ser 1 co. y sera luego el mayor 1 co. p̃. 1. que sũmados hazen 2 co. p̃. 1. Sacaremos pues de 12. estas 2 co. p̃. 1. y lo que resta, que es 11. m̃. 2 co. sera el diametro, cuyo quadrado sera 121. p̃. 4 ce. m̃. 44 co. Y porque el quadrado del menor lado es 1 censo, y el quadrado del mayor es 1 ce. p̃. 2 co. p̃. 1. jũtarlos emos, y sera la sũma destos dos quadrados 2 ce. p̃. 2 co. p̃. 1. y esto sera ygual alos 121. p̃. 4 ce. m̃. 44 co. quadrado del diametro. Ygualando hallaremos que 46 co. son yguales a 120. p̃. 2 ce. partiremos todas estas quantidades por 2. para que quede todo reduzido a 1 censo, y ternemos finalmente 23 co. yguales a 60 p̃. 1 ce. que es la tercera delas compuestas, y la obra sera esta: La mitad del numero delas cosas es 11 $\frac{1}{2}$. que multiplicados por si, hazen 132 $\frac{1}{4}$. delos quales sacaremos el numero

mero 60.y quedaran 72 $\frac{1}{4}$.y la raiz destos 72 $\frac{1}{4}$. la qual es 8 $\frac{1}{2}$.sacaremos delos 11 $\frac{1}{2}$. y restaran 3.por valor dela cosa,que es el menor lado,y el mayor sera p̃.1 que es 4.y el diametro porque era 11.m̃. 2 co.sera 5.y la area sera 6.

27. Si la sũma delos dos lados con la area fuere conoscida,y el excesso de vno delos lados sobre el otro fuere conoscido,cadavno por si sera conoscido.Sea esta sũma 23.y el excesso de vn lado sobre el otro,sea 2.y haremos assi:Pornemos el lado menor ser 1 co. y sera luego el mayor 1 co.p̃.2.y sacandolos de 23.restaran 21.m̃.2 co.por valor dela area. Agora multiplicaremos vn lado por otro.s.1 co.por 1 co p̃.2. y haremos 1 ce. p̃ 2.co.por valor dela area. Assi que 1 ce. p̃. 2 co. valor dela area,son yguales a 21.m̃.2 co.que restaron por valor dela misma area.Ygualando hallaremos que 1 ce.p̃.4 co.son yguales a 21.Obraremos por la primera delas compuestas, diziẽdo assi:La mitad del numero de las cosas es 2. que multiplicados por si,hazen 4.y juntos con el numero 21.hazen 25.y dela raiz de 25. la qual es 5. sacaremos 2. que es la mitad del numero de las cosas, y restaran 3. por valor de la cosa, que es el lado menor.y el mayor sera p̃ 2.q̃ son 5.y la area sera 15. q̃ con los 8.delos dos lados hazen 23.

28. Si el vno delos dos lados fuere conoscido, y lo que se haze multiplicãdo el otro lado por la area fuere conoscido,cadavno por si sera conoscido.Exemplo:Sea el lado mayor 5.y el menor multiplicado por la area,haga 45.y para sabermos quanto sea el lado ignoto,y la area,pornemos el lado menor ser 1 co.el qual siendo multipli

tiplicado por el mayor, hara 5 co. y esto sera lo que vale la area. Item, porque 1 co. multiplicada por la area haze 45. siguese que si partieremos 45 por 1 co. sera el quociente el valor dela area, y porque partiendo 45 por 1 co. es el quociente $\frac{45}{1\ co.}$ yguales seran luego 5 co. valor dela area, a $\frac{45}{1\ co.}$ valor dela area. Ygualaremos multiplicando en ✠, y ternemos 5 censos yguales a 45. que es conjugacion simple. Partiremos pues 45 por 5. y vernan 9. por valor del censo, y la raiz de 9. que es 3. sera el lado menor, y la area sera 15. que multiplicados por 3. hazen 45.

29. Si el vno delos dos lados fuere conoscido, y lo que se haze multiplicando el otro lado por el diametro fuere conoscido, cadavno por si sera conoscido. Exemplo: Sea el vno delos lados 6. y por la multiplicacion del otro lado por el diametro se hagan 80. y queremos conoscer quãto sea cada vno por si. Pornemos el lado ignoto ser 1 co. y sera luego el su quadrado 1 ce. y el quadrado del lado conoscido, el qual es 6. sera 36. y sera por tanto la sũma destos quadrados 1 ce. p̃. 36. la qual sera ygual al quadrado del diametro. Y porque posimos q̃ el lado ignoto multiplicado por el diametro, hazia 80, partiremos estos 80. por el lado ignoto, que es 1 co. y sera el quociente $\frac{80}{1\ co.}$ y tãto sera el diametro, cuyo quadrado $\frac{6400}{1\ ce.}$ Yguales seran luego 1 ce. p̃. 36. a $\frac{6400}{1\ ce.}$ y acabarse ha la ygualacion, poniendo la vnidad debaxo de 1 ce. p̃. 36. y multiplicando en ✠, por

la

la qual finalmente el numero 6400.resultara ygual a 1 ce.ce.p̃.36. Y porque son dignidades proporcionales, y la menor dellas es numero, obraremos assi como quando censo y cosas son yguales a numero, diziendo assi: La mitad del numero delos censos es 18. cuyo quadrado es 324. los quales juntos con 6400. hazen 6724. Dela raiz destos la qual es 82. sacaremos 18. y quedaran 64. por valor del censo, cuya raiz, la qual es 8. sera el valor dela cosa, y tanto es el lado ignoto, y partiendo 80. por 8. vernan 10. por valor del diametro.

30. Si la differencia que entre los lados y entre el diametro ay, fuere conoscida, cadavno por si sera conoscido. Exemplo, exceda el diametro al lado mayor en 4. y el lado mayor al menor en 2. Digo, que cadavno dellos sera conoscido. Porque pornemos el lado menor ser 1 co. y sera luego el mayor 1 co.p̃.2. y el diametro 1 co.p̃.6. y sera el quadrado del lado menor 1 ce. y el quadrado del lado mayor sera 1 ce.p̃.4.p̃.4 co. y la sũma dellos sera 2 ce.p̃.4 co.p̃.4. y esta sũma sera ygual al quadrado del diametro, el qual es 1 ce.p̃.12 co.p̃.36. y hecha la ygualacion resultara 1 censo ygual a 8 co.p̃.32. y obrando por la segunda delas compuestas, diremos assi: La mitad del numero delas cosas es 4. estos 4. multiplicados por si, haran 16. estos juntaremos con los 32. y seran 48. la raiz por tanto de 48.p̃.4 sera el valor dela cosa, y sera luego el lado mayor ℞.48.p̃.6. y el diametro sera ℞.48.p̃.10. Y la experiencia assi lo dize, porque el quadrado de ℞.48.p̃.4. que es el menor lado, es 64.p̃.8. raizes de 48. y el quadrado

del

del mayor lado es 84.p̃.12 raizes de 48.y la sũma deſtos dos quadrados es 148.p̃ 20.raizes de 48.y tanto haze R.48.p̃.10.que es el diametro multipli cado en ſi,y ſera la area 72.p̃.10.raizes de 48. que valen tanto como vna raiz de 4800.

31. *Si* la proporcion que ay entre los dos lados fuere conoſcida, y la quantidad del diametro fuere conoſcida, o ſi la proporcion del diametro con el vno delos lados fuere conoſcida, todo ſera conoſcido. Sea la ꝓporciõ del lado mayor para el menor como de 3 para 2. y el diametro ſea 12. Para conoſcer cada vno delos lados pornemos el menor ſer 2 co. y ſera por tanto el mayor 3 coſas,y los ſus quadrados ſeran 4 ce.y 9 ce.que juntos ſon 13 ce.y eſto ſera ygual al quadrado del diametro,el qual es 144. Partiremos pues 144 por 13.y ſera el quociente 11 $\frac{1}{13}$. y tanto ſera el valor del cenſo. Y por que la coſa es raiz del cenſo, ſera luego el mayor lado 3 raizes de 11 $\frac{1}{13}$.y el menor ſera 2 raizes de 11 $\frac{1}{13}$. y la experiencia aſſi lo dize.Porque 3 raizes de 11 $\frac{1}{13}$. es raiz de 99 $\frac{9}{13}$. y 2 raizes de 11 $\frac{1}{13}$. es raiz de 44 $\frac{4}{13}$. y ſon luego los quadrados 99 $\frac{9}{13}$.y 44 $\frac{4}{13}$.que hazẽ 144. y otro tanto es el quadrado del diametro, el qual puſimos ſer 12.

Y pongamos enel otro caſo ſer del diametro para el lado mayor proporcion como de 5.para 2.y que el lado menor es 7. Pornemos por tanto el lado mayor ſer 2 co.y el diametro 5 co.y ſera luego el quadrado del lado mayor 4 ce.y el quadrado del diametro 25 ce.y el quadrado del lado menor ſera el numero 49.juntemos los quadrados de los lados,y haremos 4 ce.p̃.49.que ſeran

ygua-

yguales a 25.quadrado del diametro. Ygualando reſultaran 21 ce. yguales a 49. que es ſimple conjugaciõ. Partiremos 49. por 21. y ſera el quociente $2\frac{1}{3}$. q̃ ſera el valor de 1 cenſo. y ſera por tanto el lado mayor 2 raizes de $2\frac{1}{3}$. y el diametro 5 raizes de $2\frac{1}{3}$. y la experiencia aſſi lo dize. Porque 2 raizes de $2\frac{1}{3}$. ſon R. $9\frac{1}{3}$. y 5 raizes de $2\frac{1}{3}$. ſon R. $58\frac{1}{3}$. valara luego el quadrado del diametro $58\frac{1}{3}$. y el quadrado del lado mayor ſera $9\frac{1}{3}$, el qual juntando con 49. quadrado del lado menor, haran $58\frac{1}{3}$. tanto como el quadrado del diametro.

*Triangulos.*

Los triangulos ſon entre ſi differentes, o por razon delos angulos, o por razon delos lados. Y deſto ſe ſigue, que no puede auer mas que ſiete differencias de triangulos. Porque por razon delos angulos puede auer eſtas differencias que ay triangulo rectãgulo, y en eſte vn ſolo angulo es recto, porque todos los tres angulos valen dos rectos en qualquier triangulo. Y ay triãgulo ambligonio, o obtuſi angulo, enel qual vn ſolo angulo es obtuſo, y los dos ſon agudos, por la miſma cauſa del rectangulo, porque el angulo obtuſo es mayor que el recto, y todos los otros triangulos ſe dizen oxygonios, porq̃ en ellos todos 3 angulos ſon agudos: pero en el rectangulo y obtuſi angulo no ay mas que dos agudos. Diuidenſe tambien los triangulos por razon delos lados. Porque ſi los 3 lados del triangulo fueren entreſi yguales, llamarſe a por eſta cauſa equilatero: y ſi todos 3 deſyguales, llamarſe a eſcaleno, y ſi dos lados ſolos ſon yguales, llamamosle triangulo iſoſceles. Y porque enel trian-

angulo rectangulo puede auer dos lados yguales, y estos seran los que hazen el angulo recto, puede por esta causa auer triangulo rectangulo isosceles. Y porque siendo los dos lados, q̃ comprehenden el angulo recto, desyguales, es necessario, que el tercero lado sea mayor, por quedar de frente del mayor angulo, aura por esta causa triangulo rectangulo escaleno, pero no lo puede auer equilatero. *Y* por la misma causa podra auer triangulo obtusi angulo isosceles, y poderlo a auer escaleno, pero no lo podra auer equilatero. Mas el triangulo oxigonio puede ser isosceles, y puede ser escaleno, y puede s:r equilatero. Porque pueden todos 3 angulos ser entre si yguales, y en tal caso cadavno dellos sera $\frac{2}{3}$. de vn recto, y todos los lados seran yguales, y puede auer enel triangulo oxygonio dos angulos yguales, y el tercero o mayor, o menor, y en tal como este aura dos lados iguales, y serã aquellos que estan de frente delos angulos yguales, y sera este triangulo isosceles. y enel triangulo oxygonio pueden todos 3 lados ser desiguales, y en tal caso todos los tres lados seran desiguales. Por esta cuenta no puede auer mas que estas siete differencias de triangulos. Triangulo rectangulo isosceles. Triangulo rectangulo escaleno. Triangulo obtusi angulo isosceles. Triãgulo obtusi angulo escaleno. Triangulo oxygonio isosceles. Triangulo oxygonio equilatero. Triangulo oxygonio escaleno. Y nadie se engañe en la correspondencia delos angulos alos lados enel triangulo. Porque puesto que assi sea, que enel triãgulo si dos angulos son yguales, los dos lados

dos

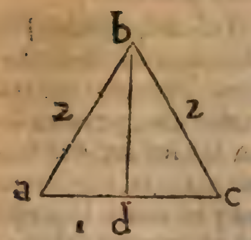
dos que estan de frente son yguales, y si vn angulo es mayor que otro, el lado que esta de frente del mayor es mayor, y si vn angulo es menor que otro, el lado que esta de frente del menor es menor. Pero la proporcion delos lados, no es la proporcion delos angulos vniuersalmente, porque siẽdo los angulos del triangulo desiguales, mayor proporcion aura de angulo a angulo, q̃ de lado a lado. Exemplo, Si en vn triangulo ouuiere dos angulos, el vno duplo del otro, en tal caso la proporcion de los lados q̃ estan de frente, sera menor que dupla, como por nos fue demõstrado en el libro que compusimos de los yerros de Oroncio fineo professor de Mathematicas en la vniuersidad de Parys. Todo esto assi presupuesto iremos continuãdo esta obra en los casos que en los triangulos puede auer.

32. Si los 3 lados del triangulo fueren conoscidos, por ellos podremos saber, si el tal triangulo es rectãgulo, o si es obtusi angulo, o si es oxygonio. Porque multiplicaremos todos 3 lados, cada vno por si mismo haziendo quadrado, y si hallarmos q̃ vn quadrado es ygual alos otros dos, en tal caso pronunciaremos esse triangulo por rectangulo, y que el angulo recto es aquel q̃ esta de frente del mayor lado. Y si hallarmos q̃ el quadrado mayor excede la sũma delos otros dos, el tal triangulo sera obtusi angulo, y el angulo obtuso sera aquel que queda en frente del mayor lado. Pero si hecha la comparacion entre los quadrados, hallarmos que qualquier de los tres quadrados es menor que la sũma de los otros dos, en tal caso ese triangulo sera oxygonio

nio

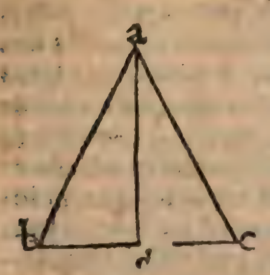
nio.s.de todos 3 angulos agudos. La prueua desto se hallara en la fin del primero libro de Euclides. Y si el triangulo fuere equilatero, no aura necessidad de hazer esta comparacion y discurso, porque todo triangulo equilatero es oxygonio, porque si todos los tres lados son yguales, seran por esta causa todos los 3 angulos yguales, y porq̃ todos tres angulos valen dos rectos, sera cadavno $\frac{2}{3}$.de vn recto, y siendo menor que recto es agudo.

33. Si los lados del triangulo fueren conoscidos, la linea perpendicular, o catheto, que cae sobre el lado que jaze entre los dos angulos agudos haziendo con el angulos rectos, sera conoscida, y las partes dese lado sobre que cae, seran tambien conoscidas. La linea recta perpendicular sobre el lado que jaze entre los dos angulos agudos, y viene del tercero angulo que en frente del esta, necessariamente cae dentro del mismo triangulo. Por lo qual si el triangulo fuere oxygonio, aura dentro del 3 cathetos. Pero en el rectangulo y enel obtusi angulo, no podra auer mas de vn solo catheto. Y el modo que tenemos para lo conoscer, y assi las partes del lado sobre que cae, sera este. Enel triangulo equilatero el lado sobre que cae la perpendicular, queda partido por la mitad ygualmente, y la proporcion del lado para la perpendicular, sera como de 2 para R.3. porque siendo el lado 2. su quadrado sera 4. y el quadrado dela perpendicular necessariamente sera 3. como en esta figura se ve, en la qual cadavno delos lados del triangulo equilatero a b c. sea 2. y la linea b d. sea la perpendicu




lar q̃ cae ſobre el lado a c, la qual partira por la mitad eſe miſmo lado a c, en el punto d. Porq̃ el quadrado del lado a b. vale tanto como los dos quadrados de b d, y de a d. enel triangulo rectãgulo a b d. Y tambien en el triangulo rectangulo c b d. el quadrado del lado b c vale tanto como los dos qnadrados de b d, y de d c. y porque los lados a b, y b c, ſon yguales, los dos quadrados de b d, y a d, ſeran yguales a los dos quadrados de b d, y d c. ſacando pues el commun quadrado de b d. yguales quedaran por tanto los quadrados de a d, y d c. luego las lineas a d, y d c, ſeran yguales. Y porque puſimos que a b, fueſe 2. ſera tambien a c, 2. y a d, ſera vno. Y porque el quadrado de a b, es 4. y el de a d, es vno, ſera el quadrado de b d, los 3. que faltan para cõplimiento de los 4. y ſera por tanto b d, raiz de 3. y la proporciõ del lado para la perpendicular es como del numero 2 a la raiz de 3. la qual es la mitad dela proporcion ſeſquitercia. Porque la proporcion de dos quadrados es dupla de la proporcion delos lados delos quadrados, y porque el quadrado del lado a b, tiene proporcion ſeſquitercia con el quadrado de b d, ſera luego de a b, para b d, la mitad de vna ſeſquitercia, que es proporcion irracional. Tambiẽ ſe puede prouar la ygualdad delas lineas a d, y d c. por la 26. proporcion del primero libro de Euclides, mas la demonſtraciõ que hezimos es muy clara, y tambien ſirue enel

triangulo iſoſceles, y por el miſmo modo, ſi la perpendicular deſciende del angulo comprehẽſo por los dos lados yguales. Porque enel triangulo iſoſceles a b c. los dos lados yguales ſean a b. y a c. ora el lado b. c. ſea mayor, ora menor, prouaremos por la miſma arte, q̃ las lineas b d. y d c. ſon yguales, y ſera por tanto la perpẽdicular a d. conoſcida, porq̃ ſacaremos del quadrado de a b. el quadrado de b d. y quedara conoſcido el quadrado de a d. Exemplo, Sea a b. 5. y b c. 4, ſera por tãto b d. 2, cuyo quadrado ſera 4. el qual ſacaremos del quadrado de a b. el qual es 25. y reſtaran 21. y tanto ſera el quadrado de a d. y ſera luego eſa ꝑpẽdicular a d. ℞. 21.

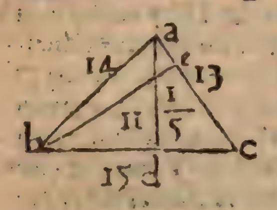



Pero ſi el triangulo a b c. fuere eſcaleno, ora ſea rectangulo, ora ſea obtuſiangulo, y ora ſea oxigonio, ſera neceſſario hazer otros diſcurſos para ſabermos la quantidad del catheto que cae dentro del triangulo, y las partes del lado que fue partido por el miſmo catheto. Exemplo: Sea el triangulo a b c. eſcaleno, a b. 14. y a c. 13. y b c 15. y del angulo a. vẽga ſobre el lado b. c. la perpẽdicular a d. la qual es forçado caer dentro del triangulo, porq̃ los angulos b. y c. ſon agudos, y queremos conoſcer b d. y d c. partes del lado o baſe b c. y la perpendi-

dicular a d. y este haremos por este modo. El quadrado de a b, tanto es menor que los dos quadrados a c, y de b c. quanto es lo qui se haze multiplicando dos vezes b c, por d c. como esta demonstrada por Euclides en la. 13 proposition del segũdo libro. Sacaremos por tanto 196. quadrado de a b. delos dos quadrados de a c, y b c. los quales juntos son 394. y restaran 198. y tanto se hara multiplicando b c. 15. por d c. dos vezes, y sera luego lo que se haze multiplicando a c, por d c. 99. Patiremos pues estos 99 por 15. y vernan en la particion 6 $\frac{3}{5}$. y tanto sera d c. los quales sacaremos de 15. y restaran 8 $\frac{2}{5}$. y tanto sera b d. Y para sabermos quanto sea la perpendicular a d. sacaremos el quadrado de 6 $\frac{3}{5}$, q̃ es 43 $\frac{14}{25}$ de 169, quadrado de a c. y restaran 125 $\frac{11}{25}$. y tanto sera el quadrado de la perpendicular a d. cuya raiz 11 $\frac{1}{5}$, sera la misma linea a d. Y porque este triangulo escaleno es oxygonio, podrá enel auer otras dos perdendiculares, que tambien caeran dentro, y por la misma arte se podran conoscer las perpendiculares y partes de los lados sobre que caen.

Y sabe, que siendo conoscida vna delas perpendiculares, por ella misma podremos conoscer las otras, sin hazer aquel discurso, porque la proporcion delos lados es la misma proporcion de las perpendiculares que caen sobre esos lados. Exemplo: Enel triangulo a b c escaleno y oxygonio que auemos descripto, la perpendicular a d, venga del angulo a, sobre el lado b c, y la perpẽdicular b e, venga del angulo b, sobre el lado a c, Digo, que la proporcion del lado a c para

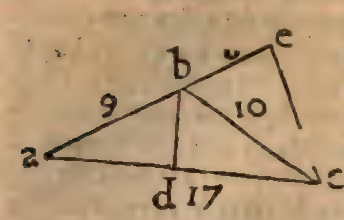
el lado b c. ſera como de la perpendicular a d. para la perpendicular b e. de ſuerte que la proporcion que ay entre los lados, y la proporcion que ay entre las perpendiculares, que caen ſobre eſſos lados, es reciproca otrocada. Porque dentro deſte triangulo a b c, contemplaremos otros dos triangulos a d c, y b e c, los quales ſon rectangulos, y los angulos del vno ſon yguales a los angulos del otro, porque los angulos en d, y en e, ſon rectos, y el angulo agudo c, es commun en eſtos triangulos, y por eſta cauſa el tercero angulo c a d. del triangulo a d




c, ſera ygual al tercero angulo c b e, del triangulo b e c. Eſto ſe prueua por la propoſicion 32. del primero libro de Euclides, en la qual es demonſtrado, q̃ los tres angulos de qualquier triangulo, ſon yguales juntamente a dos rectos. Siendo pues aſſi, que los angulos deſtos triangulos ſon entreſi yguales, ſeran los ſus lados proporcionales por la 4 propoſicion del. 6. libro. ſ. del lado a c, del triangulo a d c, para el lado b c, del triangulo b e c. ſera como del lado a d, del triãgulo a d c, para el lado b e, del triangulo b e c. Y porq̃ la linea a d, pueſto q̃ ſea lado del triangulo a d c, es el cathето q̃ cae ſobre b c, y pueſto que la linea b e, ſea lado del triangulo b e c, es el cathero que cae ſobre el lado a c. por eſta cauſa diximos que la propociõ es reciproca o trocada, porq̃ la proporcion del lado del triangulo a d c, para el lado del triangulo b e c, es al

reues

reues, assi como dela perpendicular que cae sobre este lado b c, del triangulo b e c, para la perpendicular que cae sobre ese lado a c, del triangulo a d c. Por lo qual siendo conoscidos los lados a c, y b c. por la noticia de a d, sera conoscida b e, y por la noticia de b e. sera conoscida a b, con ayuda dela Regla de tres. Y porque eneste exemplo, enel qual pusimos a b, ser 14. b c. 15. y a c. 13. fue la perpendicular a d, hallada 11 $\frac{1}{7}$. mul tiplicaremos por tanto 11 $\frac{1}{7}$, por 15, y lo que fuere produzido partiremos por los 13. y sera el quociente 12 $\frac{12}{13}$, y tanto sera el valor dela perpendicular b e, y la experiencia assi lo dize. Porq sacando 196, quadrado de a b. de los dos quadrados de a c, y de b c, restan como auemos dicho 198. partiremos 99, que es la mitad por 13, y sera el quociente 7 $\frac{8}{13}$. y tanto sera e c, cuyo quadrado sacaremos de 225. quadrado de b c, y quedaran 167 $\frac{1}{198}$. por el quadrado dela perpendicular b e, cuya raiz es 12 $\frac{12}{13}$, y tanto auiamos hallado, quando buscauamos la quantidad desta linea b e, por noticia dela perpendicular a d. Y la misma demonstracion que auemos hecho, nos sirue quando la vna delas dos perpendiculares cae dentro del triangulo, y la otra cae de fuera, y esto se halla en los triangulos obtusiangulos. Exemplo: Sea nos propuesto el triangulo a b c, en el qual el lado a b, es 9. y b c 10, y a c 17, y porq̃ el quadrado de 17. es mayor q̃ los dos quadrados juntos de 9, y de 10. sera por esa causa obtuso el angulo b, y los dos angulos a, y c, seran agudos, y por esto la linea que viniere desde b, perpendicular sobre a c, caera dentro del triãgulo a b c,




mas la que viniere desde c, perpendicular sobre a b, caera de fuera del mismo triangulo, porq̃ dentro del triãgulo no puede caer, porque se siguiria este impossible, ser el angulo de fuera del triangulo menor que alguno delos contrarios que estan de dentro, cõtra la .16. proposiciõ del primero libro de Euclides. Sean pues estas perpendiculares b d, que cae de dentro, y c e, que cae de fuera, estendido el lado a b, quanto conuiene, y demonstraremos agora q̃ la proporcion q̃ ay dela linea a c, en la qual cae la perpendicular b d, para la linea a b, en la qual siendo estendida cae la perpendicular c e. esa misma aura dela perpendicular c e, para la perpendicular b d. Porq̃ los dos triangulos a b d, y a c e, son rectangulos, en los quales el angulo agudo a. es commun, y por esta causa los dos angulos que quedan seran entresi yguales, y seran proporcionales los lados que estan de frente de angulos yguales, del lado a b, para el lado a c, sera la proporcion q̃ ay dela perpendicular c e, para la perpendicular b d. Por lo qual siendo vna delas perpendiculares conoscida, sera la otra conoscida por la Regla de tres.

Pero la perpendicular que cae de fuera del triangulo tiene su propria Regla, por la qual la podemos conoscer sin noticia de otra perpendicular, y es esta Regla sacada de la .12. proposicion del segund. lib. de Euclid. en la qual esta demonstra-

ſtrado que el quadrado del lado a c, que eſta en cõtrario del angulo obtuſo b,es mayor que los dos quadrados juntos de los lados a b, y b c. y que el exceſſo es lo que ſe produze multiplicando a b,en b e,dos vezes. El quadrado de 17, es 289,del qual ſacando 81,quadrado de 9,y 100,quadrado de 10,reſtan 108. y tanto ſe hara multiplicando a b,en b e,dos vezes, y ſera por tanto 54 mitad de 108, lo que ſe haze multiplicando a b en b e, y porque puſimos que a b fueſe 9, partiremos 54,por 9,y ſera el quociente 6 y tanto ſera b e.Y porque los dos quadrados de b e, y de e c, ſon yguales al quadrado de b c. ſacaremos 36 quadrado de b e, de 100. quadrado de b c. y reſtaran 64, y tanto ſera el quadrado de la perpendicular c e.y ſera luego 8.la linea c e. Agora ſin mas otro diſcurſo podremos,ſi nos pluguiere,con ayuda de la Regla de tres,conoſcer quãta ſea la perpendicular b d. diziendo aſſi:Si 17 nos dan 9,quanto nos daran 8?

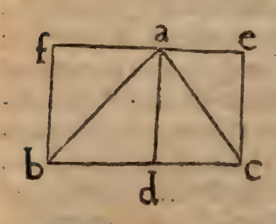
Y ſi queremos ſaber quanta ſea perpendicular c e.q̃ cae fuera del triangulo a b c,obtuſiangulo, ſin ayuda de la 12 propoſicion del ſegundo libro de Euclides, poderloemos hazer por Algebra. Porque pornemos b e, ſer 1.co. y ſera luego toda la linea a e.9.p̃.1.co. cuyo quadrado 81.p̃.1.ce. p̃.18.co.ſacaremos de 289 quadrado del lado a c, y reſtaran 208.m̃.1.ce m̃.18.co. y tanto ſera el valor de la perpendicular c e. porque el quadrado de a c, es ygual a los quadrados delos lados a e, y e c. los quales comprehenden el angulo recto que ſe haze en el puncto e.Y porque el quadrado de b c,el qual es 100. es ygual a los dos qua-

drados de b e, y c e. enel triangulo rectang. c b e. sacaremos por tãto 1. ce. q̃ es el quadrado de b e. de 100. q̃ es el quadrado de b c, y restaran 100. m̃. 1. ce. por el valor del quadrado de c e. Yguales seran luego 208 m̃. 1. ce. m̃. 18. co. a 100. m̃. 1. ce. haremos la ygualacion, y hallaremos que 108 son yguales a 18. co. que es simple conjugacion. Partiremos pues 108, por 18. y sera el quociente 6, y tanto sera el valor dela cosa, y sera luego toda la linea a e. 15. cuyo quadrado, el qual es 225, sacaremos de 289, quadrado de a c, y restarã 64. y tanto sera el quadrado de e c. cuya rayz, que es 8, sera la perpendicular e c. y la prueua assi lo dize.

Y tambien podremos por Algebra conoscer la perpendicular a d, enel triangulo oxygonio, en el qual pusimos a b. ser 14, y a c. 13. y b c. 15. y assi conosceremos las partes dela linea b c. en que la diuide la perpendicular. Porque pornemos d c, ser 1. co. y sera luego b d. 15. m̃. 1. co. sacaremos el quadrado de d c, que es 1. ce. de 169 quadrado de a c. y restaran 169. m̃. 1. ce. y tanto sera el quadrado de a d, y sacaremos estos 169. m̃. 1. ce. que vale el quadrado de a d, de 169. quadrado del lado a b. y restaran 27. p̃. 1. ce. y tanto sera el quadrado de b d. y porque b d, es 15. m̃. 1. co. sera el su quadrado 225. p̃. 1. ce. m̃. 30. co. Yguales seran luego 27. p̃. 1. ce. y 225. p̃. 1. ce. m̃. 30. co. y acabando la ygualacion hallaremos que 30. co. son yguales a 198, que es simple conjugacion. Partiremos pues 198 por 30, y vernan $6\frac{3}{5}$ por valor dela cosa, y tanto sera d c. y sera luego b d. lo que resta de 15. que es $8\frac{2}{5}$. La perpendicular sera la raiz de lo que resta sacando el quadrado de $6\frac{3}{5}$ de 169. y sera por tan-

tanto esa perpendicular 11 $\frac{1}{5}$.

34. Si los lados del triangulo fueren conoscidos, sera la area conoscida por la noticia del catheto o perpendicular que cae dentro del mismo triangulo. Dicho auemos como podremos conoscer la perpendicular que cae sobre el lado que esta entre los dos angulos agudos. Multiplicaremos pues esa perpendicular por la mitad del lado en que ella cae, porq̃ lo produzido por esa tal multiplicacion sera la area del triangulo, y la demonstracion sera esta. Enel triangulo a b c sea a d, la perpendicular que cae sobre el lado b c, dentro del mismo b c, y del punto a. lleuaremos la recta linea f e, equidistante al lado b c. y delos puntos b, y c. lineas equidistantes a la perpendicular a d, y resultara por esta arte descripto el rectangulo b c e f, el qual es duplo del triangulo a b c. porque tienen vna misma base, la qual es b c. y estan collocados entre las equidistãtes b c, y f e. Demuestra lo Euclid. enel. 1. lib. vniuersalmente, pero eneste exemplo bastara por demonstraciõ q̃ el rectãgulo a d b f. esta partido por el diametro a b en dos triangulos yguales, y el rectangulo a e c d, esta tambiẽ partido por el diametro a c, en dos triãgulos yguales, y sera luego el triãg. b c, la mitad del grãde rectãgulo b c e f. Y porque el lado b f, multiplicado por b c, produze el rectangulo, y b f, y a d, son yguales, luego a d, multiplicada por b c. tambien hara el re-



ctangulo,y multiplicada por la mitad de b c,hara la mitad del rectangulo,y porque el triangulo a b c,es vna delas mitades del rectãgulo,por esta causa diximos q̃ la multiplicacion dela perpendicular a d,por la mitad del lado en que ella misma cae,hara la area del triangulo. Siendo nos por tanto propuesto vn triangulo de lados conoscidos para manifestar la area,primeramente saberemos por el caso.32.quales son los dos angulos agudos,y por el caso.33.quanta sea la perpendicular que cae entre los agudos,y multiplicaremos luego la perpendicular por la mitad de la base o lado en que ella cae,y lo que por esa tal multiplicacion se hiziere sera la area del triangulo. Y si el triangulo fuere rectangulo,multiplicaremos qualquier de los lados q̃ cõprehenden el angulo recto por la mitad del otro lado,y ternemos la area dese tal triangulo . Conosceremos si el tal triangulo cuyos lados nos dan notos,es rectangulo,multiplicãdo cadavno delos tres lados por si mismo haziendo quadrado,porque si vno de los lados hiziere quadrado q̃ sea ygual a los otros dos quadrados,en tal caso esse lado esta en frente de angulo recto,y quando el quadrado es menor q̃ los dos juntos, el angulo que esta en frente del es agudo,y quãdo el quadrado es mayor que los dos quadrados juntos. el angulo q̃ esta en frente del es obtuso. Collegimos desto, q̃ en qualquier triãgulo q̃ nos fuere ꝓpuesto,si los lados son conoscidos,no ay mas necessidad para sabermos quales son los dos angulos,q̃ ver quales son los dos menores lados, porq̃ esos dos menores lados estan en frente de

dos

dos angulos agudos, y a el lado que esta entre los agudos, deue de venir la perpendicular, por cuya noticia q̄remos saber quāta sea la area del triangulo. Exemplo: En el caso 33. pusimos los tres lados del triangulo. 13. 14. y 15. y por q̄ 13 y 14 son los dos menores lados, sabemos luego q̄ los dos angulos b y c, q̄ estan en frente dellos, son agudos, hezimos por tanto venir la perpendicular des del angulo a, sobre el oposito lado b c, q̄ esta entre los agudos, y hallamos q̄ la perpendicular es 11 $\frac{1}{5}$. los quales multiplicaremos por 7 $\frac{1}{2}$, que es la mitad de 15. y sera por tanto la area dese triangulo 84.

*Y* sabe, que en todo triangulo equilatero, si los lados son numeros, la area no podra ser numero, y en esto se engaño Oroncio Fineo. Porque si los lados son numeros, sera el catheto incommensurable con el lado, y por esta causa la multiplicacion del catheto por la mitad del lado sera tambien incommensurable con el lado.

35. *Si* el triangulo rectangulo tuuiere dos lados conoscidos, su area sera conoscida. Por que si los dos lados conoscidos son los que cōprehenden al angulo recto, multiplicaremos el vno por la mitad del otro, y lo que fuere produzido, sera la area: o multiplicaremos el vno por el otro, y delo que fuere produzido tomaremos la mitad, y esa mitad sera la area. Pero si de los dos lados conoscidos el vno fuere el que es oposito al angulo recto, sacaremos del su quadrado, el quadrado del otro lado, q̄ se propone conoscido, y la raiz de lo que restare, sera el otro lado que contiene al angulo recto, el qual no era co-

noscí

noſcido. Y ſiendo aſſi conoſcidos los dos lados que comprehenden al angulo recto, podremos ſaber quanta ſea la area multiplicando vno dellos por la mitad del otro.

Y ſabe, que en los triãgulos rectangulos iſoſceles puede auer aquellos caſos, que puſimos en los quadrados. Y en los eſcalenos puede auer los caſos que puſimos en los quadrangulos rectangulos, por quanto el triangulo rectangulo eſcaleno es la mitad de vn quadrangulo rectágulo. Y otros caſos ſe podran poner ſacados delos caſos de Arithmetica, como quien dixeſſe aſſi.

36. Si enel triangulo rectangulo la sũma de los tres lados fuere conoſcida, y los lados ſon proporcionales. ſ. del lado mayor, que es el oppoſito al angulo recto, ay tal proporciõ para el mayor delos dos que contienẽ al angulo recto, como deſte lado para el otro ſu compañero que contiene al angulo recto, en tal caſo cada vno delos tres lados ſera por ſi conoſcido. Y eſte es el caſo. 92. dela Arithmetica, que ally ſe puſo por eſtas palabras. Partamos 10. en tales tres partes proporcionales en continua proporcion, que el quadrado dela primera parte, que ſea la menor dellas, con el quadrado dela ſegunda parte, entrambos en vna sũma ſeã yguales al quadrado dela tercera parte. Y eſto ſe verifica enel triangulo rectangulo, cuyos lados todos juntos hazen 10. y las partes de 10. ſon proporcionales, aſſi como del lado menor para el otro q̃ conel haze el angulo recto, aſſi deſte para el mayor de todos que es oppoſito al angulo recto. Porque en eſte tal triangulo los quadrados delos lados q̃ con-

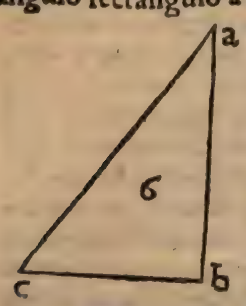
tie-

tienen el angulo recto hazen vna sũma ygual a el quadrado del mayor lado, que es opposito al angulo recto.

37. Si los tres lados del triangulo fueren conoscidos, podremos saber, quanta sea la area, sin q̃ en esto entrevẽga la noticia del catheto, y la regla sera esta: Tomaremos la mitad dela sũma de los tres lados, y notaremos las differencias por las quales esa mitad excede acadavno delos tres lados, y ternemos assi obrãdo 4 quãtidades. s. la mitad dela sũma delos tres lados, y las tres differẽcias. Estas 4 quãtidades multiplicaremos vna por otra, y lo pduzido se multipliq̃ por la otra, y lo produzido se multiplique por la postrera, queremos dezir, q̃ la primera quantidad se multiplique por la segunda, y lo produzido se multiplique por la tercera, y lo produzido por esta segunda multiplicaciõ se multipliq̃ por la quarta, y delo que fuere produzido por esta postrera multiplicacion tomaremos la raiz, por que esa tal raiz sera la area del triangulo. Exemplo, El triangulo oxygonio, cuyos lados son 13. 14. 15. la sũma dellos es 42. y la mitad 21. y las differencias dela dicha mitad alos tres lados son 6. 7. 8. Diremos por tanto assi. 8 por 7, hazen 56. y estos 56 por 6, hazen 336. y estos 336. multiplicados por 21, hazen 7056. cuya raiz q̃ es 84, sera la area dese triangulo. Otro exemplo: Enel triangulo a b c. sera vno delos lados 7. y el otro 15. y el tercero 20. cuya mitad es 21. y las differencias de los lados a 21. son 14. 6. 1. y obraremos por tanto assi, 1 por 6. hazen 6. y 6 por 14. hazen 84. y 84 por 21. hazen 1764. cuya raiz, la qual es 42. sera

la

la area del triangulo. Y en eſte triangulo el numero del ambito es ygual al numero dela area, mas enel otro el numero dela area es duplo del numero del ambito. Y ſon iſoperimetros, pero la area del vno es dupla de la area del otro. Y es eſte triangulo obtuſi angulo, pero el otro es oxygonio. Otro exemplo, Enel triangulo rectangulo a b c. ſea el vno delos lados 3. y el otro 4. y el tercero 5. y todos juntos ſon 12. cuya mitad es 6. y las differencias deſtos 6. alos lados ſon 2.3.1. Diremos pues aſſi, 2 por 3 ſon 6. y 6, por 1 ſon 6. y 6 por 6 ſon 36. cuya raiz la qual es 6. ſera la area. Y en eſte triangulo el numero del ambito es duplo del numero dela area. Otro exemplo en otro triangulo orthogonio. Sea el vno delos lados 5. y el otro 13. y el otro 12. la sūma dellos es 30. y la area ſera 30. Porque la mitad del ambito es 15. y las differencias de 15. alos lados ſon 2.3.10. y multiplicando 2 por 3. haremos 6. y eſtos 6 por 10. haremos 60. y eſtos 60 por 15. hazen 900. cuya raiz, la qual es 30, ſera la area. Es luego el numero del ambito ygual al numero dela area.

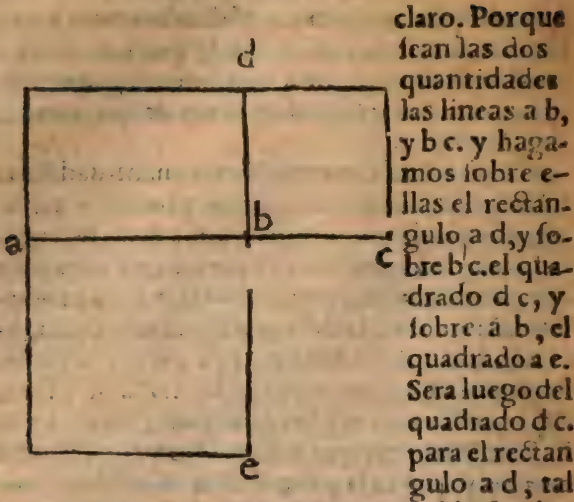



Eſta arte de medir hallo en todos los libros q̃ tratan de midicion, la demonſtracion trae Fray Lucas

Lucas de Burgo, pero tan obſcuramente que no ſe podra entender de todos. y por eſta cauſa la queſimos eſcreuir mas claramente, poniendo primeramẽte los fundamentos de que auemos de vſar.

Primero fundamento. Si vna quantidad fuere multiplicada por otra, ſera el producto medio ꝓporcional entre los quadrados delas dos quãtidades, y en la miſma proporciõ que ellas guardan entre ſi, y ſera por tanto eſe miſmo producto raiz quadrada delo que ſe hiziere multiplicando los quadrados vno por otro. Exemplo: Sea vna delas dos quantidades 2. y la otra ſea 3. el producto ſera 6, y los quadrados ſeran 4. y 9. Y manifieſto es, que 6 es medio proporcional entre 9 y 4. y es la proporcion ſeſquialtera, como 9 para 6, aſſi 6 para 4. y la multiplicacion de 9 por 4, haze 36, cuya raiz es 6. Y haremos la demonſtracion en eſtos numeros, la qual ſera vniuerſal en todos los numeros. Tres y dos multiplicados por 3, hazen 9, y 6. luego tal proporcion aura de 9 para 6. como de 3 para 2, porque el multiplicante fue 3, y los que ſe produxieron ſon 9 y 6. y eſto eſta demonſtrado en la propoſicion 17 del ſeptimo libro de Euclides. Por la miſma razon porque 3 y 2, multiplicados por 2, hizieron 6. y 4. luego tal proporciõ aura de 6 para 4. como de 3 para 2. porque el multiplicante fue 2. Por lo qual ſi de 9 para 6. es como de 3 para 2, y de 6. para 4, es como de 32. eſtan luego 9. 6. y 4. en continua proporcion ſeſquialtera, la qual ay de 3 para 2. y es el 6 medio proporcional. Y en Geometria es tambien eſto muy

 claro

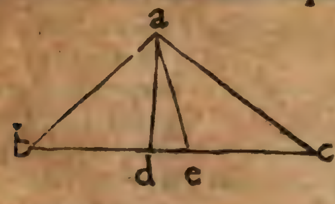



claro. Porque ſean las dos quantidades las lineas a b, y b c. y hagamos ſobre ellas el rectangulo a d, y ſobre b c. el quadrado d c, y ſobre a b, el quadrado a e. Sera luego del quadrado d c. para el rectangulo a d; tal proporcion como del baſe b c, para el baſe a b. y eſto ſe prueua por la primera propoſicion del 6 libro de Euclides. Y del miſmo rectãgulo a d. para el quadrado a e. ſera como de b d. para b e. por la miſma primera del 6. y porque b c. y b d. ſon yguales, ſera luego del quadrado d c. para el rectangulo a d. como del miſmo rectangulo para el quadrado a e. y la proporciõ del quadrado d c para el quadrado a e. ſera dos vezes la proporcion q̃ tiene b c. para a b. Y eſta es la demonſtracion dela 23 propoſicion del 6 libro de Euclides. Siendo pues aſſi, que tres quantidades ſon proporcionales en continua proporcion, como dela primera para la ſegunda, aſſi dela ſegunda para la tercera, tanto ſe hara multiplicando la primera por la tercera, como la ſegunda por ſi miſma, y ſera por tanto la ſegunda raiz quadrada delo

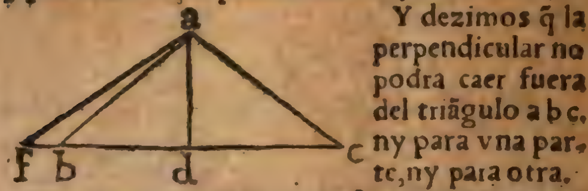
que

que se haze multiplicando la primera por la tercera. Esto se demuestra en la 20. proposicion del septimo, y en la 17. del sexto de Euclides.

Segundo fundamento: Si enel triangulo a b c. del angulo a. al opposito lado b c. descendiere la linea a d. q̃ corte al mismo lado b c. en tales dos partes, que quanto el quadrado de a c. excede al quadrado de a b. tanto el quadrado de c d. excede al de b d. en tal caso la linea a d. sera perpendicular sobre b. c. en el punto d. Porq̃ prouaremos ser impossible, que la perpendicular que viene de a, pueda caer en otro punto sino en d. Y primeramente demonstraremos que no este el tal punto entre b. y c. Porq̃ pongamos que sea esa tal punto e. y porque nos dan la linea a e. perpendicular sobre b. c. seran luego los dos quadrados delas lineas a e. y e c. en vna sũma yguales al quadrado de a c. en el triangulo rectangulo a e c. Y enel triangulo rectãgulo a e b. los dos quadrados de a e. y e b. juntos, serã yguales al quadrado de a b. Por lo qual quanto el quadrado de a c. excediere al quadrado de a b, tanto los dos quadrados de a e. y e c. excederan alos dos de a e. y e b. Sacaremos de entrambas las sũmas el quadrado de a e. y resultara, que quanto el quadrado de a. c. excede el de a b. tanto el quadrado de e c. excedera al quadrado de e b. Y porque ese mismo excesso posimos que tuuiese el quadrado de c d. sobre el quadra-



do de b d.ſigueſe que quanto el quadrado de c d. excede al quadrado de b d. tanto el quadrado de c e.excede al dela linea e b. Y eſto es impoſſible, porque mas excede el quadrado de c d.al de b.d. que el de c e. al miſmo quadrado de b d. y porq̃ el quadrado de c e.excede mas al de b d. que al de b e. Luego mucho mas excedera el quadrado de c d.al de b d.que el quadrado de c e.al de e b. y por tanto la perpendicular no podra ſer a e.

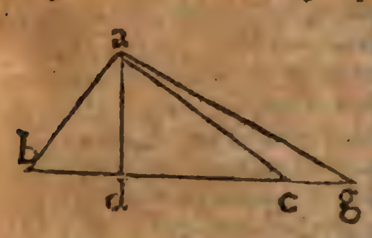



Y dezimos q̃ la perpendicular no podra caer fuera del triãgulo a b c. ny para vna parte,ny para otra. Porque pongamos q̃ cae en f,prouaremos tambiẽ ſer impoſſible,porq̃ ſiendo el angulo f recto, el quadrado de a c,ſera ygual a los dos quadrados de a f,y f c.y por la miſma razon el quadrado de a b,ſera ygual a los dos quadrados de a f, y f b.Por lo qual tanto excedera el quadrado de a c,al de a b.quanto los dos de a f,y f c.exceden a los dos de a f,y f b. Saquemos el cõmun quadrado de a f, y ſigueſe que quanto el quadrado de a c,excede al de a b. tanto el de f c, excedera al de f b. Y porque auemos pueſto de principio que quanto el quadrado de a c,excede al de a b, tanto el quadrado de c d,excede al de b d.Luego quanto el quadrado de f c, excede al de f b. que es mucho mas que enel quadrado de b c, por la 4 propoſicion del ſegundo lib.de Euclides, tanto el quadrado de c d, excedera al de b d. y eſto es impoſſible.Porque no puede el quadrado de

c d

c d, exceder al de b d enel de b d, que es el todo, y por tanto no puede la perpendicular caer fuera del triangulo en f.

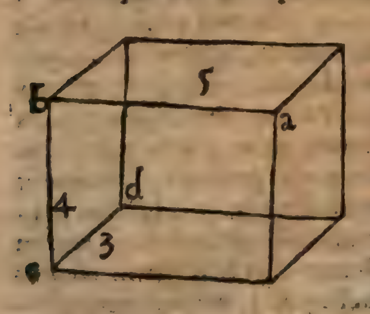
Y assi dezimos que no podra caer la perpendicular fuera del triãgulo dela otra parte como en g. Porque en tal caso el angulo a c b exterior del triangulo a c g. sera mayor que el recto a g c, y sera por tanto obtuso, y sera por esa causa agudo el angulo b, del triangulo a b c. porque no puede auer en algun triangulo mas que vn solo recto, o vn solo obtuso. Y porque en todo triangulo el mayor lado es opposito al mayor angulo, sera luego mayor el lado a b, del triangulo a b c, que el lado a c. y esto es contra lo que auemos puesto de principio, ser el quadrado de a b, mayor que el quadrado de a c. Y por tanto concluymos, que la line a d, sera la perpendicular q̃ viene del angulo a, sobre el opposito lado b c.




Tercero fundamento, si de tres quantidades la primera y segũda fueren multiplicadas vna por otra, y lo q̃ fuere produzida se multiplicare por la tercera, hara tanto como si multiplicasemos la segunda por la tercera, y lo que fuere produzido se multiplicare por la primera. Exemplo: Sean las tres quantidades 3. 4. y 5. las dos primeras siendo multiplicadas vna por otra, hazen 12. y estos 12 por 5, hazen 60. Y si multiplicasemos 4 por 5, y el producto por 3, otro tanto haria-

mos,porque tambien ſerian 60. La demonſtracion haremos en eſtos numeros, y ſera vniuerſal para qualeſquier otros numeros. Multiplicar 4 por 3,es poner en vna sũma tantos quaternarios, quantas ſon las vnidades q̃ ay en el numero 3,de ſuerte que ſeran tres quaternarios. Y multiplicar eſto por 5,es poner en vna sũma tantos quaternarios,quãtas vnidades ay en 5 vezes 3,q̃ ſon 15 quaternarios. Por la miſma razon,multiplicar 4 por 5,es poner en vna sũma tantos quaternarios,quantas ſon las vnidades que ay en 5, y eſte producto multiplicado por 3,hara tantos quaternarios,quãtas vnidades ay en 5 vezes 3, que ſon 15 quaternarios, y ſera luego vn producto ygual al otro,el qual es 15 quaternarios, que valen 60. Y ſi las quantidades fueren 4,ſeruira la miſma demonſtracion,porque multiplicaremos las dos dellas,y quedara el ꝓducto por vna quantidad, y con las otras dos ſeran 3. y la miſma arte de demonſtrar ternemos ſi fueren 5,o en mayor numero.

Y en las quantidades cõtinuas es eſto muy claro . Porque ſea a b la primera linea, la ſegunda b c.y ſiẽdo multiplicadas vna por otra,cõforme a la imaginaciõ delos Geometras, hagã la ſuperficie plana rectangula comprehenſa por los lados a b,y b c. y ſalga del punto c. la li-



la linea c d.perpendicular ſobre el miſmo plano del rectãgulo a c. y por eſtas tres lineas,que declaran la longitud y latitud y altitud,queda deſcripto vn cuerpo rectãgulo,cuya capacidad corporea conſtara, multiplicando la longitud a b, por la latitud b c,y el producto,que es la ſuperficie plana, baſe del dicho cuerpo,ſiendo multiplicado por c d, que es la altitud,hazen la area corporea. Exemplo:Sea a b 5. b c 4, y c d 3,ſera la area 60,y lo miſmo ſera multiplicando la altitud que es 3. por la latitud que es 4. y eſto ſera la ſuperficie plana y rectangula b d,la qual multiplicando por 5,que es la longitud,haremos los miſmos 60. De ſuerte que tanto montara multiplicar la primera por la ſegũda,y el producto por la tercera, como la tercera por la ſegunda,y el producto por la primera,o la tercera por la primera, y el producto por la ſegunda.

Eſtos fundamentos aſſi preſupueſtos ſera mas facil la demonſtracion.Porque ſea a b c,el triangulo,cuya area queremos medir. Y deſcriueremos enel el circulo,cuyo centro ſea d.por la doctrina dela 4 propoſiciõ del 4 libro de Euclides, y del centro a los puntos dela contingencia del circulo con los lados del triangulo,lleuaremos las lineas rectas de d f,y d g. las quales ſerã perpendiculares ſobre los lados del triangulo por la propoſicion 18 del tercero libro , y lleuando del centro del circulo las lineas rectas d a. d b.y d c. a los angulos del triangulo ſera por ellas el triangulo a b c,partido en 3 triangulos,los quales ſon a d b.y a d c.y b d c.Y porque el catheto d e.multiplicado por la mitad del lado a b,haze

la area del triangulo a d b. y el catheto d f. multiplicado por la mitad del lado a c, haze la area del triangulo a d c. y el catheto d g, multiplicado por la mitad del lado b c, haze la area del triangulo b d c. como ya fue demonstrado enel caso 34, y son estos tres cathetos semidiametros del circulo, por esta causa siendo el semidiametro del circulo multiplicado por la mitad de la sũma delos tres lados a b. b c. y a c. hara la area del triangulo a b c. la qual consta delas areas de los tres triangulos. Porq̃ tanto haremos multiplicando el semidiametro por vna linea que sea la mitad delos tres lados, como si multiplicasemos el mismo semidiametro por las tres mitades delos tres lados haziendo 3 multiplicaciones, y juntando despues los productos, y esto es demonstrado por Euclides en la primera proposicion del segundo libro. Y pues que estas dos quãtidades, cõuiene asaber, el semidiametro del circulo, y la mitad delos 3 lados, siendo multiplicadas la vna por la otra, hazen la area del triangulo a b c como agora auemos demonstrado, sera luego la area del triãgulo a b c. media proporcional entre los quadrados del semidiametro y dela mitad delos tres lados, como el quadrado del semidiametro para la area del triangulo, assi la area del triangulo para el quadrado dela mitad delos 3 lados, y sera la misma area del triãgulo a b c, raiz quadrada de lo q̃ se haze multiplicando el quadrado del semidiametro por el quadrado dela mitad delos 3 lados, porq̃ assi lo auemos demõstrado enel primero fundamẽto. Y esto se guarde en la memoria para su tiempo.

Ago

Agora demõſtraremos en la miſma figura quales ſean las differencias dela mitad delos tres lados acada vno delos tres lados, y que las tres differẽcias juntas ſon yguales a la mitad delos miſmos tres lados del triangulo a b c. Porque las lineas a e, y a f, ſon entreſi yguales, y las dos f c, y g c, yguales entreſi, y las otras dos b g, y b e, yguales entreſi, y eſto es demõſtrado ſobre la pro-

posicion 36 del tercero libro de Euclides, por los angulos que se hazen en e, y en f, y en g, seran rectos. Con las dos lineas yguales b g, y b e, juntaremos dos que entresi son yguales .s. con b e, juntaremos a e, y haran el lado a b, y a la linea b g. daremos la linea a f, y serã luego estas dos lineas b g, y a f, en vna sũma yguales al lado a b. Item, daremos al lado a b, la linea c g, y a las dos que son b g, y a f, daremos c f, q̃ es ygual de c g, y resultara el lado a b, con c g, yguales al lado a c, con b g. Esto se prueua por la commun sentencia, que si a quantidades yguales damos quantidades yguales, cõstituiremos quantidades yguales. Por esta cuenta los tres lados del triangulo a b c, estan partidos en dos mitades yguälmente .s. a b. con c g. es la vna mitad, y a c, con b g, o b e, sera la otra. Y por el mismo modo podremos demonstrar, que el lado b c, con a e, o a f, son vna mitad delos mismos tres lados. Siendo pues el lado a b, con c g, la mitad delos tres lados, sera luego la linea c g, el excesso dela mitad delos lados sobre el lado a b, y porque a c, con b e, tambien es mitad delos tres lados, sera luego b e, el excesso dela mitad delos lados sobre el lado a c, y porque tambiẽ b c, con a e, es mitad desos tres lados, sera luego a e, el excesso desa mitad sobre el lado b c, y seran por esta cuenta a b, con c g, los tres excessos o differencias. Y porque ya auemos prouado, que a b con c g, son la mitad delos tres lados, ygual sera luego la mitad delos tres lados a las tres differẽcias, las quales son a e. e b, y c g.

Señalada pues la differencia de cada vno de los lados a la mitad delos tres lados del triangulo

gulo, y siendo ya demonstrado que las tres differencias juntas, son yguales a la mitad delos lados, acabaremos la construcion desta figura por esta arte. Cortaremos del lado b c, la linea b k, q̃ sea ygual a c g, y resultara por tanto c k, ygual a b g. Y seran luego las tres lineas, a e. e b. y b k. las tres differencias, y todas juntas yguales a la mitad de los tres lados. Estenderemos la linea a b, dela qual tomaremos b l, ygual a b k, y resultara la linea a l, ygual a la mitad de los tres lados, y constara delas tres differencias a e. e b. y b l. y del punto l, lleuaremos linea recta que haga con a l, en ese punto l, angulo recto enel plano del mismo triangulo, y estenderemos la linea a d, hasta q̃ se encuentre con la q̃ va del punto l, y es perpẽdicular sobre a l. y sea este encuentro en m. y de m para k. lleuaremos linea recta. Y estenderemos el lado a c, dela qual tomaremos c n, ygual a c k. y de m. para c. y para n. lleuaremos lineas rectas, y sera acabada la figura, en la qual tambien a n. es mitad delos tres lados, porque pusimos c n. ygual a c k. y auemos demonstrado que c k, es ygual a b g. y que a c, con b g, son vna mitad delos tres lados.

Todo esto assi hecho y demonstrado, prouaremos que los dos triangulos l b m. y b d e. son equiangulos, y que los otros dos por si a d e. y a m l. son equiangulos. Y prouaremos primeramente que l b m. y b d e. son equiangulos por vn prolixo discurso. Porque los lados delos triangulos a d e. y a d f. son demonstrados yguales, los dos angulos d a e. y d a f. seran yguales, por la 8 proposicion del primero libro de Euclides.

y porq̃ las dos lineas a l. y a n. ſon yguales, por ſer cada vna dellas, tanto como la mitad de los lados del triãgulo a b c. por eſta cauſa en los dos triangulos a m l. y a m c. en los quales el lado a m. es commun, yguales ſerã las baſes l m. y m n. y el angulo m n a. ſera ygual al recto m l a. por la 4 propoſicion del primero libro de Euclides, y recto ſera por tanto eſe angulo m n a. Y contemplaremos luego los dos triangulos rectangulos l b m. y n c m. en los quales el quadrado de c m. es ygual alos dos quadrados de c n. y n m. y el quadrado de b m. es ygual alos dos quadrados de b l. y l m. y ſi enel triangulo a b c. el lado a c. ſe propuſo menor que a b. ſera por tanto c n. mayor que b l. por quanto a n. y a l. ſon las dos mitades de los lados del triangulo a b c. y porque m l. y m n. auemos demonſtrado ſer yguales, tãto excedera luego el quadrado de c m. al quadrado de b m. quanto el quadrado de c n. excede al quadrado de b l. Y porque c k. es ygual a c n. y b k. ygual a b l. tanto excedera por eſta cauſa el quadrado de c m. al quadrado de b m. quanto el quadrado de c k. excede al quadrado de b k. Luego enel triangulo b m c. la linea m k. ſera perpendicular ſobre b c. y los angulos que haze en k. ſon rectos, por el ſegundo fundamẽto. Y ſi el lado a c. ſe propuſiere mayor que a b. tambien ſe ſigue que la linea m k. es perpendicular ſobre b c. porque tanto excedera el quadrado de b m. al quadrado de c m. quãto el quadrado de b k. al quadrado de c k. y ſi los dos lados a b. y a c. ſe propuſieren yguales, las lineas c n. y b l. ſeran yguales, y ſeran por eſa cauſa ygua-

guales c m. y b m. y porque las lineas b k. y c k. son yguales a b l. y c n. seran entre si yguales. Y porque el lado m k, es commum alos dos triangulos b k m. y c k m. yguales seran los dos angulos b k m. y c k m. por la 8 proposicion del primero libro de Euclides, y sera recto cada vno dellos. Y porque el quadrilatero l b k m, es partido en dos triágulos por la linea b m. y los angulos de vn triangulo valen dos rectos, sera luego el valor delos quatro angulos del quadrilatero l b k m. 4 angulos rectos, y porq̃ los dos angulos que son hechos en l. y en k. son rectos, restara luego el valor delos dos l b k. y l m k. ser dos rectos. Y porque tambien los dos angulos l b k. y k b e. son yguales a dos rectos, por la 13 proposicion del primero libro de Euclides, por b k. caer sobre el enel punto b. yguales seran por tanto los dos angulos l b k. y l m k. alos dos l b k. y k b e. Sacaremos dellos el commun angulo, l b k. y quedaran por tanto yguales l m k. y k b e. Y porque por la misma arte, por la qual auemos demõstrado ser el angulo e a f. partido por la mitad, por la linea a d. podremos demõstrar, que la linea b d. parte al angulo e b g. por la mitad, sera por tanto el angulo e b d. la mitad del angulo e b g, Demonstraremos tambien ser el angulo l m k. partido por la mitad por la linea b m porque enel triangulo rectangulo b k m. el lado opposito al angulo recto es b m. y el mismo b m. es opposito al angulo recto l. en el triangulo b l m. Por lo qual los dos quadrados de b k. y k m seran yguales alos dos quadrados de b l. y l m. y porque b k. y b l. son lineas yguales,

los

los ſus quadrados ſeran yguales. y reſtaran por tanto yguales los quadrados de k m. y l m. y las lineas k m.y l m.ſerã yguales. Por eſta cauſa los tres lados del triangulo b k m. ſeran yguales a los tres lados del triangulo b l m.y por la 8 propoſicion del primero libro de Euclides, la linea b m.parte al angulo l m k.por la mitad. Y porq̃ auemos demonſtrado ſer el angulo k b e. ygual al angulo l m k. y ſer partido por la mitad por la linea b d.yguales ſeran por tanto los dos angulos e b d.y l m b. porque ſon mitades de dos angulos yguales. Y porque los angulos b e d.y b l m.ſon rectos,ſera el tercero angulo del triangulo e d b.ygual al tercero angulo del triangulo l b m.por la propoſicion 32.del primero libro de Euclides,y commun ſentencia. Equiangulos ſeran por tanto los dos triãgulos e d b. y l b m. y los ſus lados ſeran proporcionales por la 4. del ſexto. Que los triangulos a d e.y a m l. ſean equiangulos,es mucho mas facil la demonſtracion,porque los dos angulos a e d.y a l m. ſon rectos,y el angulo e a d. es commun, ſeran por eſta cauſa yguales los dos q̃ quedan,y ſeran luego equiangulos, y ternan los lados proporcionales por la 4 del ſexto.

Agora ningun trabajo ternemos en concluyr lo que de principio queriamos demonſtrar. Por que en los triangulos equiangulos, y de lados proporcionales l b m y e d b.la proporcion que ay dela linea a d. para la linea e b. eſa ay de b l. para l m.Por lo qual tanto ſe hara multiplicãdo e d.primera por l m.quarta,como e b. ſegunda, por b l.tercera. Y porque vna miſma quantidad

comparada con dos que son yguales,tiene vna misma proporcion,como esta demonstrado por Euclides enel.5. libro. Luego si el quadrado de la linea e d.fuere comparado a esos dos productos,la misma proporcion que tiene con el vno, terna con el otro,y aura por tanto tal proporcion del quadrado de e d. para el producto de e d. en l m. qual ay del mismo quadrado de e d. para el producto de e b.en b l. Y porque la ꝑporcion del quadrado de e d. para el producto de e d.en l m.es como dela linea e d. para la linea l m. lo qual esta demonstrado en el fundamento primero,por quanto la quantidad multiplicãte es e d.luego del quadrado de e d.para el producto de e b.en b l. sera como de la linea e d. para la linea l m.porq̃ las proporciones que son yguales a vna tercera proporcion,son yguales entre si,como Euclides demuestra enel.5.libro. Y porq̃ en los dos triangulos equiangulos,y de lados proporcionales a d e,y a m l,la proporcion que ay de a e, para a l, esa misma ay de e d,para l.m. luego tal proporcion aura de a e, para a l. qual ay del quadrado de e d. para el producto de e b. en b l. porq̃ son proporciones yguales a vna tercera. Y porq̃ destas quatro quantidades proporcionales, la primera es a e. y la quarta es el producto de e b.en b l.tanto se hara luego multiplicando a e.por el producto de e b.en b l.como multiplicando el quadrado de e d.por a l. Y pues que assi es,que estas dos quãtidades son yguales.s.lo que se haze multiplicando a e.por el producto de e b.en b l.y lo que se haze multiplicando el quadrado de e d.por a l.por tanto

ſi fueren ygualmẽte multiplicadas por vna miſma quantidad, la qual es a l. las quantidades q̃ por las tales multiplicaciones fueren produzidas, tambien ſeran yguales. Y ſeran las quantidades produzidas, lo que ſe haze multiplicando a e. por el producto de e b. en b l y lo que ſe hiziere multiplicado por a l. y lo q̃ ſe haze multiplicando el quadrado de e d. por a l. y el producto por a l. Y porque tanto monta multiplicar el quadrado de e d. por a l. y el ꝑducto multiplicar otra vez por a l. como multiplicar el quadrado de e d. por el quadrado de a l. por el tercero fundamento, ygual ſera luego la quantidad que ſe hiziere multiplicando el quadrado de e d. por el quadrado de a l. a la quantidad q̃ ſe hiziere multiplicando a e. por el producto de e b. en b l. y lo q̃ ſe hiziere multiplicado por a l. Y porque tambien conſta por el tercero fundamento q̃ tanto haze multiplicar a e, por el producto de e b. en b l. como multiplicar b l, por el producto de a e. en e b. y como multiplicar e b. por el producto de a e. en b l. y que tanto ſe hara acabadas las multiplicaciones deſtas tres quãtidades a e. e b. b l. multiplicãdo deſpues el poſtrero producto por la quarta, que es a l, como ſi hizieſemos las multiplicaciones començando de qualquier de las quatro. Siguese por tanto, que tanto haremos multiplicando el quadrado de e d. ſemidiametro del circulo por el quadrado de la linea a l, la qual es ygual a la mitad de los lados del triangulo a b c. como multiplicar las differẽcias dela mitad delos lados ſobre cada vno de los lados, conuiene aſaber la vna dellas

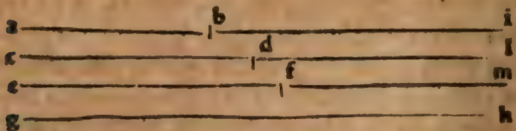
por

por qualquier delas otras dos, y el ꝑducto por la tercera, y este producto por la mitad de los lados, o si preuertiẽdo la orden quisieremos començar dela mitad delos lados, multiplicandola por qualquier delas tres differencias, y el producto por otra, y este producto por la postrera. Y porque lo q̃ se haz emultiplicãdo el quadrado del semidiametro del circulo descripto enel triangulo a b c, por el quadrado de la mitad de sus lados, es ygual al quadrado dela area del mismo triãgulo, siendo multiplicada por si misma, como açima auemos demonstrado acabados los fundamentos, ygual sera luego al quadrado que se haze multiplicando la area del triangulo por si misma, lo que se hiziere multiplicãdo las tres differencias, vna por otra, y el producto por la otra, y este postrero ꝑducto por la mitad delos tres lados, o lleuando otra orden en estas multiplicaciones. Y por tanto concluimos, que tomando la mitad delos tres lados del triangulo, y notando las differencias de que excede a los lados, y multiplicando estas quatro quãtidades vna por otra, y el producto por otra, y este segundo producto por la postrera, la raiz quadrada de lo que finalmente por las tales multiplicaciones se hiziere, sera la area del triangulo, como la Regla dezia. Y podremos en estas multiplicaciones lleuar la orden que nos pluguiere. Y porq̃ son quatro quantidades podremos multiplicar las dos dellas vna por otra, y multiplicaremos tambien las otras dos, vna por otra, y despues multiplicar vn producto por el otro, y haran lo mismo.

Y sa-

Y ſabe que ſi de tres quantidades qualeſquier dos dellas juntas fueren mayores que la tercera, la mitad dela sũma de todas tres ſera mayor que cadavna delas 3 quantidades, y las 3 differencias dela mitad ſobre las 3 quantidades hará vna sũma ygual a la mitad delas miſmas 3 quátidades. Y es eſto verdad, no tan ſolamente en los lados del triangulos, como ya fue demonſtrado, mas en todas las quantidades vniuerſalmente.

La primera parte demonſtraremos aſſi: Vna delas quantidades ſea la linea a b. la otra ſea c d. y la tercera ſea e f. y qualeſquier dos deſtas tres ſeã juntas mayores que la q̃ reſta delas tres, y ſea g h, la mitad de todas tres. Digo, que mayor ſe-




ra g h, que a b. y q̃ c d. y que e f. cadavna deſtas tres por ſi. Porque ſi nos dixeren que alguna dellas es ygual a g h. prouaremos ſer impoſſible. Porque ſea eſa tal la linea e f. y ſera luego e f. la mitad de todas tres, y las otras a b. c d. juntas ſerã la otra mitad. Luego eſas dos a b. c d. jũtas no ſon mayores q̃ la tercera, la qual es e f, y eſto es cõtrario de lo q̃ poſimos. Y el miſmo impoſſible ſe ſigue ſi nos dixeren que e f. es mayor que g h. Porque ſi es mayor, ſera luego mas q̃ la mitad delas tres, y las dos que quedan a b. y c d, ſerã menos que la otra mitad delas tres, y no ſeran luego a b. y c d. juntas mayores que e f. y eſto es contrario de lo que auiamos pueſto, ver-

dade-

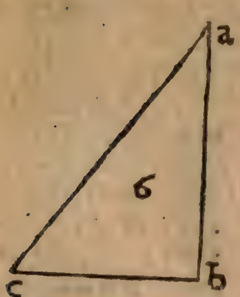
dadera es por tanto la primera parte. La otra parte demonſtraremos aſſi: Demonſtrado auemos que g h, es mayor que cada vna delas tres, ſuplanſe los defectos, los quales ſean b i. d l. f m. luego cadavna deſtas tres a i. c l. e m. ſera ygual a g h. y todas tres juntas ſeran el triplo de g h. y por que a b. c d. e f. todas tres juntas ſon el duplo de g h. porque es g h, ygual a la mitad dellas, ſacando por tanto el duplo del triplo, reſtara el ſimplo, el qual es b i. d l. f m. y ſon las tres differencias juntas. Yguales ſeran luego las tres differencias juntas a la linea g h. laqual es la mitad de las tres quantidades que fueron propueſtas. Verdadera es luego la ſegunda parte de la concluſion, que ſi de tres quantidades qualeſquier dos dellas fueren mayores q̃ la tercera, la mitad de todas tres ſera ygual a las tres differencias dela mitad ſobre ellas.

Y en la miſma figura ſe podra demonſtrar, que ſi b i. d l. f m. todas tres juntas fueren yguales a g h. y cadavna deſtas a i. c l. e m. fuere ygual a g h. Digo que delas otras tres a b. c d. e f. qualeſquier dos juntas ſeran mayores que la tercera. Porque ſi dixeren que a b. es ygual a las dos juntas c d. e f. pues a b. c d. e f. juntas ſon el duplo de g h ſera luego a b. la mitad, y ſera por tanto ygual a g h. y por lo conſiguiente, ſera ygual a la quantidad a i. la parte al todo, que es impoſſible. Y ſi dixeren que a b. es mayor que las dos, ſigueſe que es mayor q̃ a i. q̃ es otro impoſſible.

38. Si la area del triangulo fuere conoſcida, y la ſũma de los tres lados fuere conoſcida, cada vno de los lados ſera por ſi conoſcido, Exemplo

plo: Sea el triangulo a b c. de lados ignotos, pero la sũma dellos, sea nota, laqual pongamos ser 12, y la area sea 6. y queremos por estas cosas q̃ nos dan sabidas conoscer quãto sea cadavno de los lados. Y esto podremos alcançar por la doctrina del caso 37. Porque pues que la area es 6, sera el su quadrado 36. y estos 36 siendo partidos por la mitad delos lados, la qual es 6. vernan otros 6. y estos 6 seran lo que se haze multiplicando las tres differencias de los lados a el numero 6. que es la mitad dela sũma dellos. Y porque las tres differencias juntas hazen tanto como la mitad de los lados, sera luego necessario partir estos 6. que son las tres differencias en tales tres partes, que siendo vna dellas multiplicada por otra, y el producto por la postrera, hagan 6. porque esas tres partes, seran las tres differencias. Y eneste caso para mas facilidad pornemos la vnidad ser vna parte, por la qual lo q̃ se multiplica ny creçe, ny mengua, y seran luego las otras dos juntas el numero 5. Partiremos pues 5 en tales dos partes q̃ multiplicando vna por otra hagã 6. y esto se hara por su Regla que esta enelCap. delos medios proporcionales, y sera la vna 2. y la otra 3. y assi es que 2 por 3. hazen 6, y estos 6 por la postrera parte, la qual es vno, haran los mismos 6. Multiplicando pues estos ꝓductos por la mitad delos lados q̃ enestecaso, tãbien es 6, haremos 36. y tanto sera el quadrado dela area, luego la area sera 6. Y para sabermos quãto sea cadavno delos lados, porq̃ esto es lo que queremos conoscer, sacaremos de 6, q̃ es la mitad delos lados, esas differencias 1. 2. 3.

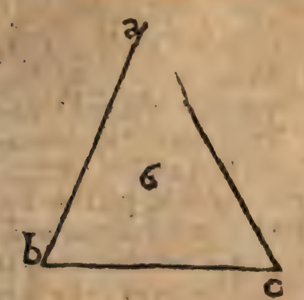
Y




y quedaran 5, y 4, y 3. por la quantidad de los lados, y manifiesto es, q̃ 5 y 4 y 3, hazen 12. Y sera por esta cuenta el dicho triãgulo rectãgulo, por quãto el quadrado del mayor lado es ygual al quadrado de 3. y al quadrado de 4. ambos juntos.

Y porque el numero 6, puede ser partido variamente en tres partes, las quales siendo multiplicadas vna por otra, y el producto por la otra, hagan 6. no es luego proprio a este solo triangulo rectãgulo tener 6 de area, y 12 de ambito, porque esto se puede hallar en otros triangulos, de otras especies. Exemplo: Assi como pusimos la vnidad por vna parte de 6, y las otras fueron halladas 2 y 3. y fuerõ los lados constituidos 5 y 4 y 3. Pornemos agora $1\frac{1}{2}$, por vna parte de 6. y porque la primera parte siendo multiplicada por la segunda, y el producto por la tercera, que ponemos ser $1\frac{1}{2}$, hazẽ 6. partiremos por tanto este vltimo producto 6, por $1\frac{1}{2}$, y vernan 4. y tanto sera el producto de la primera parte por la segũda, partiremos luego los $4\frac{1}{2}$, que restan de 6, en tales dos partes, que multiplicada vna por otra, hagan 6. y obrando por su Regla, hallaremos que vna dellas es $2\frac{1}{4}$. m̃. R. $1\frac{1}{16}$. y la otra es $2\frac{1}{4}$. p̃ R. $1\frac{1}{16}$. y la tercera pusimos ser $1\frac{1}{2}$. Multiplicando pues $2\frac{1}{4}$. m̃. R. $1\frac{1}{16}$. por $2\frac{1}{4}$. p̃. R. $1\frac{1}{16}$. haremos 4. y estos 4 por $1\frac{1}{2}$, haran 6, y estos 6. multiplicados por la mitad

delos lados, que encſte caſo es tambien 6. haran 36. cuya raiz quadrada, la qual es 6. ſera la area. Los lados conoſceremos ſacando de 6 las tres differencias. Sacando pues $1\frac{1}{2}$ de 6, reſtaran $4\frac{1}{2}$, por la quãtidad de vn lado. y ſacando de 6, la otra differẽcia la qual es $2\frac{1}{4}$. m̃. R. $1\frac{1}{18}$. reſtaran $3\frac{1}{4}$. p̃ R. $1\frac{1}{18}$. y ſacando la tercera differencia la qual es $2\frac{1}{4}$. p̃ R. $1\frac{1}{18}$, del numero 6. reſtaran $3\frac{3}{4}$. m̃. R. $1\frac{1}{18}$. y tanto ſera el tercero




lado, y todos tres lados ſon 12. y es eſte triangulo oxygonio iſoperimetro, y de ygual capacidad con el rectangulo. Y que las tres quantidades q̃ auemos ſeñalado por lados deſte triangulo oxygonio puedan cõſtituir triangulo, conſtara por el poſtrero notado del caſo 37. porq̃ por el ſe demonſtrara vniuerſalmente q̃ obrando por la manera ſobredicha, qualeſquier dos quãtidades deſtas ſiendo juntas, feran mayores que la tercera.

*Y* porque algunas vezes el falſigrapho nos propone por poſſibles caſos q̃ ſon impoſſibles, eſtãdo bien doctrinados enel modo de reſoluer eſte caſo 38. luego podremos ſer deſengañados. Exemplo: Si nos propuſieren eſte caſo, que vn triangulo tiene 30 de area, y que la sũma delos lados es 18. preguntandonos quanto ſea cada vno de los lados. Reſolueremos eſte caſo por eſta arte, pues la area es 30, ſera luego el ſu quadra-

drado 900. Estos 900 siendo partidos por la mitad delos lados, la qual es nueue, vernan 100. y si el caso es possible, necessario es que conforme a la doctrina del caso 37 y 38. multiplicando las tres differencias de la mitad de los lados a los mismos lados. s. la primera differencia por la segunda, y el producto por la tercera, hagan 100. porque este segundo producto siendo multiplicado por 9, que es la mitad delos lados a de hazer el quadrado dela area, la qual area posieron ser 30, y su quadrado 900. Pero impossible es q̃ las tres differencias multiplicadas por el sobre dicho modo, hagan 100. porque no pueden hazer numero tan grande. Y por tanto impossible es que en algun triangulo el ambito sea 18, y la area sea 30. Que las tres differencias siendo assi multiplicadas, no puedan hazer 100. y q̃ es mucho lo que falta, es esta la razon. Que segun auemos demonstrado las tres differencias delos lados a la mitad de los lados, siendo todas ellas juntas, hazen vna sũma ygual a la mitad de los tres lados, y pues el ambito todo es 18. la mitad de los lados, sera 9. y las tres differencias dela mitad delos lados, en las quales excede a los lados, tambien sera 9. Y assi como quando partimos qualquier numero en dos partes yguales q̃ son las mitades, y lo partimos en partes desiguales, mas es lo que se haze multiplicando las partes yguales, el qual producto es el quadrado dela mitad dese numero, que lo que se haze por la multiplicaciõ delas partes desiguales, el qual producto es vn rectangulo, assi tambien quando partimos vn numero en tres partes yguales,

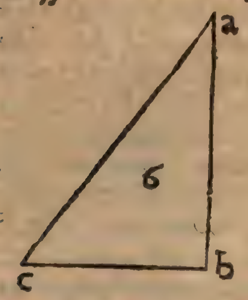
y en tres desiguales, mas es lo q̃ se haze multiplicádo las partes yguales, primera por segũda, y el ꝑducto por la tercera, haziẽdo por estas dos multiplicaciones el cubo dela primera parte, q̃ lo q̃ se haze, multiplicando las tres partes desiguales, primera por segunda, y el producto por la tercera; que es vn cuerpo rectangulo. Y porq̃ partiendo los 9 en tres partes yguales, y haziendo las tales multiplicaciones, no hazemos mas que 27, que es el cubo de 3, y siendo las partes de 9 desiguales, no podran hazer 27. mucho es luego lo que falta para 100. y por esta razon era el caso impossible. Pero si nos dixessen q̃ la sũma delos tres lados es 18, y que la area es 6, responderiamos que el caso es possible. Porque el quadrado de 6, es 36. estos 36 partidos por 9, que es la mitad de los lados, vienen 4. y porque la sũma delas tres differencias, tambien es 9. luego si el caso es possible, necessario es q̃ 9 se pueda partir en tales 3 partes, que multiplicada la primera parte por la segunda, y el producto por la tercera, hagan 4. y es esto muy facil de hazer. Porque podiendo se partir 9 en 3 partes varias, las quales siendo multiplicadas por el modo sobredicho, hagan 4. para mayor facilidad sacaremos la vnidad delos 9. porque esta por multiplicacion no haze crecer ny menguar, y quedaran 8. estos 8 partiremos por su Regla en tales dos partes, que la vna multiplicada por la otra, hagan 4. y sera vna dellas 4. m̃. R. 12. y la otra 4. p̃. R. 12. las quales siendo multiplicadas vna por otra, harã 4, y estos 4 multiplicados por la vnidad, que tomamos por tercera parte, haran los mis-

mismos 4. y estos 4 por 9, hazen 36. cuya raiz q̃ es 6. sera la area, y los lados hallaremos sacãdo de 9 las differẽcias. Porq̃ de 9 sacando 1, quedaran 8, que sera vn lado, y sacando 4. m̃. R. 12. de 9, quedaran 5. p̃. R. 12. que sera otro lado, y sacando 4. p̃. R. 12. de 9. quedaran 5. m̃. R. 12. por el tercero lado, y toda la sũma es 18. assi como se propuso.

Y si nos dixeren, q̃ la area es 12, tambien hallaremos el caso ser possible, porque el quadrado sera 144, los quales partidos por los 9, que son la mitad delos lados, vienen 16. possible es pues partir 9 en tales tres partes, q̃ siendo multiplicadas por el modo sobredicho, hagan 16. y poder sea partir variamente, pero tomaremos estas 4. 4. y 1. para hazermos vn triangulo isosceles, aun que no se pida q̃ lo sea, y estas tres partes quedaran por las tres differencias, y obrando por la doctrina del caso 37. hallaremos la area ser 12, y seran los tres lados 5. y 5. y 8. los quales quedan sacando de los 9 las differencias 4. 4. y 1. Y lo mismo se verifica enel triangulo escaleno, porq̃ tomaremos 2 por vna de las tres differencias, y pues que las tres differencias siendo multiplicadas por el modo sobredicho, han de hazer 16, partiremos estos 16 por 2, y vernan 8. agora partiremos los 7 que quedan, en tales dos partes, q̃ vna multiplicada por otra, hagan 8. y seran $3\frac{1}{2}$ m̃. R. $4\frac{1}{4}$. y $3\frac{1}{2}$. p̃. R. $4\frac{1}{4}$, seran luego estas partes las dos differencias, y el numero 2 sera la tercera differencia. Multiplicando pues $3\frac{1}{2}$. m̃. R. $4\frac{1}{4}$. por $3\frac{1}{2}$. p̃. R. $4\frac{1}{4}$, haremos 8. y estos 8 multiplicados por 2, haran 16. y estos 16 por 9, haran 144. cuya raiz, la qual es 12, sera la area, y seran los la-

dos lo que queda, sacando de 9 las tres partes, .s.sera el vn lado 7, y el otro sera $5\frac{1}{2}$.p̃.R. $4\frac{1}{4}$. y sera el tercero $5\frac{1}{2}$.m̃.R.$4\frac{1}{4}$. y todo el ambito es 18. y porque este tal triangulo escaleno, y el isosceles que tiene por lados 5. y 5. y 8. son isoperimetros y de ygual capacidad, no es luego vniuersalmente el isosceles mas capaz que el escaleno de ygual ambito, aun que en algunos casos es mayor, como si el isosceles tuuiese por lados 7. y 7. y 10. y el escaleno 6. y 8. y 10. sera mas capaz el isosceles, porque tienen la base cõmun. Mas sera menor que el escaleno de 7. y 8. y 9.

39. Si la sũma delos tres lados del triangulo rectangulo fuere conoscida, y la area tambien fuere conoscida, podremos por otra Regla mas facil conoscer cadavno delos lados. Porq̃ multiplicaremos por si misma la sũma delos tres lados, y dela mitad del producto sacaremos el duplo de la area del triangulo, y lo q̃ restare partiremos por la sũma de los lados, porq̃ el quociente sera el lado, q̃ es opposito al angulo recto, el qual lado sacaremos de la sũma de los tres lados, y quedara la sũma de los otros dos lados, y por el modo del caso 19, sera cadavno por si conoscido. Exemplo: Sea la sũma delos tres lados del triangulo rectangulo a b c.12. y la area sea 6. Multiplicaremos los 12 por si, y haremos 144. y dela mitad, la qual es 72, sacaremos



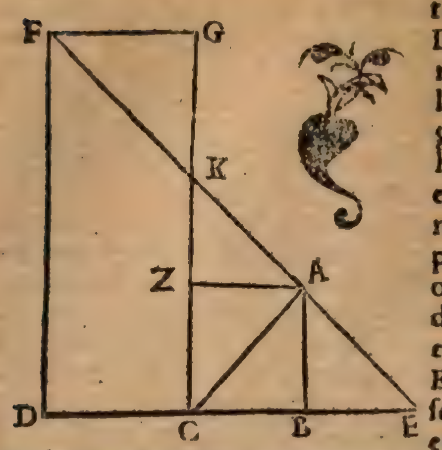

12. que

12. que son el duplo dela area, y quedaran 60, los quales partiremos por la sũma de los lados la qual es 12, y sera el quociente 5. y tanto sera el lado a c. el qual esta opposito al angulo recto. Y serã luego los otros dos lados 7, que quedan de 12. y obrando como enel caso 19. hallaremos que el vno es 4. y el otro es 3.

*Demonstracion desta Regla.*

LA demonstracion desta Regla sera muy facil, hecha la construcion como se deue hazer. Porque sea A B C. el triangulo rectangulo cuya area es conoscida, y la sũma de sus tres lados conoscida, y estendiendo el lado B C. por entrambas las partes, pornemos C D, ygual al lado A C. y B E, ygual al lado A B. De suerte, q̃ la linea E D, sera ygual alos tres lados del trian gulo A B C. y lleuaremos linea recta de E, para A. y porque pusimos B E. ygual a A B. sera por esta causa isosceles el triangulo rectangulo A B E. y sera luego la mitad de vn recto el angulo A E B. y estenderemos la linea E A, para la parte del punto A. y lleuaremos desde el punto D, linea recta q̃ haga angulo recto con la linea E D. en ese punto D. el encuentro destas dos lineas se llame F. y sera por tanto isosceles el triangulo rectangulo D F E. y lleuaremos del punto C. linea recta, que haga en ese punto C. angulos rectos con la linea D E. y lleuaremos del punto F. linea equidistante a la linea D E. y el encuentro destas dos lineas se llame G. y el encuentro de C G. con E F. se llame K. y del punto A lleuaremos linea equidistante a la linea E D. cuyo encuentro con C G. se llame Z. Y porque el

k y trian-




triangulo D F E. es rectangulo, y el angulo q̃ se haze en E es medio recto, sera por tanto otro medio recto el angulo E F D. y seran por esta causa yguales los dos lados D F, y D E. y el mismo triangulo D F E. sera la mitad del quadrado q̃ se hiziere sobre la linea D E. y por la misma razon el triangulo A B E. sera la mitad del quadrado de A B. y porq̃ enel parallelogrãmo B Z. el angulo B A Z, es recto, y el angulo B A E, es la mitad de vn recto: sera luego el angulo Z A K, otra mitad de angulo recto. Y por esta causa isosceles el triangulo rectangulo A Z K. y sera la mitad del quadrado de A Z. o B C. y porque el angulo A K Z. es medio recto, tambien sera medio recto el contrapuesto F K G. y porque el angulo en G. es recto, sera luego medio recto el angulo G F K. del triangulo rectangulo F G K. el qual triangulo sera por esa causa isosceles, y sera la mitad del quadrado de la linea F G. y porque F G. y D C. son yguales enel parallelogramo D G. y la linea D C. fue puesta ygual a la

linea

linea A C.yguales seran por tanto las dos lineas F G. y A C. y porque el triangulo F G K. es la mitad del quadrado de F G. tambien sera la mitad del quadrado de A C. y porq̃ la mitad del quadrado de A C. es ygual a la mitad del quadrado de A B. la qual es el triangulo A B E. y a la mitad del quadrado de B C.o A Z. la qual es el triangulo A K Z. entrambos los triangulos juntos,por la proposicion 47.del primero libro de Euclides y cõmun sentencia, ygual sera luego el triangulo F G K.a los dos triangulos juntos A K Z. y A B E. y desto quedara manifiesta la linea A C.Porque el quadrado dela linea D E es conoscido, porque la linea D E. sũma de los tres lados es conoscida,y sera luego conoscido el triangulo D E F. porq̃ es la mitad dese quadrado,sacaremos pues deste triangulo el rectangulo B Z.el qual es noto,porque es duplo dela area del triangulo A B C. la qual pusimos nota, y lo que resta sera noto,y es lo que resta el quadrilatero D C K F.con los dos triangulos A B E y A K Z.y porq̃ estos dos triangulos son yguales al solo triangulo F G K. como ya fue demõstrado, noto sera por tanto el dicho quadrilatero juntamente con el triangulo F G K. Y porq̃ deste quadrilatero y triangulo consta el rectangulo D C G F. noto sera por tanto este rectangulo. De suerte q̃ sacando dela mitad del quadrado dela linea D E.sũma delos 3 lados,la qual mitad es el triangulo D E F. el duplo dela area del triangulo A B C.lo que resta es el rectangulo D C G F. el qual queda noto. Y porque el su lado D F. es noto, por ser ygual a la sũma delos

tres

tres lados del triangulo A B C. el otro ſu lado ſera noto,particndo el dicho rectangulo por la sũma delos dichos tres lados. Partiremos pues la quantidad del rectangulo, por la quantidad del lado D F.y el quociente ſera la quãtidad del lado D C.el qual poſimos ygual al lado A C.del triangulo A B C. Sacando por tanto la quantidad de A C. dela sũma delos tres lados,quedara nota la sũma de los dos lados A B. y B C. y cadavno dellos ſera conoſcido obrando enel rectangulo B Z.conforme al caſo 19. porq̃ el rectangulo B Z,es duplo del triangulo A B C.cuya area es nota.

Pero mas facilmente obraremos por la coſa, demonſtrando primeramente, que ſi multiplicaremos la sũma de los tres lados de qualquier triangulo por el diametro del circulo que en el ſe deſcriue,haremos vna area quadrupla del miſmo triangulo. Y es eſto muy claro,porque enel caſo.37.auemos demonſtrado,que multiplicando la mitad delos tres lados por el ſemidiametro,hazemos la area del triangulo: luego ſi multiplicaremos la sũma delos tres lados por el ſemidiametro,haremos el duplo dela area del triangulo, y multiplicando la sũma delos tres lados por todo el diametro, haremos el quadruplo dela area del triangulo. Item, demonſtraremos en la figura del caſo 37, que ſi el angulo b a c,fuere recto,el exceſſo delos dos lados a b. y a c.en que ambos juntos exceden al lado b c.ſera ygual al diametro del circulo.Porque enel caſo 37, demonſtramos que b e, es ygual a b g. y c f,es ygual a c g. por lo qual las dos lineas a e,

y a f.

y a f. seran el excesso de los dos lados a b, y a c. sobre b c. Y ally mismo demonstramos, que las lineas a e, y a f. son yguales, las quales agora demonstraremos que son yguales al diametro del circulo, si el angulo b a c, fuere recto. Porque los dos angulos en e, y en f. del quadrilatero a e d f, son rectos, y el angulo e a f, ponemos recto: luego el quarto angulo e d f, sera recto, porque todos 4, son yguales a 4 rectos, y será por esta causa los lados oppositos equidistantes, y todos 4. yguales entre si, y seran los dos semidiametros yguales a las lineas a e, y a f. las quales son el excesso delos dos lados a b, y à c. sobre b c. Sea pues el triangulo a b c, rectangulo, en el qual el angulo b a c, sea recto, y la sũma delos lados sea 12. y la area sea 6. y queremos conoscer cadavno de los lados por si. Pornemos el diametro del circulo ser 1 co. y multiplicando 1 co. por 12. que es la sũma delos lados, haremos 12 co. y esto sera quadruplo dela area del triãgulo, y sera luego la area del triangulo 3 co. y porque pusimos la area ser 6. yguales seran luego 3 co. al numero 6. Partiremos 6, por 3. y vernan 2, por valor dela cosa. Y porque las dos lineas a e, y a f. son yguales al diametro: sera luego 2, el valor delas dos lineas a e, y a f. y porque a b, y a c. exceden ala linea b c, en a e, y a f. sacando las por tanto de a b, y a c. las que quedan que son b e, y c f. seran yguales ala linea b c. Y porque a e, y a f. valen 2. siguese por tanto que b e, y c f. valdran 5. y que b c, sera otros 5. y seran luego a b, y b c. 7. porque todos los tres lados son 12. Siendo pues conoscida la area del triangulo, rectãgulo a b c. y la sũma de

los

los dos lados a b, y a c, conoſcida, cadavno por ſi ſera conoſcido, como enel caſo 19. Deſta doctrina ſe ſigue, q̃ ſi el angulo b a c. fuere agudo, ſera el dicho exceſſo mayor que el diametro del circulo, y ſi fuere obtuſo, ſera menor. Porque ſi el angulo b a c, es agudo, menor ſera luego q̃ medio recto el angulo e a d. y ſera luego mayor que la mitad de vn recto el angulo a d e. y porque a mayor angulo eſta oppoſito mayor lado, mayor ſera luego a e. que d e. y mayores ſeran a e. y a f. que ſon el exceſſo, q̃ los dos ſemidiametros d e, y d f. Pero ſi el angulo b a c, fuere obtuſo, mayor ſera el angulo e a d, que medio recto: y ſera por tanto menor q̃ medio recto el angulo a d e. y ſera luego a e. menor que d e. y ſeran menores que dos ſemidiametros, las dos lineas a e, y a f. juntas, las quales ſon el exceſſo de a b. y a c. ſobre el lado b c. Y dela demonſtracion dela Regla por la qual obramos ſin Algebra ſe colige, que ſi el duplo dela area del triangulo rectangulo q̃ nos proponen, no ſe pudiere ſacar de la mitad del quadrado dela ſũma delos lados, el caſo es impoſſible. Y aun que ſe pueda ſacar, no por eſo affirmaremos que el caſo es poſſible, haſta que la obra ſea hecha conforme al caſo 19. poniendo la ſũma delos dos lados del triangulo rectangulo, por la ſũma delos dos lados que comprehenden el angulo recto del quadrangulo, y poniendo el duplo dela area del triangulo, por la area del quadrangulo. Porque enel caſo 19. obramos por la tercera delas compueſtas, y en ella ſe deſcubre el impoſſible, quando el numero no ſe pudiere ſacar del quadrado dela mitad de las coſas

ſas

ſas, pueſto que ſe pudieſe ſacar de la mitad del quadrado dela sũma delos tres lados del triangulo. Exemplo: Si nos propuſieſen vn triangulo rectangulo que tiene de area 5. y nos dizen, que la suma delos lados es 10. preguntandonos quanto ſea cadavno delos lados por ſi. Y eſto parecera poſſible antes de ſe hazer la cuenta, por que aſſi como ay triangulo rectangulo que tiene 6. de area, y 12. de lados, pareçe que no ſera impoſſible auer lo de 5. de area, y 10. de lados. Pero la cuenta obrando por Algebra deſcubre ſer impoſſible, el qual impoſſible la Regla q̃ auemos demonſtrado no puede manifeſtar. Porq̃ la dicha Regla preſupone la poſſibilidad del tal triangulo, y ſi lo ay, podra deſcubrir quanta ſea la linea q̃ ſe oppone al angulo recto del tal triangulo, y no puede mas hazer, y en eſto ſe ve la excellencia delas Reglas de Algebra. Siguamos pues el exemplo diziendo aſſi: La sũma de los lados 10. multiplicada por ſi, haze 100. de la mitad que es 50. ſacaremos el duplo dela area el qual es 10. y quedaran 40. Eſtos 40. partiremos por la sũma de los lados, y vernan 4. y tanto terna el lado oppoſito al angulo recto del tal triangulo, ſi es poſſible auerlo. Sacaremos por tanto eſtos 4. dela sũma delos lados, y reſtaran 6. por la quantidad de los dos lados que comprehenden al angulo recto. Y agora para deſcubrir quanto ſea cada vno deſtos dos lados por ſi, obraremos conforme al caſo 19. diziendo aſſi: Es vn quadrangulo enel qual todos los angulos ſon rectos, y tiene de area 10. y los dos lados que hazen el angulo recto, ſon 6. y queremos ſaber

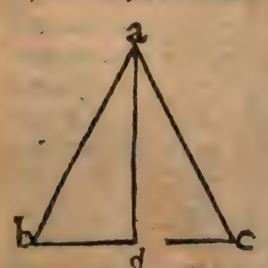
ber, quanto ſea cadavno deſtos dos lados por ſi. Y eſta es la poſicion, porque pues el triangulo vale 5. y es la mitad, es neceſſario q̃ el quadrangulo tenga 10 de area. Pornemos el vno de los dos lados ſer 1 co. ſera luego el otro 6. m̃. 1 co. y por que multiplicando los dos lados, vno por otro, hazemos la area del tal quadrangulo, multiplicaremos por tanto 1 co. por 6. m̃. 1 co. y haremos 6 co. m̃. 1 ce. que ſeran yguales a 10. porq̃ tanta puſimos ſer la area. Ygualando, hallaremos que 6 co. ſon yguales a 1 ce. p̃. 10. que es la tercera delas compueſtas. Y la obra ſera eſta: La mitad del numero delas coſas es 3. que multiplicados por ſi, hazen 9. y porque agora auiamos de ſacar deſtos 9. el numero que eſta en compañia del cenſo, y no puede ſer. porque 10, no ſe pueden ſacar de 9. ſigueſe que el caſo era impoſſible. Porque como auemos dicho, ſi el caſo es poſſible, es neceſſario, que el numero que eſta en compañia del cenſo, no ſea mayor que el quadrado dela mitad del numero de las coſas. Por lo qual concluimos ſer impoſſible auer triangulo rectangulo q̃ tenga 10 de lados, y 5 de area, pueſto que la Regla lo admitieſe para inquirir la quantidad del lado oppoſito al angulo recto.

Y deuemos de notar, que en los queſitos que nos proponen para reſoluer, quãto lo que ſe da es mas ſimple, tanto mas facilmente podemos hallar lo q̃ buſcamos. Como ſi nos dixeſſen aſſi: Tenemos vn triangulo, cuyo ambito o sũma delos. 3. lados es 12. y queremos ſaber, quãto ſea cadavno delos lados, es eſto muy facil de hallar. Porque no ay mas para hazer, que partir los

12.

12. en tales 3. partes, que qualesquier dos dellas juntas, sean mas que la tercera, porque no se puede constituir triangulo de otra manera, porq̃ demonstrado es por Euclides, que en el triangulo qualesquier dos lados juntos, son mayores q̃ el tercero. y es esto muy facil de hallar. Pero quando nos proponen notos los. 3. lados del triangulo, y queremos saber, quanta sea la su area, ya esto es mas difficil. Y si nos propusiesen, que la area, q̃ põgamos por exemplo, es 8. y que digamos quanto sera cadavno delos lados, tãbien esto es facil. Pero si nos proponen vn triangulo, cuya area es nota, y la sũma delos lados nota, para inquirir quanto sea cadavno dellos lados, ya esto es mas difficil. Y si nos proponen la area nota, y la sũma dellos lados nota, como enel caso 38. Pero añaden, que el triangulo es rectangulo, como en este caso. 39. esto ya es mas difficil. De suerte, que quanto el caso es mas simple, tanto es mas facil.

40. Si la area del triangulo equilatero fuere conoscida, sera el lado conoscido, y la perpendicular tambien sera conoscida. La area del triangulo equilatero a b c. sea 60. y para conoscermos el lado y la perpendicular, pornemos la mitad del lado la qual es b d, ser 1 co. y sera luego el lado a b. 2 co. y el quadrado de b d. sera 1 ce. y el quadrado de a b. sera 4 ce. y por q̃ el quadrado de a b, vale tanto como los qua-

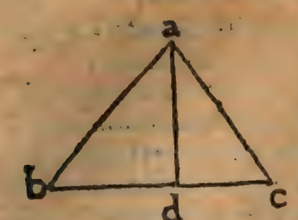


drados de b d. y dela perpendicular a d. juntos en vna sũma, sacaremos por tanto el vn censo delos 4 censos, y quedaran 3 censos por el quadrado de la perpendicular a d. y sera la misma perpendicular raiz de 3 censos, que tanto vale como dezir, q̃ es cosas raiz de 3. como auemos demonstrado enel capitulo dela ygualacion. Y porque la linea b d, es vna cosa, y la area del triangulo a b c, es lo que se haze multiplicãdo a d, por b d. Multiplicaremos por tanto 1 co. por cosas raiz de 3. y haremos cẽsos raiz de 3. y esto sera el valor dela area. Y porque pusimos la area ser 60. yguales seran luego 60. a censos raiz de 3. que es simple conjugacion. Partiremos 60. por R.3. y verna en la particion R.1200. y esto sera el valor del censo: y sera luego la cosa RR.1200. y el duplo desto, el qual es RR.19200. sera lo q̃ vale el lado entero del triangulo. Y porque hallamos conforme ala posicion que la perpendicular era cosas R.3. multiplicaremos el valor dela cosa, el qual es R R.1200. por R.3. y haran R R.10800. y este sera el valor dela perpendicular. La prueua sera, que multiplicando R R.10800. que vale a d. por R R.1200. q̃ vale b d. haremos R R.12960000. y este sera el valor dela area. Y es assi, porque 60, es R R.12960000. Otro exẽplo: Sea la area R.243. y queremos saber, el lado del tal triangulo equilatero y la perpendicular, y obrando por el mismo modo, seran censos raiz de tres yguales a R.243. Partiremos raiz de 243 por raiz de tres, y verna en la particiõ R.81. y tanto valdra el censo. y sera luego el censo 9. y la cosa 3. y sera por tanto b d 3. y el lado 6. y a d sera R.27. y la prueua

ua assi lo dize: porque multiplicando R.27.por 3.haremos R.243.que pusimos ser la area.

41. Si enel triangulo equilatero la perpendicular fuere conoscida,la area sera conoscida,y el lado conoscido. Sea enel mismo triãgulo equilatero la perpendicular 6.y para conoscermos el lado,y la area,pornemos como de antes b d.ser 1 co. y sera por tanto a d. R.3 ce. como enel caso passado. Y porque pusimos que la misma a d.es 6.Partiremos estos 6,por R.3. y verna R.12. por valor dela cosa,porque es conjugaciõ simple de 6.yguales a cosas R.3. y sera por tanto el lado el duplo.s. R.48.y la area sera lo que se hiziere multiplicando R.12.por 6. que hazen R.432.

42. Si enel triangulo la proporcion delos lados fuere sabida,y la perpendicular fuere conoscida, cadavno delos lados sera conoscido. Exemplo: Enel triangulo a b c.la perpẽdicular a d. sea 4 $\frac{4}{5}$.y los 3 lados sean ignotos:pero la proporciõ q̃ entreellos ay sea nota,de a b,para a c.como de 21,para 45. y de a c para b c.como de 45,para 60. Para saber quãto es cadavno delos lados,pornemos q̃ a b,es 21 co.y a c.45 co.y b c,60 co. Y inquiriremos quanta sea la perpẽdicular en estas quantidades que son cosas, por la doctrina del caso 33. y hallaremos que es 12 co.y $\frac{3}{5}$ de vna cosa,y obraremos por la Regla de tres,assi:Si siendo la perpendicular 12$\frac{3}{5}$,es el lado a b,21. siendo la misma perpendicular 4$\frac{4}{5}$.quanto sera a b.y es escusado declarar cosas , porque basta dezir el numero dellas,porque todo es vna cuenta,y viene lo mismo,multiplicaremos y partiremos,y vernan 7.por el lado a b.y sera a c,15.y b c,20.




43. Si la area del triangulo fuere ſabida, y la proporcion que los lados entre ſi tienen, fuere ſabida, ſaber ſea la verdadera quantidad de los lados. En el miſmo triangulo a b c, ſea como en la paſada de a b, para a c. como de 21, para 45. y de a c, para b c, como de 45, para 60. y la area ſea 42. Y queremos ſaber la verdadera quantidad de los lados. Primeramente en eſta proporcion de los lados buſcaremos la quantidad dela perpendicular a d. la qual hallaremos ſer 12 $\frac{3}{5}$. Pornemos luego cadavna vnidad ſer 1 co. y ſera por tanto la perpendicular 12 co. $\frac{3}{5}$. y la mitad de la linea b c. ſera 30 co. y multiplicando 12 co. $\frac{3}{5}$, por 30 co. haremos 378 ce. los quales ſeran yguales a 42, que es conjugacion ſimple. Partiremos pues 42, por 378. y vernan $\frac{42}{378}$, por valor del cenſo, y ſera luego la coſa R. $\frac{42}{378}$. La qual multiplicada por 21. hara R. 49. la qual es 7. y tanto ſera el lado a b. y por eſta arte hallaremos los otros lados. Mas baſta vn ſolo lado ſer conoſcido, y la proporcion que tiene alos otros lados ſer conoſcida, para los podermos conoſcer por la Regla de tres.

44. Si la proporcion de dos lados deſiguales del triangulo fuere conoſcida, y las partes dela baſe adonde cae la perpendicular fueren conoſcidas, ſeran los dos lados conoſcidos, y ſera la perpendicular conoſcida y la area. Tenga el triangulo a b c, dos lados deſiguales, los quales ſeã

a b.

a b.y a c. y sea la proporcion dellos conoſcida, y las partes dela baſe b d.y d c.las quales la perpendicular aparta,ſean conoſcidas. Digo, q̄ los lados,y la perpendicular ſeran conoſcidos,y tã-bien la area. Porque pongamos que b c, ſea 15. conuiene aſaber b d,8 $\frac{2}{5}$.y d c,6 $\frac{3}{5}$.y la proporcion de a b, para a c.ſea como de 28, para 26. Pornemos por tanto a b.ſer 28 co.y ſera luego a c, 26. co.y ſera el quadrado de a b,784 ce.y el quadrado de a c, 676 ce. Sacaremos del quadrado de a b.el quadrado de b d.el qual es 70 $\frac{14}{25}$,y quedara el quadrado de a d.784 ce.m̃.70 $\frac{14}{25}$. Item, ſacaremos del quadrado de a c. el quadrado de d c. y quedaran 676 ce.m̃.43 $\frac{14}{25}$. y eſto ſera otra vez el quadrado dela perpendicular a d. Siendo pues yguales 784 ce.m̃.70.$\frac{14}{25}$.y 676 ce.m̃.43 $\frac{14}{25}$.ygualaremos, y quedaran por fin dela ygualacion 108 ce. yguales al numero 27. Partiremos por tanto 27.por los 108.y vernan $\frac{27}{108}$, que es $\frac{1}{4}$. y eſte ſera el valor del cenſo, cuya raiz,la qual es $\frac{1}{2}$, ſera el valor dela coſa. Y porque puſimos el lado a b, ſer 28 co.y a c,26 co.ſera luego a b,14.y a c,13.la perpendicular ſera conoſcida, ſacando del quadrado de 14,el quadrado de 8 $\frac{2}{5}$.porque lo q̄ quedare,ſera el quadrado dela perpendicular.

45. Si la sũma delos dos lados del triangulo fuere conoſcida, y las partes dela baſe, que por la perpendicular ſe apartan, fueren conoſcidas, cadavno de los lados ſera por ſi conoſcido, y la area,y la perpendicular. Sea enel miſmo triangulo a b c.la sũma delos dos lados a b, y a c. 27. y ſea b d. 8 $\frac{2}{5}$.y d c,6 $\frac{3}{5}$. para que conoſcamos cada vno delos lados por ſi,pornemos el lado a b,ſer

1 co. y sera por tanto a c. 27. m̃. 1 co. sacaremos de 1 ce. quadrado de a b. 70 $\frac{14}{25}$, quadrado de b d. y quedara 1 ce. m̃. 70 $\frac{14}{25}$. y esto sera el quadrado de la perpendicular a d. Item, sacaremos 43 $\frac{14}{25}$, quadrado de d c, del quadrado de a c. el qual es 729. p̃. 1 ce. m̃. 54 co. y quedaran 685 $\frac{11}{25}$. p̃. 1 ce. m̃. 54 co. y esto sera tambien el quadrado dela perpendicular a d. Yguales seran por tanto 1 ce. m̃ 70 $\frac{14}{25}$. y 685 $\frac{11}{25}$ p̃. 1 ce. m̃. 54 co. Yguales dando a ambas las quantidades 70 $\frac{14}{25}$. y las 54 co. y sacando despues 1 ce, y por fin dela ygualacion, quedarã yguales 54 co. y el numero 756, que es conjugacion simple. Partiremos 756, por 54. y sera el quociente 14. y este sera el valor de vna cosa. y tanto sera el lado a b. y porq̃ la sũma delos dos lados era 27. sera luego el lado a c, 13. la perpendicular, y la area, saberemos por el modo acustumbrado.

Por otro modo podremos sin Algebra conoscer quanto sea cadavno delos lados. De 8 $\frac{2}{5}$, sacando 6 $\frac{3}{5}$. quedaran 1 $\frac{4}{5}$. y esto multiplicado por la base, que es 15. haze 27. estos 27 partiremos por la sũma delos lados, que en este caso tambiẽ es 27. y verna 1. y este 1, sera el excesso del lado mayor sobre el menor. Sacando pues este 1, dela sũma delos lados, la qual es 27, quedaran 26. cuya mitad, que es 13. sera el lado menor, y 13. cõ 1. que son 14. sera el lado mayor. La demonstraciõ desta Regla hallaras en la proposicion. 14. del segundo libro delos triangulos de Iuan de Monteregio, entiẽde la bien. Mas la causa porq̃ obro por Algebra quasi siempre, es que este tratado es hecho para que enel se practiquen las Reglas
de

de Algebra en los casos de Geometria. Y tambien porque quien obra por Algebra va entendiendo la razon dela obra que haze, hasta la ygualacion ser acabada. Y siendo hecha, queda en alguna delas sobredichas cõjugaciones, las quales tienen sus Reglas. De suerte, que quien obra por Algebra, va haziendo discursos demonstratiuos. Pero el que obra por otras Reglas, como es la Regla por la qual resoluemos este caso. 45. sacada del dicho libro de Iuan de Monteregio, no entendiende luego la razon de la obra q̃ va haziẽdo, y para poner la razõ, la qual es differente en differentes casos, seria necessario vsar de muchas y varias proposiciones de Euclides. Y esto se escusa con las reglas de Algebra, porque por ellas demonstramos todos los casos, sin auer necessidad de otras proposiciones de Euclides: porque nos basta para los casos de Geometria, la proposicion 47 del primero de Euclides, que es el inuento Pithagorico, con algunos faciles documentos.

Y si toda via te deleita Regla facil, puesto q̃ vaya desacõpañada de demonstracion, poderla emos sacar dela misma obra, por la qual por Algebra praticamos este caso. cõ el quadrado dela sũma delos dos lados, juntaremos la differencia que ay entre los quadrados de las partes de la base, y la sũma que hizieren, partiremos por el duplo dela sũma delos dos lados, y el quociente sera el lado mayor, y sera luego lo q̃ queda el menor. Exemplo: Los lados son 27. que multiplicados por si, hazen 729. la parte mayor dela base es 8 $\frac{2}{3}$, cuyo quadrado es 70 $\frac{14}{27}$. y la parte

menor es 6 $\frac{3}{5}$. cuyo quadrado es 43 $\frac{14}{25}$. la differẽcia destos dos quadrados es 27. los quales juntando con 729. harcmos 756. los quales partiremos por 54. que es el duplo delos lados, y vernan 14. que sera el lado mayor, y los 13, que quedan, seran el lado menor. Pero obrando por este modo, y encobriendo el artificio, no se engendra sciencia, y por esta causa aplaze mas esta arte de Algebra, la qual puesto que sea practica, van pero en ella las operaciones siguiendo las demõstraciones. De manera, que quien sabe por Algebra, sabe scientificamente. Principalmente que vemos algunas vezes, no poder vn gran Mathematico resoluer vna question por medios Geometricos, y resoluer la por Algebra, siendo la misma Algebra sacada dela Geometria, q̃ es cosa de admiraciõ. Y tal es la siguiente q̃stion, la qual es semejante ala 12, del segũdo libro de los triangulos de Iuan de Monteregio, el qual cõfiessa, q̃ no la pudo resoluer por medios Geometricos, q̃ era su instituto en aquel libro, socorriose por esa causa a esta subtilissima arte de Algebra.

46. Si la perpendicular fuere conoscida, y la la base tambien conoscida, y la proporciõ q̃ entresi tienen los dos lados dese triãgulo fuere sabida, serã los dos lados conoscidos, y las partes dela base adonde cae la perpendicular. Sea enel mismo triangulo a b c. la base b c. 20. y la perpendicular a d, sea 5. y del lado a b, para el lado a c. sea la proporcion que ha del numero 5. para la raiz del mismo 5. o dela raiz de 5, para la vnidad, que es la misma proporcion, porque ya sabeis que toda raiz es media proporcional entre

su

ſu quadrado y la vnidad. Queriendo pues conoſcer los lados y las partes en las quales eſta diuiſa la baſe, pornemos d c parte menor ſer 1 co. y ſera luego b d.20.m̃.1.co. El quadrado de d c. ſera 1 ce.que con 25.quadrado de a d.haran juntos 1 ce.p̃.25.y eſto ſera ygual al quadrado de a c. Y porque b d,es 20.m̃.1.co.ſera el ſu quadrado 400.p̃.1.ce.m̃.40.co. el qual con 25.quadrado de a d. haran juntos 425.p̃.1.ce.m̃.40.co. y eſto ſera ygual al quadrado de a b. Y porque la proporcion de a b,para a c. es como de R.5.para 1. ſera luego la proporciõ delos quadrados como de 5.para 1,o como de 25,para 5. Aſſi que de 425 p̃.1.ce.m̃.40.co.quadrado de a b. para 1.ce.p̃.25. quadrado de a c. ſera como de 5 para 1. Y por que ſiendo quatro quantidades proporcionales,tanto ſe haze multiplicando la primera por la quarta,como la ſegunda por la tercera,tanto ſe hara luego multiplicando la primera,que es 425.p̃.1.ce.m̃.40.co. por la vnidad q̃ es la quarta,como multiplicando la ſegunda que es 1.ce. p̃.25. por 5.que es la tercera. La primera por la quarta,hazen los miſmos 425.p̃.1.ce.m̃.40.co. y la ſegunda por la tercera, hazen 5.ce.p̃.125. que ſeran yguales. Ygualando pues 425.p̃ 1.ce.m̃.40. co.con 5.ce.p̃.125,quedarã a la fin 4.ce.p̃.40.co. yguales a 300. y partiendo todo por el numero delos cenſos,el qual es 4. ternemos finalmente 1 ce.p̃.10.co.yguales a 75.que es la primera delas cõpueſtas,y la obra ſera eſta conforme a la Regla. El numero delas coſas es 10,la mitad es 5.q̃ multiplicada por ſi,haze 25.los quales juntando cõ 75.q̃ es el numero,haremos 100.y dela raiz

de 100, la qual es 10, sacaremos 5 mitad del numero 10 delas cosas, y quedaran 5 por valor dela cosa, que es la linea d c. y sera luego b d. 15. cuyo quadrado sera 225, el qual juntando con el quadrado de a d, q̃ es 25. haran 250, y tanto sera el quadrado de a b. Y porq̃ el quadrado de d c. es 25, y el quadrado de a d tambien es 25. el quadrado de a c. sera 50. sera luego a b. R. 250. y a c. R. 50. que guardan la proporcion de R. 5. para la vnidad, o de 5 para su misma raiz, la qual proporcion es la mitad de vna quintupla, que ha entre los quadrados. Y quien esto aun dubdare obre por Regla de 3. diziendo assi: si siendo a c. 1. es a b. R. 5. siendo pues a c. R. 50. que sera a b? multiplicando R. 50. por R. 5. haremos R. 250. laqual partida por 1. viene la misma. Iuan de Monteregio ygualando, vino a censo y numero yguales a cosas, porq̃ hizo la posicion por otro modo.

47. Si la base del triangulo fuere conoscida, y la perpendicular tambien conoscida, y la sũma de los dos lados conoscida, cadavno porsi sera conoscido. Exemplo, Enel mismo triangulo a b c. la base b c, sea 5. y la perpendicular a d, sea $2\frac{2}{7}$. y los dos lados a b, y a c, juntos, seã 7. y queremos saber quanto es cada vno por si. Iuan de Monteregio halla primero por muchos discursos que haze, la quantidad del angulo b, y del angulo c. por noticia delos quales angulos, y de la base b c. viene en conoscimiento delos lados. Mas no puede esto ser preciso, porque la quantidad de los angulos no se conosce sin la tabla de arcos y cuerdas, las quales como consta por el primero libro del Almagesto, no pueden ser

ex-

exactas, porque las mas delas cuerdas son raizes sordas, y sabidas por otras raizes sordas. Por loqual obrando por aquel modo, no hallaremos la verdadera quantidad de cada vno de los dos lados, puesto que cadavno dellos fuesse numero. Y por tanto mas facilmẽte, y mas ciertamente obraremos por Algebra, diziendo assi: Porque la perpendicular es conoscida, y la base conoscida, multiplicaremos 2 $\frac{2}{5}$. que es la perpendicular, por 2 $\frac{1}{2}$, que es la mitad dela base, y haran 6, y esto sera la area del triangulo, ny ay necessidad de saber para esto, si la perpendicular cae dentro del triangulo, o si cae de dentro. Y porq̃ tambien esta area se sabe, multiplicãdo las differencias dela mitad delos lados sobre los lados. s. vna por otra, y el producto por la otra, y este ꝑducto multiplicado finalmente por la mitad delos lados, y tomando la raiz de lo que se produze, conforme a la doctrina del caso 37. Tomaremos por tanto la mitad de los lados, la qual es 6. y notaremos el excesso, que tiene sobre la base, el qual es 1. porque pusimos la base ser 5. y pornemos el lado a b. ser 1. co. y sera luego el excesso de los 6. sobre 1. co. seis m̃. 1. co. y porq̃ siendo a b. 1. co. sera a c. 7. m̃. 1. co. sacaremos estos 7. m̃. 1. co. de 6. y la differencia sera 1. co. m̃. 1. serã luego las tres differẽcias 1. | 6. m̃. 1. co. | 1. co. m̃. 1. Multiplicaremos pues 1. co. m̃. 1. por 6. m̃. 1. co. y haran. 7. co. m̃. 1. ce. m̃. 6. esto multiplicado por 1. hara lo mismo, y multiplicãdo finalmente 7. co. m̃. 1. ce. m̃. 6. por 6. que es la mitad delos lados, y haran 42. co. m̃. 6. ce. m̃. 36. cuya raiz vniuersal sera la area del triangulo. Y porq̃ la mis-

ma

ma area es 6. multiplicaremos por tanto la raiz vniuersal por si misma, y tambien el numero 6. por si mismo, y haran 42.co.m̃.6.ce.m̃.36. yguales a 36. Y a la fin de la ygualacion quedaran 42.co. yguales a 6 ce.p̃.72. y partiendo estas quantidades por el numero delos cẽsos, el qual es 6. quedaran 7 co. yguales a 1 ce.p̃ 12. Y obrando por la tercera de las compuestas, hallaremos el valor dela cosa ser 3. y sera por esta causa 3. el lado a b. y el lado a c. sera 4. y sabe cierto que por el modo q̃ trae Iuan de Monteregio, no vernan estos numeros precisamente.

48. Si las partes dela base del triangulo diuisas, por la perpendicular fueren conoscidas, y la differencia delos dos lados fuere conoscida, cadavno de los lados sera conoscido. Exemplo: Enel mismo triangulo a b c. la parte mayor de la base diuisa por la perpendicular a d. sea b d. la qual pongamos ser 9. y la parte menor d c. sea 5. y el lado a b, exceda al lado a c, en 2. Podremos por estas cosas q̃ nos dan sabidas conocer, quãto sea cadavno delos lados. Porque pornemos el lado menor el qual es a c. ser 1 co. y sera luego a b. 1 co. p̃. 2. y el quadrado de a c. sera 1 ce. del qual sacaremos 25. quadrado de d c. y quedara 1 ce. m̃. 25. y tanto sera el quadrado dela perpendicular a d. y porque el quadrado de b d. es 81. pornemos en vna sũma estos 81. con 1 ce. m̃. 25. quadrado de a d. y seran juntos 1 ce. p̃. 56. y esto sera ygual al quadrado de a b. y porque a b. es 1 co. p̃. 2. multiplicaremos por si 1 co. p̃. 2. y haran 1 ce. p̃. 4 co. p̃. 4. que tambien seran el quadrado de a b. Yguales seran por tanto 1 ce. p̃. 56. y 1 ce. p̃.

4 co.p̃.4. y acabada la ygualacion quedaran finalmente yguales 4 co.á 52. que es conjugacion simple. Partiremos pues 52. por 4. y vernan 13. por valor dela cosa: sera luego a c. 13. y a b. que lo excede en 2, sera 15.

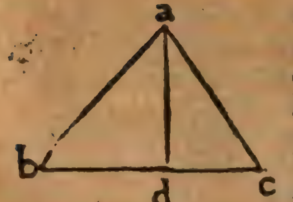
49. Si los dos lados del triangulo fueren conoscidos, y la proporcion que entre si tienen las partes de la base diuisas por la perpendicular, fuere tambien conoscida, sera la base conoscida, y la perpendicular, y la area. Exemplo: En el mismo triangulo a b c. los dos lados a b. y a c. sean conoscidos y desiguales, porque si fueren yguales, tambien las partes dela base seran yguales, y en tal caso no se podra alcançar noticia dela base, porque podra ser mayor, y menor, sin auer variedad en los lados. Sea pues a b, 15. y a c, 13. y la proporcion de b d, para b c. sea como de 36, para 20. Pornemos por tanto d c, ser 20 co. y sera luego b d, 36 co. y sacaremos del quadrado de a c. el qual es 169. el quadrado de d c. el qual es 400 ce. y quedaran 169. m̃. 400. ce. y esto sera el quadrado de la perpendicular a d. con este quadrado juntaremos 1296 ce. que es el quadrado de b d. y seran 169. p̃ 896 ce. que seran yguales al quadrado de a b, el qual es 225. y acabando la ygualacion, ternemos 896 ce. yguales a 56. que es simple conjugacion. Partiremos pues 56, por 896. y vernan $\frac{56}{896}$, que es $\frac{1}{16}$. y este sera el valor del censo, y el valor dela cosa sera su raiz, la qual es $\frac{1}{4}$. y porque pusimos b d, ser 36 co. sera por esta cuenta 9. y d c, sera 20. quartos que valen 5. la area se conoscera sacando de 169, quadrado de a c. 25, quadrado de d c. y quedaran

144. por el quadrado de a d. y sera luego 12. la perpẽdicular a d. y sera la area 84. porq̃ tanto se haze multiplicando 12, por 7. la mitad dela base.

50. Si las partes dela base del triangulo diuisas por la perpendicular fueren conoscidas, y la ꝓporciõ delos lados, los quales presuponemos desiguales, fuere conoscida, cadavno delos lados sera conoscido, y la perpẽdicular conoscida, y la area. Exemplo: Enel mismo triãgulo a b c, sea la perpẽdicular a d. y las partes dela base sean b d, 9. y d c, 5. y la proporciõ de a b, para a c, sea como de 30, para 26. y queremos por estas cosas que son sabidas conoscer los lados, y la perpendicular. Pornemos a b, ser 30 co. y sera luego a c, 26, co. Sacaremos 25, quadrado de d c. del quadrado de a c. el qual es 676 ce. y quedaran 676 ce. m̃. 25. y tanto sera el quadrado de a d, con el qual juntaremos 81, quadrado de b d. y haremos 676 ce. p̃. 56. que sera el valor del quadrado de a b. y porq̃ a b, era 30 co. sera el su quadrado 900 ce. y ternemos luego 900 ce. yguales a 676 ce. p̃. 56. y acabando de ygualar, quedaran 224 ce. yguales a 56, que es simple conjugacion. Partiremos pues 56, por 224. y vernan $\frac{56}{224}$. que son $\frac{1}{4}$. y esto sera el valor del censo. Cuya raiz la qual es $\frac{1}{2}$, sera el valor dela cosa. Y porque pusimos ser a b, 30 co. sera luego 15. y a c, que era 26 co. sera 13. la perpendicular se sabera por el modo acustũbrado.

51. Si la differencia que ay entre las partes de la base diuisa por la perpendicular fuere conoscida, y la differencia delos dos lados fuere tãbien conoscida, y la perpendicular, la base, y sus partes, y los lados seran conoscidos. Exemplo:

En




Enel triangulo a b c, el excesso de b d, sobre d c, sea 4. y el excesso del lado a b, sobre a c, sea 2. y la perpendicular a d, sea 12. Digo, que la base y los lados seran conoscidos por este modo: Pornemos d c, ser 1 co. y sera luego b d, 1 co. p̃. 4. el quadrado de d c, sera 1 censo, y el quadrado de a d, sera 144. y sera luego el quadrado de a c, 1 ce. p̃. 144. y porque b d, es 1 co. p̃. 4. sera luego el su quadrado 1 ce. p̃. 8. co. p̃. 16. y porque el dela perpendicular a d, es 144. sera luego el quadrado de a b, 1 ce. p̃. 8 co. p̃. 160. y sera por tanto el lado a c, raiz vniuersal de 1, ce. p̃. 144. y el lado a b, sera R. V. 1 ce. p̃. 8 co. p̃. 160. Y porq̃ el lado a b, excede al lado a c, en 2. yguales seran por esta causa 2. p̃. R. V. 1 ce. p̃. 144. y R. V. 1 ce. p̃. 8 co. p̃. 160. y los quadrados destas dos quantidades tambien seran yguales, los quales son 1 ce. p̃ 148 p̃. R. V. 16 ce. p̃. 2304. y 1 ce. p̃. 8 co. p̃. 160. Sacaremos de cadavno dellos 1 ce. p̃. 148. y quedara dela vna parte R. V. 16 ce. p̃. 2304. y quedaran dela otra parte 8 co. p̃. 12. que seran yguales. Multiplicaremos cadavna destas quantidades por si misma, y los productos tambien será yguales. s. 64 ce. p̃. 192 co. p̃. 144. y 16 ce. p̃. 2304. y acabada la ygualacion, quedaran 48 ce. p̃. 192 co. yguales al numero 2160. Partiremos pues todo por 48. q̃ es el numero delos censos, y quedaran 1 ce. p̃. 4 co. yguales a 45, que es la primera de las compuestas. Y obrando por su Regla, hallaremos el valor de la cosa ser 5. y tanto sera d c. y por-

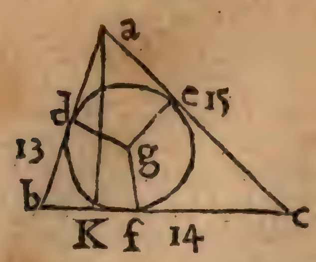
Y porque b d, excede a d c, en 4. ſera por eſta cuenta 9. y porq̃ el quadrado de a c, es 1 ce. p̃. 144. y 1 cenſo vale 25. ſera luego el quadrado de a c. 169. cuya raiz, que es 13, ſera a c. y porque a b. excede al lado a c, en 2. ſera por eſta cuenta 15. Eſta es la propoſicion 23. del ſegundo libro de los triangulos de Iuan de Monteregio, la qual el tambien reſuelue por Algebra, y con menos obra. Pero preſupone otra propoſicion, q̃ ſe demueſtra por el ſegundo libro de Euclides. Y por eſta cauſa para mas facilidad, vſando de menos principios, hize la poſicion por otra arte.

52. Si la area del triangulo fuere ſabida, y dos lados fueren conoſcidos, ſera el tercero lado conoſcido. Exemplo: Enel miſmo triangulo a b c, ſea el lado a b, 8. y el lado a c, 6. y la area 24. y queremos ſaber, la quantidad de b c. Pornemos b c, ſer 2 co. y ſeran luego todos 3 lados 14. p̃. 2 co. y la mitad ſera 7. p̃. 1 co. y las differencias que ay entre la mitad y cada vno de los lados, ſeran 7. m̃. 1 co. y co. p̃. 1. y 1 co. m̃. 1. Y multiplicando eſtas 4 quantidades vna por otra, y el producto por la tercera, y eſte producto por la quarta, haremos 50 ce. m̃. 1 ce. ce. m̃. 49. y la raiz vniuerſal deſto ſera la area del triangulo, como ya fue demonſtrado en el caſo 37. Y porque puſimos la miſma area ſer 24. multiplicando por tanto 24. por ſi, y la raiz vniuerſal por ſi, los productos ſeran yguales, los quales ſeran 576. y 50 ce. m̃. 1 ce. ce. m̃. 49. ygualaremos reſtaurando lo diminuto, y ternemos 625. p̃. 1 ce. ce. yguales a 50 ce. y eſta conjugacion es ſemejante a numero y cenſo yguales a coſas, y cõforme a ſu Regla ſera la obra,

por

porque quedan los censos en lugar de cosas, y el censo de censo, en lugar de censo. Diremos pues assi: La mitad de 50, es 25. los quales multiplicados por si, hazen 625. destos 625, sacando el numero, queda cifra de numero, cuya raiz es tambien cifra. la qual juntando con los 25, o sacando, resultan los mismos 25. Y sera por tanto el valor del censo los mismos 25. y el valor de la cosa sera 5. y porque pusimos b c. ser 2 co. sera luego b c. 10. Y sabe, que quando la mitad de los censos siendo por si multiplicada, haze tanto ygualmente, como el numero que esta en compañia del censo de cẽso, como en este caso: los dos lados que se dan conoscidos, comprehenden en el triangulo angulo recto. Pero quando el numero fuere menor, aura dos respuestas, conforme a la tercera de las compuestas. Y en tal caso no auiendo mudança en la area, ny en los dos lados, podra auer dos bases, porque seran dos triangulos. y la menor sera opposita a vn angulo agudo, y la mayor sera opposita a vn angulo obtuso, tanto mayor que el angulo recto, quanto el agudo era menor q̃ recto. Y acerca desto se lea lo que abaxo escriuimos enel caso. 64.

53. Si los lados del triangulo fueren conoscidos, el semidiametro del circulo en esse triangulo descripto tocante los sus lados sera conoscido. Exemplo: Sea enel triangulo a b c. cuyos lados son a b. 13. y b c. 14. y a c. 15. descripto el circulo d e f. cuyo centro es g. y toca los lados del triangulo en los puntos d. y e. y f. alos quales puntos son terminados los semidiametros g d. g e. y g f. Queremos pues saber, la quantidad del

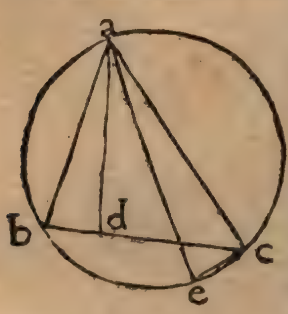



ſemidiametro, por noticia de los lados del triangulo. Y para eſto ay dos modos, porq̃ por noticia delos lados del triangulo, conoſceremos la area cõforme a la doctrina del caſo.37. y porq̃ en el miſmo lugar demonſtramos, que multiplicãdo el ſemidiametro del circulo por la mitad de los lados, el producto es la area del triangulo, partiremos por tanto la area del triangulo por la mitad de la area, y el quociente ſera lo que vale el ſemidiametro. En eſte caſo porque la area es hallada 84. partiremos eſtos 84. por 21. que es la mitad delos lados, y el quociente, que es 4, ſera el valor del ſemidiametro. Por otro modo mas podremos conoſcer el ſemidiametro, porque por los lados conoſceremos la perpendicular a k. por la doctrina del caſo.33. la qual perpendicular multiplicaremos por la baſe, y el producto partiremos por la sũma de los tres lados, y el quociente ſera el valor del ſemidiametro. La demonſtracion deſta regla es, que los tres lados del triangulo, que ſe llaman primera quantidad, ſiendo multiplicados por el ſemidiametro, que ſe llame quarta, hazen el duplo dela area del triangulo: y la baſe del triangulo, que ſea ſegunda quantidad, ſiendo multiplicada por la perpendicular, que ſea la tercera, haze tambien el duplo dela area del triangulo: tal proporcion aura luego dela primera quanti-

ti-

tidad para la ſegunda, como de la tercera para la quarta. Diremos luego por Regla de tres, ſi los 3 lados, que ſon 42, nos dan de baſe 14. el catheto, que es hallado 12. quanto nos dara por valor del ſemidiametro? Multiplicando y partiendo hallaremos que la quarta quantidad es 4. y tanto ſera el valor del ſemidiametro.

54. Si los tres lados del triangulo fueren conoſcidos, el diametro del circulo, enel qual eſta deſcripto, ſera conoſcido. Exemplo: El lado a b. del triangulo a b c, ſea 13. y b c, 14. y a c, ſea 15. y el circulo, enel qual eſta deſcripto. el qual tambien ſe llame a b c. tenga el diametro ignoto. Digo, que eſte diametro ſera conoſcido por Regla muy facil. Saberemos por la doctrina del caſo. 32. qual es el lado ſobre que puede venir perpendicular del angulo oppoſito. Y en eſte caſo porque el triangulo es oxygonio, podra venir de qualquier de los angulos al oppoſito lado. Sea pues a d. la perpendicular que cae ſobre b c. la qual ſera conoſcida por la doctrina del caſo. 33. por la qual partiremos lo que ſe hiziere multiplicando a b, por a c. y el quociente ſera la quantidad del diametro del circulo, que en eſte exemplo ſera 16 $\frac{1}{4}$. Porque 13, por 15. hazen 195. y eſtos partidos por 12. que es la quantidad dela perpendicular, vernan 16 $\frac{1}{4}$. La demõſtra-



ſtracion deſta Regla es eſta, lleuando del punto a. el diametro a e. y del punto c. para e. linea recta, el angulo a c e. ſera recto, por ſer cõſtituido en la circumferencia del circulo ſobre el diametro a e. y porque el angulo a b c. es ygual al angulo a e c. por ſeren hechos ſobre vna miſma circumferencia, equiangulos ſeran por tanto los dos triangulos rectangulos a b d, y a e c. porque el tercero angulo b a d, queda ygual al tercero angulo e a c. por la. 32. propoſicion del primero libro de Euclides, y commun ſentencia. Luego tal proporcion aura de a d, para a c. como de a b, para a e. por la 4 propoſicion del 6 libro. Meteremos pues la obra en la Regla de tres, diziendo aſſi: Si a d. 12. nos da a c. 15. a b. 13. quanto nos dara? Multiplicaremos ſegũdo por tercero, y partiremos por el primero, y ſera el quociente la quantidad del diametro a e. Aſſi lo demueſtra Iuan de Monteregio, en el ſegundo libro delos triangulos. Y pueſto que la perpendicular cayeſe fuera del triangulo a b c. como ſi el angulo c b a, fueſe obtuſo, ſe ſiguiria la miſma concluſion. Porque en tal caſo la proporcion a b c. ſera menor q̃ ſemicirculo, y lleuãdo deſde el punto a. el diametro a e. y lleuando de e. para c. linea recta, ſera deſcripto enel circulo el quadrilatero a b c e. enel qual los dos angulos c b a. y a e c. que ſon oppoſitos, ſeran yguales a dos rectos, por la propoſicion. 21. del 3 libro de Euclides. Y porque tambien los dos angulos

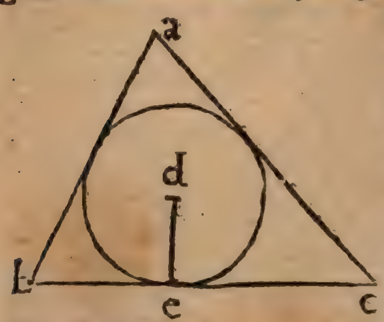
c b a,

c b a, y a b d. ſon yguales a dos rectos, por la. 13. del primero libro, yguales ſeran luego por commun ſentẽtia los dos angulos a e c, y a b d. equi angulos ſeran por tanto los dos triangulos rectangulos a c e, y a d b. y la concluſion ſe ſigue aſſi como antes. Sacamos deſta doctrina que pueſto, que los lados del triangulo no ſeran conoſcidos, ſi nos dan conoſcido lo que ſe haze multiplicando a b, por a c. y es ſabida la perpendicular a d. podremos luego hallar la quantidad del diametro, y por el diametro ſabido, y el producto de a b, por a c. hallaremos la quantidad dela perpendicular.

55. Si el diametro del circulo, enel qual eſta deſcripto el triangulo, fuere conoſcido, y la proporcion que los lados entre ſi tienen fuere conoſcida, ſeran eſos lados del triangulo conoſcidos en comparacion dela quantidad del diametro. Exemplo: En la figura del caſo paſado ſea el diametro de vna braça, y la proporcion del lado a b, para el lado a c. ſea aſſi como de 2, para 3. y de a c, para b c, ſea como de 3, para 4. y queremos ſaber quantas braças, o partes de braça terna cadavno delos lados. Primeramente ſiendo los lados 2. y 3. y 4. hallaremos que la perpendicular a d. es R. $2\frac{7}{64}$. y por la doctrina del caſo paſſado, ſiendo aſſi la perpendicular R. $2\frac{7}{64}$. hallaremos que el diametro es R. $17\frac{9}{135}$. y tanto ſera el diametro, ſiendo los lados 2. y 3. y 4. y la perpendicular R. $2\frac{7}{64}$. Agora por Regla de tres diremos aſſi: Si ſiendo el diametro del circulo $17\frac{9}{135}$. es el lado a b. 2. quando el diametro fuere 1 braça, quantas terna el lado a b? y por eſta arte

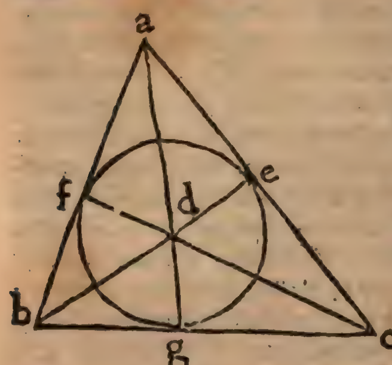
obraremos, y hallaremos las quantidades delos lados en comparacion del diametro.

56. Si el diametro del circulo descripto enel triangulo fuere conoscido, y la proporcion que los tres lados entresi tienen fuere sabida, seran los mismos lados conoscidos en comparacion del diametro. Exemplo: Enel triangulo a b c. sea descripto el circulo, cuyo centro es d. y tenga el semidiametro e d. 4. braças. y la proporcion del lado a b, para el lado a c, sea como de 5, para 6. y de a c, para b c, sea como de 6, para 7. y queremos conoscer la quantidad delos lados en comparacion del diametro, y obraremos por esta arte: Inquiriremos quanta sea la quantidad del semidiametro en comparacion delos lados, por la doctrina del caso 53. y hallaremos ser R. 2 $\frac{2}{3}$. y siendo esto assi sabido, podremos por la Regla de tres hallar la quantidad delos lados, diziendo assi: Si siendo el semidiametro R. 2 $\frac{2}{3}$. es el lado b c. 7. siendo el mismo semidiametro 4. quãto sera el mismo lado b c? Multiplicaremos 4 por 7. y haran 28. los quales partiremos por R. 2 $\frac{2}{3}$. y el quociente sera el valor de b c. y por la misma arte saberemos quanto es a b. y a c.




57. Si los tres lados del triangulo fueren co-

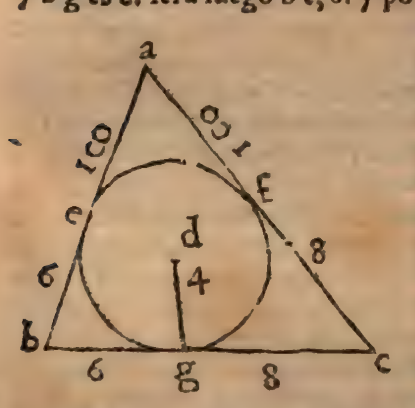
noſcidos, enel qual fuere deſcripto vn circulo, no tan ſolamente el diametro ſera conoſcido, mas aun las partes deſos lados, que por el ſemidiametro ſon partidos por los puntos delas contingencias, y las diſtancias del centro alos angulos del triangulo. Exemplo: Enel triangulo a b c. ſea deſcripto el circulo cuyo centro es d. y los ſemidiametros q̃ van a los puntos delas contingencias ſean d e. d f. y d g. y las lineas q̃ van del miſmo centro alos angulos ſean d a. d b. y d c. Digo, que ſi nos dan conoſcidos los lados a b. a c. y b c. no tan ſolamente ſera conoſcido el ſemidiametro del circulo, mas tambien las partes delos lados, las quales ſon b g. c g. b f. a f. a e. c e. y las diſtancias d a. d b. y d c. Porque el ſemidiametro ſera conoſcido por la doctrina del caſo. 53. Y porque los tres lados ſe dan conoſcidos, ſera luego conoſcida la mitad delos tres lados, y porque enel caſo. 37. demonſtramos q̃ a b. con c g. es la mitad delos tres lados, conoſcida ſera luego la ſũma de a b. con c g. ſacaremos della el lado a b. que ſe propone conoſcido, y quedara conoſcida la linea c g. Y porque el lado b c, ſe propone conoſcido, lo que queda



de b c.ſacandole c g.ſera conoſcido, y eſto que queda es b g. Y porque enel miſmo caſo.37.demonſtramos que b f. y b g. ſon yguales, y que c g. y c e. ſon yguales, conoſcidas ſeran luego b f.y c e.y porque a b. y a c.ſe propuſieron conoſcidas, ſacando dellas las conoſcidas b f. y c e.las que reſtan, que ſon a f.y a e.ſeran conoſcidas. La diſtancia b d.ſe podra conoſcer facilmente, porque por el angulo b g d. enel punto g. dela contingencia ſer recto, los dos quadrados de b g. y d g. ſeran yguales al quadrado de b d.y porque el ſemidiametro d g.es ya conoſcido, y la linea b g.es tambien conoſcida, eſtos quadrados ſeran conoſcidos, por lo qual el quadrado de b d.ſera conoſcido, y la linea b d. ſera conoſcida, y por la miſma arte conoſceremos las otras diſtancias. Exemplo: Sea a b.13.b c.14. y a c.15. ſera el ſemidiametro del circulo 4. y porq̃ la mitad delos lados es 21.y a b.es 13.ſera c g.8.y otro tanto ſera c e.y ſera luego b g. 6.y otro tanto ſera b f.y porq̃ a b. es 13. lo q̃ queda que es 7.ſera a f.y otro tanto ſera a e. Y porque d g.es 4.el ſu quadrado ſera 16.y el quadrado de b g. ſera 36. y porq̃ 16. con 36. hazen 52. ſera por eſta cuenta d b.R.52.y d c.ſera R.80.y a d. R.65.

58. Si enel triangulo fuere deſcripto vn circulo, cuyo ſemidiametro ſea conoſcido, y vno delos lados deſe triangulo fuere conoſcido, y tambien las partes del miſmo lado, por el punto dela contingencia diuididas, los otros dos lados del triangulo ſeran conoſcidos. Eſte miſmo caſo, y en las miſmas quantidades que aquy ponemos, pone Fray Lucas en la proporcion di-

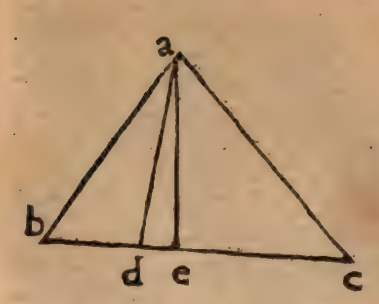
diuina, y Hieronymo Cardano: los quales presuponen, que los dos angulos del triangulo q̃ tienen entre si el lado noto son agudos, y lo resueluen por Geometria muy trabajadamẽte, lo q̃ nos al presente trataremos por Algebra con mucha facilidad, y vniuersalmente en toda disposicion de angulos, auiendo ya resoluido el mismo caso por Geometria en otra parte muy claramente, & muy sucintamẽte. Sea enel triangulo a b c descripto el circulo e f g, cuyo centro sea d, y el su semidiametro sea 4, y el lado b c sea 14. conuienne a saber b g, 6. y g c, 8. y queremos por estas cosas sabidas conoscer los lados a b, y a c. Porque b e. y b g son yguales, y b g es 6. sera luego b e, 6. y porque g c, es 8, sera f c. su ygual, tambien 8. y para conoscer a e, y a f. pornemos a e, ser 1 co. y porque es ygual a a f. sera tambien 1 co. esa linea a f. y seran todos tres lados del triangulo 28. p̃. 2 co. y la mitad dellos sera 14. p̃. 1 co. y las tres differencias dela mitad delos lados alos tres lados seran 1 co. y 8. y 6. porque el lado b c. es 14. y el lado a c. es 8. p̃ 1 co. y el tercero a b. es 6. p̃. 1 co. Y obrando conforme ala Regla del caso



37. multiplicaremos 1 co. por 8. y el producto por 6. y el producto por 14. p̃. 1 co. y haran 48 ce. p̃. 672 co. y esto sera tanto como el quadrado dela area del triangulo a b c. Y porque enel mismo caso 37 demonstramos, que la multiplicacion del semidiametro del circulo por la mitad de los lados haze la area del triangulo, multiplicaremos por tanto 14. p̃. 1 co. por 4. y haran 56. p̃. 4 co. y tanta sera la area del triangulo: esta area multiplicada por si misma, hara 3136. p̃. 16 ce. p̃. 448 co. y esta sũma necessariamente sera ygual a los 48 ce. p̃. 672 co. Ygualaremos quitando lo superfluo, y reduziendo despues todo a vn censo, ternemos finalmente 1 ce. p̃. 7 co. yguales a 98. que es la primera conjugaciõ delas compuestas. Y obrando por su Regla, multiplicaremos 3 $\frac{1}{2}$, que es la mitad delas cosas, por si misma, y haran 12 $\frac{1}{4}$. los quales juntaremos con el numero 98. y haran 110 $\frac{1}{4}$. cuya raiz es 10 $\frac{1}{2}$. destos 10 $\frac{1}{2}$. sacaremos 3 $\frac{1}{2}$, y quedaran 7, por valor dela cosa: y sera luego a b, 13. y a c, sera 15.

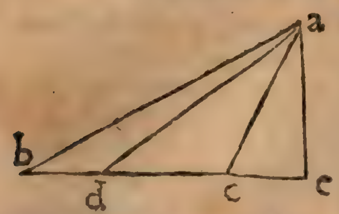
59. Si los tres lados del triangulo fueren conoscidos, y lleuaremos linea recta de qualquier delos angulos al lado opposito, la qual linea parta ese tal lado en partes conoscidas, sera esa tal linea conoscida. Exemplo: Enel triangulo a b c. sea a b, 13. y a c, 14. y b c, 15. y la linea a d, corte de la linea b c. la linea b d, que sea 4. Digo, que la linea a d, sera conoscida. Porque tal proporcion ay dela area del triangulo a b c. para la area del triangulo a b d. qual ay dela base b c, para la base b d. por la primera del sexto, que assi como partimos la base, assi partimos la area. Y porque los

la-




lados del triangulo a b c. ſon conoſcidos, ſera la ſu area conoſcida, y entonces por Regla de 3 diremos aſsi: Si b c. 15. nos dan b d. 4. que nos dara la area. 84. del triangulo a b c? Multiplicando y partiendo hallaremos que la area del triangulo a b d. es $22\frac{2}{5}$. Obraremos pues como enel caſo 52. que porque los dos lados a b. y b d. ſon conoſcidos, y la area deſſe triangulo a b d. es conoſcida, la baſe a d, ſera conoſcida. Y por otro modo ſin Algebra podremos conoſcer a d. Porque lleuaremos del angulo a, ſobre b c, la perpendicular a e. y por la doctrina del caſo 33. ſaberemos la quantidad de b e. y de a e. y ſi b e fuere hallada ygual a b d. en tal caſo a d, y a e. ſon vna ſola linea, que haze angulos rectos con b c. y ſacando del quadrado de a b. el quadrado de b d. o b e. que ſon vna miſma linea, quedara el quadrado de la perpendicular. y ſera por tanto eſſa tal linea conoſcida. Pero ſi b e. fuere hallada mayor que b d. caera la perpendicular entre d. y c. y ſacando b d. de a e, quedara conoſcida e d. y porque los dos quadrados de e d. y a e. los quales ſon conoſcidos, ſon yguales al quadrado de a d. conoſcido ſera luego el quadrado de a d. y la raiz a d. ſera conoſcida. Y ſi hallaremos que b e. es menor que b d. caera la

per-



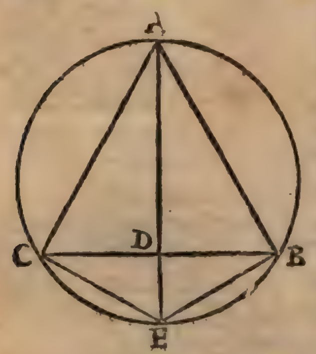

perpendicular entre b. y d. y ſacando b e. de b d. quedara conoſcida e d. y proſiguiremos por el miſmo modo. Pero ſi la perpendicular cayere fuera del triangulo, como en eſta poſtrera figura, en la qual a b. es 20. y a c. 10. y b c 12. tambien ſera conoſcida la perpendicular a e. y c e. conoſcida, y ſera luego e d. conoſcida, y por noticia de a e. y e d. q̃ ſon conoſcidas, conoſceremos a d. y ſi el angulo a c b. fuere recto, ternemos el miſmo modo.

60. Si el diametro del circulo fuere conoſcido, el lado del triangulo equilatero, que enel es deſcripto, ſera conoſcido. Exemplo: Enel circulo cuyo diametro es 4. ſea deſcripto el triangulo a b c. equilatero, y queremos ſaber quanto ſea el ſu lado, y eſto ſe ſabera por eſta arte. Del quadrado del diametro, el qual es 16. ſacaremos 4. quadrado del ſemidiametro, y lo que quedare, q̃ es 12. ſera el quadrado del lado del triangulo. Aſſi que ſiendo el diametro 4. ſera el lado del triangulo equilatero R. 12. Para demonſtracion deſto, lleuaremos deſdel punto a el, diametro del circulo, el qual ſea la linea recta a e. y de b, para e. lleuaremos linea recta. Sera luego a b e. medio circulo, y porque ſacando deſſe arco a b e. que es medio circulo, el arco a b. el qual es la tercia parte de la circumferẽcia del miſmo circulo, lo que queda es el ſexto de la miſma circumferencia del circulo, porque $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{6}$ hazen $\frac{1}{2}$. y es lo

que

que queda el arco b e. ſera luego eſſe arco b e. la ſexta parte de la circumferencia del circulo.

Y porque enel quarto libro de Euclides es demonſtrado, que el ſemidiametro del circulo es cuerda de la ſexta parte del circulo, ſera luego la linea b e. ygual al ſemidiametro del circulo. Y porque el angulo a b e. hecho ſobre el diametro, y aplicado a la circumferencia, es recto, ſegun lo demueſtra Euclides enel tercero libro,

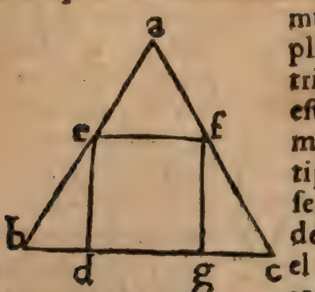



ygual ſera por eſta cauſa el quadrado del diametro a e. a los dos quadrados de a b. y b e. enel triangulo b a e. ſacando pues el quadrado del ſemidiametro b e. del quadrado del diametro a e. quedara el quadrado de a b. lado del triangulo equilatero. Parte el diametro a e. la linea b c. por la mitad enel punto d. porque lleuando linea recta de e. para c. los dos triangulos a e b. y a e c. ſeran equiangulos, por la .8. propoſicion del primero libro de Euclides. Y por tanto el angulo b a c. queda partido por la mitad por el diametro a e. y por la .4. quedara el lado b c. del triangulo equilatero partido por la mitad enel punto d. y porque el lado b c. es R. 12. ſera luego b d. R. 3. que es la mitad. Y por eſta cauſa ſacando del quadrado de a b. el qual es 12. el quadrado de b d. el qual es 3. quedara

el

el quadrado de a d.9. y ſera luego a d.3. y porque a e. es 4. ſera luego e d. vno.

61. Si el lado del triangulo equilatero fuere conoſcido, el lado del mayor quadrado, q̃ enel cabe, tambien ſera conoſcido. Exemplo: Enel triangulo equilatero a b c. que tenga por lado 10. ſea deſcripto el mayor quadrado, que enel puede caber, el qual ſea d e f g. Digo, que el lado deſte quadrado ſera conoſcido por vna regla muy facil. Porq̃ multiplicaremos el lado del triangulo por ſi, q̃ en eſte caſo es 10. y haremos 100. eſtes 100 multiplicaremos por 12. y ſeran 1200. y de la raiz deſtos 1200. ſacaremos el triplo del lado, que es 30. y lo que quedare




ſera el lado del quadrado, y ſera por eſta cuenta R. 1200. m̃.30. Y porque eſta regla ſe collige dela demonſtracion Geometrica, y della operacion della, haremos la demonſtracion primero. Porque los lados del quadrado e f. y d g. ſon equidiſtantes, el angulo a b c. que queda de dentro ſera ygual al angulo a e f. que queda de fuera de las lineas equidiſtantes b c. y e f. y por la miſma razon el angulo a c b. ſera ygual al angulo a f e. luego todos los angulos del triangulo a e f. ſeran yguales a los del triangulo a b c. Y porque todo triangulo equilatero es tambien equiangulo, y todo equiangulo es equilatero, ſeran luego entreſi yguales los lados del triangulo

a e f.

a e f. y porque e f. es lado del quadrado, ygual sera luego a e. al lado del quadrado. Iten, porque el angulo d e f. es recto, y el angulo a e f. del triangulo equiangulo es $\frac{1}{3}$. de dos rectos, o $\frac{2}{3}$. de vn recto, que es lo mismo, sacando portanto de los dos rectos, q̃ se hazen enel punto e. vn recto y $\frac{2}{3}$. quedara el angulo b e d. $\frac{1}{3}$. de dos rectos. O dize assi: Porque enel triangulo rectangulo e d b. el angulo d. es recto, y el angulo b. es $\frac{2}{3}$. de vn recto, sera luego el angulo b e d. $\frac{1}{3}$. de dos rectos, porque todos tres valen dos rectos. Sera luego por esta cuenta ese angulo b e d. la mitad del angulo del triangulo equilatero, y sera la recta e d. enel triangulo equilatero constituido sobre e b. la perpendicular, que viene desdel angulo e. al lado opposito, y sera por esta causa b d. la mitad del lado desse tal triangulo. Pornemos luego el lado e b. ser 2. y sera b d. 1. y porque los angulos en d. son rectos, sera e d. R. 3. Y porque auemos demonstrado, que a e. es ygual a e f. sera luego a e. R. 3. siendo e b. 2. y toda la linea a b. sera 2. p̃. R. 3. Agora sera muy facil conoscer, quãta sea la linea e f. lado del quadrado, quando el lado a b. es 10. Porque diremos assi, si siendo a b. 2. p̃. R. 3. es a e. R. 3. siendo la misma a b. 10. quanto sera essa linea a e? Multiplicaremos por tanto 10. por R. 3. y el producto partiremos por 2. p̃. R. 3. y sera el quociente la quantidad de la linea a e. o e f. lado del quadrado d e f g. El numero 10. se multiplica por R. 3. multiplicandolo primeramente por si, y despues el producto por 3. que haze 300. y la raiz de 300, es lo que se haze multiplicando 10. por R. 3. y esta R. 300. se ha de

par-

partir por 2.p̃.R.3. Pero conuiene hazer partidor ſimple, multiplicando 2.p̃.R.3. por el reciſo 2.m̃.R.3. como auemos enſeñado enel Capitulo de partir las raizes, y reſultara por partidor ſimple la vnidad. Y tambien conuiene multiplicar la R.300. por 2.m̃.R.3. y eſto ſe hara multiplicando R.300. por R.4. y haremos R.1200. porque el quadrado de 2. es 4. y agora reſta multiplicar R 300. por m̃.R.3. y haran m̃.R.900. y ſera luego toda la multiplicacion R.1200.m̃.R.900. la qual R.900. es 30. y eſtos 30. ſon el triplo de 10. que es el lado del triangulo equilatero a b c. y hecha eſta multiplicacion toda la obra quedara acabada, porque ſiendo la vnidad partidor, no aura neceſſidad de partir el producto, porque verna el miſmo producto. Reſumiẽdo pues toda la obra, ſiendo nos propueſto el triangulo a b c. y queriendo ſaber, la quantidad del lado del quadrado d e f g. multiplicaremos el lado del triangulo a b c. por ſi miſmo, el qual en eſte exemplo es 10. y haremos 100. eſtos 100. multiplicaremos por 3. y haran 300. eſtos 300. multiplicaremos por 4. que es el quadrado de 2. y haran 1200. y multiplicados por 3. haran 900. y diremos por tanto, que multiplicando la tercera quantidad dela Regla de tres, la qual es 10. por la ſegunda, la qual es R.3. y multiplicando el producto por 2.m̃.R.3. lo que ſe haze es R.1200.m̃.R.900. la qual es 30. que es el triplo de 10. y es 10. lado del triangulo equilatero enel preſente caſo. Y no vuo neceſſidad de partir por la primera quantidad, porq̃ es partidor la vnidad, y tomaremos por tanto la R.1200.m̃.30. por quociente, y eſto ſera

el

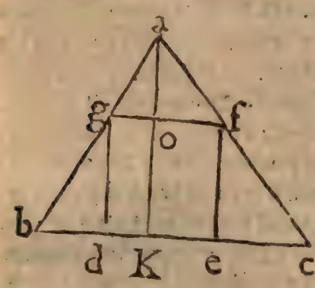
el lado del quadrado d e f g. Esta es la obra que hezimos multiplicando 10, lado del triangulo equilatero por R. 3. y el producto por el reciso 2.m̃.R.3.y vino este reciso R.1200.m̃.R.900. Y porque lo mismo se haze multiplicando el quadrado de 10. por 3. y el producto por 4.q̃ si de principio lo multiplicassemos por el producto de 3 vezes 4. el qual es 12. bastara para tenermos la primera quantidad del reciso que viene, multiplicar el quadrado de 10. por 12. que hazen 1200. y diremos ser R.1200. Y porque la segunda parte del reciso viene multiplicando el quadrado de 10. por 3. y despues por 3. lo mismo verna luego multiplicando el quadrado de 10. por el quadrado de 3. y haran 900. y poniendo m̃.R.900. Y porque por esta cuenta el quadrado 900. tiene proporcion nonupla con el quadrado 100. aura luego entre las sus raizes la proporcion que es mitad de los quadrados, y esta es tripla, y por esta causa luego de principio podremos tomar por la segunda parte del reciso, la qual es raiz declarada por menos, el triplo de la tercera quãtidad de la regla de. 3. la qual quantidad es lado del triangulo equilatero, y el reciso que viene en este exemplo sera R.1200. m̃. 30. y tanto vale el lado del quadrado. Y si el lado del triangulo fuese 20. multiplicariamos. 20. por si, y hariamos 400. y estos. 400. por. 12. hazen. 4800. y la raiz destos 4800. es la primera parte del reciso, y la segunda declarada por menos, es 60. triplo de 20. Assi que siendo el lado del triangulo 20. sera el lado del quadrado R.4800. m̃. 60. El remate de la demonstracion es la regla de tres, en la qual la primera

quantidad,que es el partidor,por ser cõuertida en la vnidad,tanto vale como no se poner, y la segunda es siempre vna misma en todo caso, y es R.3.y la tercera es el lado del triangulo. Han se luego de multiplicar segunda y tercera vna por otra, y el producto por el reciso del partidor,el qual reciso es 2.m̃.R.3. y todo esto se haze con solamente multiplicar el quadrado de la tercera quantidad por 12. y sacar de la raiz del producto el triplo de la tercera quantidad. Bien dize luego la regla,que multipliquemos el lado del triangulo por si mismo,y q̃ ese quadrado del lado se multiplique por 12. y que de la raiz del producto saquemos el triplo del lado del triangulo, y lo que quedare sera el lado del quadrado. La regla es muy breue,pero quanto mas breue, tanto la razon della es mas prolixa.

Por Algebra podremos tambien saber la quãtidad del lado del quadrado d e f g. vsando dela misma figura. Pornemos d g. lado del quadrado ser 1 co. y seran las dos b d. y c g. juntas 10.m̃. 1 co. y porque a e. es ygual a e f. por el triangulo a e f. ser equilatero, sera luego b e.10.m̃.1 co. y porque b d. y c g. son entresi yguales, sera luego b d.5.m̃. $\frac{1}{2}$ co. Sacaremos pues del quadrado de b e. el qual es 100.p̃.1 ce.m̃.20 co. el quadrado de b d. el qual es 25.p̃.$\frac{1}{4}$ ce.m̃.5 co. y quedarã por el quadrado de e d.75.p̃.$\frac{3}{4}$ ce.m̃.15 co. y porque el mismo quadrado de e d. es 1 ce. porque e d. es 1 co. ygual sera luego 1 ce. a 75.p̃.$\frac{3}{4}$ ce. m̃.15 co. ygualaremos y reduziremos todo a vn censo, y ternemos finalmente 300. yguales a 1 ce.p̃.60 co. y obrando por la primera delas compuestas, hallare-

llaremos que el valor de la cosa es R.1200. $\tilde{m}$.30: y tanto sera el valor del lado del quadrado.

62. Si los lados del triangulo fuerẽ desiguales y conoscidos, y sobre el vno de los lados fuere constituido vn quadrado, que con dos angulos suyos toque los otros dos lados del triangulo; sera el lado del quadrado conoscido. Exemplo: Enel triangulo a b c.q̃ no es equilatero, sea a b. 13. b c.14. a c.15. y sobre el lado b c. sea constituido el quadrado d e f g. que toque los lados a b. y a c. en los pũtos f. y g. Digo, que el lado d e. del quadrado sera cognoscido. Porq̃ por la quantidad de los lados conoscemos ser la




area 84. y el catheto a k. ser 12. pornemos por tanto d e. ser 1 co. y sera luego la linea k o. parte del catheto entre k. y la linea g f. 1 co. por quãto las lineas d g. y k o. son equidistantes enel rectangulo d k o g. y quedara por esa causa a o. 12. $\tilde{m}$. 1 co. Y por la linea a o. es catheto enel triangulo a f g. multiplicaremos 12 $\tilde{m}$. 1 co. por $\frac{1}{2}$ co. que es la mitad de la linea f g. y haremos 6. co. $\tilde{m}$. $\frac{1}{2}$. ce. que seran yguales a la area del mismo triangulo a f g. Y porque estos dos triangulos a b c. y a f g. son equiangulos y de lados proporcionales, por causa de la equidistancia de las bases b c. y f g. tal proporcion aura de triangulo a triangulo, como del quadrado, cuyo lado es b c. para el qua

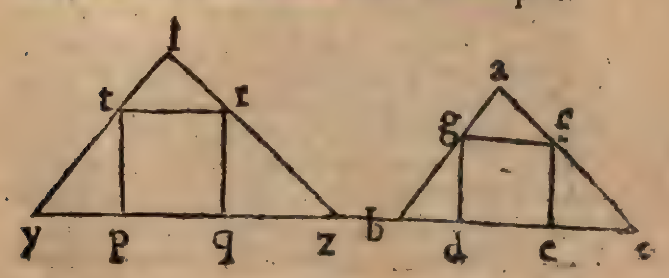
 drado

drado cuyo lado es f g. porque assi la proporcion de los quadrados, como la de los triangulos, es dos vezes la delos lados. Tenemos luego 4. quãtidades proporcionales, la primera es 84. area del triangulo a b c. la segunda es 6.co.m̃.$\frac{1}{2}$. ce. area del triangulo a f g. la tercera es 196. quadrado de b c. y la quarta es 1 censo, quadrado de f g. Tanto hara luego multiplicar la primera por la quarta, quanto la segunda por la tercera. La primera por la quarta haze 84 ce. y la segunda por la tercera haze 1176.co. m̃.98.ce. yguales seran luego 1176.co.m̃.98. ce. a 84.ce. y hecha la ygualacion, 1176.co. quedaran yguales a 182. ce. q̃ es simple conjugacion. Partiremos pues 1176. por 182. y verna en la particion $6\frac{6}{13}$. que sera el valor de la cosa, y tanto sera el lado e d. o f g. las partes de los lados del triangulo a b c. se podran conoscer por esta arte, porque la proporcion de b c. para f g. es assi como de a b. para a g. y las primeras tres quantitades son conoscidas, sera luego por regla de tres la quarta conoscida, y por el mismo se conoscera a f. y la linea b d. conosceremos sacando el quadrado de d g. del quadrado de b g. Es esta arte de inuestigar la quantidad del lado del quadrado descripto enel triangulo de lados desiguales, vniuersal en qual quier otra especie de triangulo, puesto que enel equilatero sirue regla mas facil, como enel caso passado.

Y sabe, que el lado b c. del triangulo a b c. sobre el qual ymaginamos ser fundado el quadrado d e f g. assi en este caso como en el passado, esta entre dos angulos agudos b. y c. porque si

vno

vno dellos fuese obtuso, no podria el quadrado tocar entrambos los lados a b. y a c. Y la arte que ternemos para en toda especie de triangulo fabricar quadrado sobre el lado que esta entre dos angulos agudos, sera esta: El triangulo que nos proponen, sea a b c. ora sea oxygonio, ora sea rectangulo, y ora sea obtusiangulo cō tanto que el lado b c. sobre el qual auemos de fabricar el quadrado, este puesto entre los angulos agudos b. y c. Tomaremos la linea p q. dela quantidad que quisieremos, sobre la qual constituiremos el quadrado p q r t. y haremos enel punto t. con la linea t r. el angulo r t l. ygual al angulo b. y enel punto r. haremos con la misma linea t r. el angulo t r l. ygual al angulo c. y sea el concurso el punto l. y estenderemos las lineas l t. y l r. que con la linea p q. estendida por ambas las partes concurran en y. y en z. Y porque p q. y t r. son equidistantes, equiangulo sera el triangulo l t r. al triangulo l y z. y sera por esta causa el triangulo a b c. equiangulo al triangulo l y z. Partiremos pues el lado a b. enel punto g. en la proporcion en que esta partido el lado y l. enel punto t. y partiremos el lado a c. enel pun-

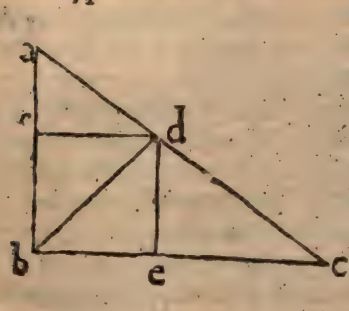


to f. assi como esta partido l z. en r. por la doctrina de Euclides enel 6 lib. Y lleuaremos dessos puntos g. y f. sobre la linea b c. las perpendiculares g d. y f e. las quales necessariamente cõstituiran quadrado con las dos lineas g f. y d e. Porque la linea t r. es equidistante a la linea y z. y aura luego tal proporcion de y t. para t l. qual ay de z r. para r l. por la segunda del sexto, y desto se sigue que los dos lados a b. y a c. del triangulo a b c. son cortados proporcionalmente en los puntos g. y f. y seran luego b c. y f g. equidistantes por la misma segunda del sexto. Y porque los angulos en d. y en e. son rectos, tambien los lados g d. y f e. seran equidistantes, y seran por esta causa yguales g f. y d e. lados oppositos y equidistantes enel quadrilatero d e f g. y tambien seran yguales los dos lados oppositos y equidistantes d g. y e f. Y que d g. y f g. sean yguales, demonstraremos por la proporcion ygual. Porq̃ por los dos triangulos b g d. y p t y. seren equiangulos, tal proporcion aura de d g. para b g. como de p t. para t y. Y porq̃ los lados a b. y t y. estan cortados en los puntos g. y t. en vna misma proporcion, tal proporcion aura luego de b g. para a g. como ay de y t. para t l. Y porq̃ los dos triangulos a g f. y l t r. son equiangulos, tal proporcion aura de a g. para f g. como de t l. para t r. Concluiremos luego por la proporcion ygual demonstrada por Euclides en la .22. proposicion del quinto libro, que de la linea d g. primera quantidad para f g. quarta en la primera orden, sera como de la linea p t. primera para t r. quarta en la segunda orden, y por

que

que p t.es ygual a t r.ygual sera luego d g. a g f. Y porque en los quadrilateros de lados equidistantes los angulos oppositos son yguales,y los angulos en d.y en e.son rectos,seran por tanto rectos los quatro angulos del quadrilatero d g f e. y lo mismo se podra demonstrar por la .29. del primero. Quadrado sera por tanto el quadrilatero d g f e. que enel triangulo a b c. propusimos descreu·r sobre la linea o lado que esta entre los dos a gulos agudos.

Pero si enel triangulo rectangulo queremos descreuir vn quadrado,de tal modo q̄ el angulo recto del triangulo sea angulo del quadrado,y q̄ el angulo recto opposito del quadrado toque al lado del triangulo q̄ es opposito al angulo recto, esto se podra hazer muy facilmēte,y aura tambien regla facil para conoscer el lado del tal quadrado.Exemplo,enel triangulo rectangulo a b c. enel qual el angulo b. es recto,queriendo descreuir vn quadrado sobre el lado a b. o b c. de tal modo,que el angulo b. sea commun al triangulo y al quadrado , partiremos el angulo b . por la mitad , por la arte de Euclides enel primero libro,y sea b d.la linea dela particiō, y del punto d.lleuaremos sobre b c. la perpendicular d e. Sera luego medio recto el angulo b d e. y por la quinta del primero libro de



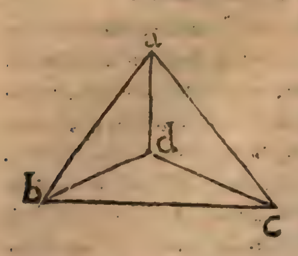
Euclides,yguales ſeran las lineas b e.y d e. Tomaremos b f.ygual a b c. y lleuaremos linea recta del pũto d.para el punto f. o lleuaremos del punto d. ſobre a b. la perpendicular d f. y quedara deſcripto el quadrado b e d f. por quanto ya es demonſtrado que b e. y d e. ſon yguales, y porq̃ el quadrilatero b e d f. es de lados equidiſtantes,los lados oppoſitos b e.y d f.ſeran yguales, y tambien ſeran yguales d e. y b f. y todos.4.lados entreſi ſeran yguales.

Y ſi quiſieremos ſaber la quantidad del lado del quadrado, ſiendo conoſcidos los lados del triangulo,daremos para eſto Regla muy facil. Multiplicaremos el lado a b.por el lado b c. y el producto partiremos por la sũma deſtos dos lados a b.y b c. porque el quociente ſera la quantidad del lado d e. Exemplo, Sea a b,3. y b c,4. y a c, 5. Multiplicaremos 3 por 4, y haremos 12. eſtos 12.partiremos por 7.que es la sũma de 3.y 4. y verna en la particion 1 5/7. y tanto ſera d e, lado del quadrado b e d f. La demonſtracion deſta Regla es, que por quanto el angulo 6. es partido por la mitad por la linea b d. tal proporcion aura luego de a b, para b c. qual ay de a d.para d c.por la.3.propoſicion del.6. de Euclides,y por tanto por la conjunta proporcion, tal proporcion aura de a b.y b c. entrambas juntas,para b c. como de a d.y d c.entrambas juntas para d c. y porque a d. y d c. juntas ſon a c. y la proporcion de a c. para d c. es como de a b. para d e. por los triangulos a b c. y d e c. ſeren equiangulos y de lados proporcionales,por eſta cauſa tal proporcion aura de a b. y b c. entrambas

bas juntas, para b c. como de a b para d e. Destas.4.quantidades, las tres primeras ſon conoſcidas, vſando por tanto de la regla de.3.conoſceremos la quarta, diziendo aſſi: Si 7.que es la ſũma de a b. y b c. nos dan 4. que es b c.quanto nos dara 3. que es a b? multiplicando 3. por 4. haremos 12. y partiendo eſtos 12. por 7. ſera el quociente $1\frac{5}{7}$. y tanto ſera d e. lado del quadrado.

Tambien es eſto facil de hallar por Algebra, porque pornemos d e. o d f. ſer 1 co. y porque la perpendicular multiplicada por la mitad de b c. haze la area del triangulo b d c. y multiplicada por la mitad de a b. haze la area del triangulo a b d. multiplicando luego la perpendicular por la mitad de ambas juntas, que es $3\frac{1}{2}$. haremos la area de todo el triangulo a b c. el qual conſta de los dos triangulos b d c. y a b d. y por que puſimos la perpendicular ſer 1 co. ſera luego toda la area del triangulo a b c.3 co.$\frac{1}{2}$. y por que la miſma area es 6. conforme a la doctrina del caſo 35. yguales ſeran luego 6. y 3 co.$\frac{1}{2}$. partiremos 6. por $3\frac{1}{2}$. y ſera el quociente $1\frac{5}{7}$. y tanto ſera el lado d e. que es lo miſmo que auiamos hallado por la regla de tres.

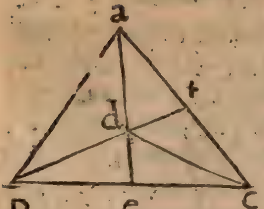
63. Si los lados del triangulo fueren conoſcidos, podremos por ellos ſaber quanto el punto del medio, a que llaman centro del peſo, diſta de cada vno de los tres angulos. Exemplo: Sea el lado a b. del triangulo a b c.5. y a c.6. y b c.7. y el punto del medio, a q̃ llaman centro del peſo, ſea d. y las diſtancias deſte tal punto a los angulos a. y b. y c. ſean las rectas lineas d a. d b. y d c.




digo, q̃ cadavna destas lineas sera conoscida. Y deuemos de saber, q̃ siendo el punto d. centro del peso, los tres triangulos a d b. y a d c. y b d c. seran yguales, y colgando el triangulo a b c. del punto d. quedara el mismo triangulo a b c. en niuel.

Y el modo que ternemos para hallar el punto d. sera este: Lleuaremos del punto a. al punto e. q̃ esta enel medio entre b. y c. la linea recta a e. y del punto b. lleuaremos al punto f. q̃ esta enel medio entre a. y c. la linea recta b f. el encuentro destas dos lineas se llame d. Digo, que este punto d. es adonde los tres triangulos concorren todos entresi yguales. Y para demonstracion desto, lleuaremos del punto d. al punto c. linea recta, y porque b e. y e c. son yguales, quedara por tanto partido el triangulo a b c. por la mitad por la linea a e. y por la misma razon, quedara el mismo triangulo a b c. partido por la mitad por la linea b f. Y porque todas las mitades de vna misma quantidad son yguales entresi, por esta causa ygual sera el triangulo a e c. al triangulo b f c. sacaremos de entrambos el commun quadrilatero e d f c. y quedaran yguales los dos triangulos b d e. y a d f. Y porq̃ el triangulo b d e. es la mitad del triangulo b d c. por b e. y e c. seren yguales, y por la misma razõ el triangulo a d f. es la mitad del triangulo a d c. por a f. y f c. seren yguales, yguales seran por

tan-



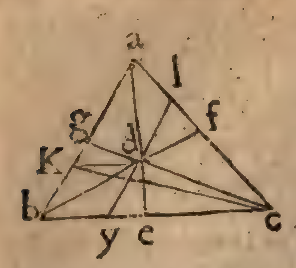

tanto los dos triangulos b d c. y a d c. que quando las mitades de dos quantidades ſon yguales, neceſſario es q̃ eſſas miſmas quantidades ſeã yguales. Y por la miſma demonſtraremos el triangulo a d b. ſer ygual a cadavno deſſos dos. Porque el triangulo a e b. es ygual al triangulo b f c. por quanto cadavno dellos es la mitad del triangulo a b c. ſacaremos de cadavno dellos el commun triangulo b d e. y quedara el triangulo a d b. ygual al quadrilatero e d f c. y porque eſte quadrilatero es ygual a cadavno de los triangulos b d c. y a d c. por ſer compueſto de dos triangulos q̃ ſon mitades de los triangulos b d c. y a d c. ygual ſera por eſta cauſa el triangulo a b d. a cada vno de los dos triangulos. Y aſſi queda el triangulo a b c. partido en tres triangulos entre ſi yguales, a d b. y a d c. y b d c. los quales todos tienen el commun punto d. oppoſito a las baſes a b. y a c. y b c. Por lo qual ſiendo el triangulo a b c: colgado del punto d. a ninguna parte ſe inclinara, porq̃ quedara en niuel, y por eſta cauſa ſe llama centro del peſo del triangulo. Aſſi hablan los autores, pueſto que ſegun natural Philoſophia, el triangulo por ſer ſuperficie, no tiene peſo, y Archimedes que ſe lo da, pienſo yo que aſſi lo entenderia, y q̃ fue vna fiction fundada en eſto. Entre los cuerpos que tienẽ peſo, ſi ſon de vna miſma naturaleza, tal proporcion ay del peſo del vno para el peſo del otro, qual ay de la quãtidad del

vno

vno para la quantidad del otro, siendo ygualmente raros o densos. Exemplo: Tomando dos massas de oro de vna misma ley o fineza, si son ygualmente densas, puesto q̃ tengan differentes figuras, como si vna dellas fuesse redonda, y la otra quadrada, o en pasta, la misma proporcion que ay entre los pesos dessas dos massas de oro, aura necessariamente entre las sus quantidades corporeas. De suerte, q̃ si vna pesare dos libras, y la otra vna libra, que es dupla proporciõ, aura tambien proporcion dupla de la quantidad de la vna para la quantidad dela otra, porque si la de mayor peso fuere cõuertida (pongamos por exemplo) en 4 cuerpos cubicos de oro entre si yguales, sera la menor conuertida en dos, puesto que las superficies delas tales dos massas de oro, por seren de diuersas figuras no tengã proporcion dupla. Fingio por tanto Archimedes aun que no lo ponga por fiction, que las superficies planas, como son las trilateras, y quadrilateras, y otras figuras de otras especies tienen peso, y por la proporcion delos pesos alcanço la proporcion delas quantidades desas figuras, porque assi como en los cuerpos, (presupuesto que las figuras planas tienen peso) tal proporcion aura entre los pesos dellas, como ay entre las sus quantidades. Hallada pues la proporciõ delas quantidades por noticia dela proporcion delos pesos, entẽdamos essas figuras planas destitutas delos pesos, porque lo mismo es para esta especulacion, no tener peso, que teniendolo perderlo, y no por eso perderan esas figuras pla

nas sus quantidades,porq̃ son accidentes diuersos quantidad y peso. Con esta subtil fiction halio Archimedes,que dela parabola para el triangulo que tiene la misma base,y es tan alto, ay proporcion sesquitercia, Y auemos de notar, q̃ enel triangulo a b c. de que al presente tratamos,si la linea c d.fuere prolongada hasta legar al lado a c, lo partira por la mitad, porque sea el punto g. el encuentro desa linea con la linea a b.Digo,que el punto g.esta en el medio entre a.y b.Porque si nos dixeren q̃ no esta en el medio,sea luego k.el punto que esta enel medio de la linea a b. y demonstraremos que es esto impossible.Porque lleuaremos de d,para k.y de c, para k. lineas rectas, y seran por tanto yguales los dos triangulos a d k. y b d k.porque las basas a k. y b k.nos dan yguales,el triãgulo b d k. daremos al triangulo b d c.y el triangulo a d k. daremos al triangulo a d c.los quales triangulos b d c. y a d c. son demonstrados yguales, y resultara el quadrilatero b c d k. ygual a todo lo que resta del triangulo a b c. y porque todas las mitades de vn todo,son yguales entresi por qualquier manera que se tomen, y nos dan el punto k, estar en el medio dela linea a b. sera luego el triangulo b c k. la mitad del trianguangulo a b c. y porque tambien es mitad del triangulo a b c. el quadrilatero b c d k. ygual sera luego el triangulo b c k. al quadrilatero b c k d. la parte al todo, que es impossible, y por tanto el punto g.es el que esta en el medio dela linea a b. y no k.

Iten




Iten deuemos saber, q̃ la distancia del punto d. a qualquier delos angulos del triangulo a b c. es dos tercios de toda la linea descẽdiente, conuiene a saber, la linea a d. es dupla dela linea e d. y b d. dupla de d f. y c d. dupla de d g. y por esta cuenta queda d e. la tercia parte de a e. y a d. los dos tercios, y esta es la proporcion delas otras. La demonstracion es esta, que el triangulo b d c. es duplo del triangulo e d c. porque la base b c, es dupla dela base e c. y porque auemos demonstrado, q̃ los triangulos b d c. y a d c. son yguales, duplo sera tambien el triangulo a d c. del triangulo e d c. y porque la proporcion del triangulo a d c, para el triangulo e d c, es como de la base a d, para la base e d. dupla sera luego la base a d, dela base e d. todo esto se demuestra por la primera del sexto. Assi q̃ siendo a d, 2. sera e d, 1. y toda la linea a e, sera 3. y quedara a d. $\frac{2}{3}$. de toda la linea a e. y por la misma razon sera d c. $\frac{2}{3}$. de c g. y b d. sera $\frac{2}{3}$. de b f. Y nota, que assi como el triangulo a b c, es partido en tres triangulos yguales a d b. y a d c. y b d c. terminados al punto d, centro del peso, assi tambien es partido en tres quadrilateros yguales terminados al mismo punto d. los quales son e d f. g d f. y g d e. y los angulos oppositos al punto d. en los quadrilateros son los angulos a. y b. y c. del mismo triangulo a b c. por esta causa siendo colgado del

pun

punto d. no podra auer inclinacion, ny por parte delos lados, ny por parte delos angulos, puesto que se pueda partir por tal modo, passando la linea dela particion por el punto d. que queden desiguales las partes. Como si por el punto d. lleuasemos la linea y l. equidistante a la linea a b. porque la linea c g. tiene con c d. proporciõ sesquialtera, la qual es de 3, para 2. y el triangulo a b c. es semejante al triangulo y l c. sera por esta causa la proporcion del triangulo a b c, para el triangulo y l c. como de 9, para 4. y sera por esta cuenta el triangulo y l c. 4. y el quadrilatero a l y b, sera 5. pero ny por eso el triangulo a b c. se inclinara para la parte de a b.

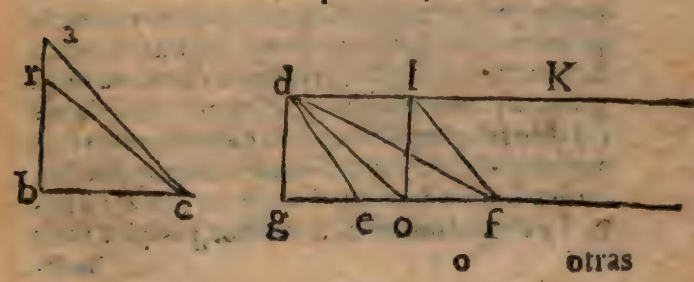
Agora facilmẽte podremos conoscer la distancia delos angulos al punto d. en comparaciõ de las partes o medidas, en las quales son conoscidos los lados del triangulo a b c. Porque si los tres lados del triangulo son conoscidos, la su area sera conoscida, y porque el triangulo a e b. es la mitad del triãgulo a b c. conoscida sera por tanto la area del mismo triangulo a e b. y porq̃ b c. es conoscida, la su mitad que es e b. sera conoscida. Tenemos luego el triangulo a e b. cuya area es conoscida, y los dos lados a b. y b e. son conoscidos, y por estas quantidades notas, podremos conoscer el tercero lado que es a e. por la doctrina del caso. 52. o por la doctrina del caso. 59. por Algebra y sin Algebra, y porque a d, es $\frac{2}{3}$, de a e. sera por tanto a d. conoscida.

64. Si los lados del triangulo fueren conoscidos, podremos por ellos saber, quanto qualquier delos lados se puede estender, o abreuiar,

sin

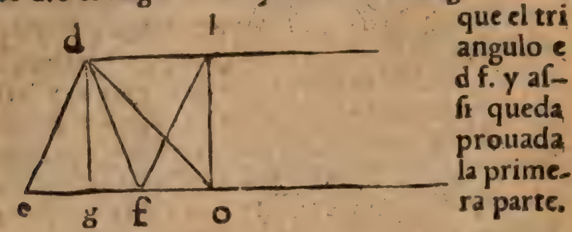
ſin que ſe haga mudança en los otros dos,y ſin que la area creſca,o mengue. En eſta materia deuemos de ſaber,q̃ la area del triangulo rectangulo es mayor que la area de qualquier otro triangulo en que ay dos lados yguales a los dos lados del triangulo rectangulo,que cõprehenden el angulo recto. Y ſi en vn triangulo ouiere angulo obtuſo, y los dos lados que comprehenden eſe angulo obtuſo fueren yguales a otros dos que en otro triangulo comprehenden angulo agudo : Digo , que ſi el angulo obtuſo tanto excediere al recto,quanto el agudo fuere menor que recto,en tal caſo las areas deſos dos triangulos ſeran yguales. Y ſi las differẽcias del obtuſo y del agudo al angulo recto no fueren yguales, la area de aquel triangulo ſera mayor, enel qual la differencia fuere menor . Exemplo del primero, en el triangulo a b c. el angulo b, ſea recto, y el angulo e . del triangulo e d f. ſea obtuſo,y los dos lados a b.y b c. que comprehenden al angulo recto, ſean yguales a los dos lados d e. y e f . que comprehenden al obtuſo. Digo,que mayor es el triangulo a b c.que el triangulo e d f . Porq̃ lleuaremos por el punto d, la linea d k.equidiſtante al lado e f.y del punto f. lleuaremos la linea f l . equidiſtante ala linea e d. y eſtenderemos la linea f e para la parte del punto e.y del punto d.lleuaremos la perpendicular d g,ſobre f g.y del punto l . la perpendicular l o.ſobre la miſma f g.y del punto d,para el punto o. lleuaremos linea recta. Por lo qual en el quadrilatero e d l f. de lados equidiſtantes el lado e f. ſera ygual al lado d l. y en el quadrilate-

latero d g o l. de lados equidistantes, el lado g o. sera ygual a d l. por la .34. del primero libro de Euclides: y por esta causa las dos lineas g o. y e f. serã entre si yguales: y porque pusimos yguales b c. y e f. yguales seran por tanto b c. y g o. y por que a b. pusimos ser ygual a d e. y d e. es mayor que d g. por ser lado opposito al angulo recto enel triangulo d e g mayor sera luego a b. q̃ d g. Cortemos pues de la linea a b. la linea b r. ygual a d g. y lleuemos linea recta de c. para r. y sera por esta causa el triangulo b r c. ygual al triangulo d o g. por la .4. del primero libro, y porque el triangulo e d f. es ygual al mismo triangulo d o g. porque son constituidos sobre las bases yguales g o. y e f. y entre lineas equidistantes, yguales seran luego entre si los dos triangulos b r c. y e d f. por comunun sententia. Y porque el triangulo a b c. es mayor q̃ el triangulo b r c. mayor sera luego el triangulo a b c. que el triangulo e d f. como propusimos. Y lo mismo demonstraremos, si el angulo e. fuere agudo, por que siempre el lado d e. es mayor que d g. y el triangulo d g o. es ygual al triangulo e d f. y menor que el triangulo a b c. Y es esto verdad, no tan solamẽte en esta disposicion, mas aun en las




o otras

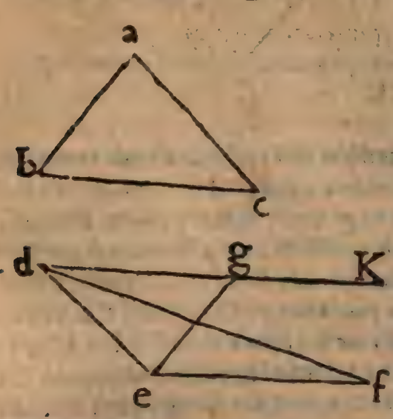
otras,en las quales el angulo e f d.es recto o obtuſo,porque no puede eſſo impedir la demonſtracion,de la qual ſiempre ſe colige,q̃ ſi los dos lados a b.y b c. fueren yguales a los dos d e. y e f. y el angulo b. fuere recto, pero el angulo e. no recto,de qualquier qualidad que ſea el angulo d.o el angulo f. mayor ſera el triangulo a b c. que el triangulo e d f. y aſſi queda prouada la primera parte.




Pero ſea el angulo b.agudo,y el angulo e.obtuſo,ygualmente diſtantes de la quantidad del recto. Digo, que el triangulo a b c. es ygual al triangulo e d f. Porque lleuaremos por el punto d. la linea d k. equidiſtante a la linea e f.y haremos enel punto e.cõ e f. el angulo f e g.ygual al angulo b.Tanto excedera luego el angulo obtuſo f e d.al angulo recto,quãto el miſmo recto excede al agudo f e g.y eſto es proporcion Arithmetica.Y porq̃ ſiendo tres quantidades ordenadas en proporciõ Arithmetica,q̃ tanto excede la primera a la ſegunda,quanto la ſegũda excede a la tercera;es la ſegũda la mitad de la ſũma de la primera y tercera,ſera luego el angulo recto la mitad delos dos angulos obtuſo y agudo,y eſos dos angulos obtuſo y agudo valdran dos rectos,los quales ſon f e d.y f e g. Y porq̃ los dos angulos f e d.y e d g.juntos valẽ dos rectos,porq̃ los haze

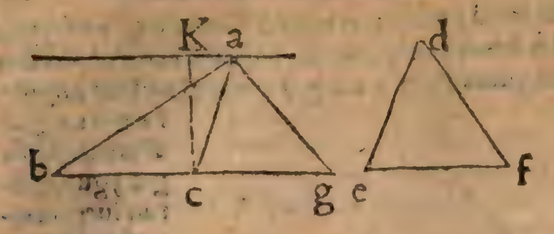
la li-

la linea e d. con las equidistantes d g. y e f. yguales seran por commun sentencia entresi los dos angulos f e g. y e d g. Y porq̃ el mismo angulo f e g. es ygual al coalterno e g d. yguales seran luego entresi los dos angulos e d g. y e g d. y por esta causa enel triãgulo d e g. los dos lados e d. y e g. seran yguales por la sexta del primero libro de




Euclides. Y porque pusimos los dos lados a b. y e d. yguales, ygual sera luego e g. a a b. y porq̃ pusimos b c. y e f. yguales, y hezimos el angulo f e g. ygual al angulo b. lleuando linea recta de f. para g. ygual sera el triangulo e g f. al triangulo a b c. por la. 4. del primero libro, y porque el triangulo d e f. es ygual al triangulo e g f. porq̃ tienen vna misma base, que es e f. y estan entre dos equidistantes, yguales seran por tanto los dos triangulos a b c. y e d f. en los quales el angulo b. es tanto menor que recto, quanto el angulo e. que es obtuso, es mayor que recto.

Por otro modo mas facil se podra esto demõstrar: Pusimos los dos lados a c. y e d. yguales, y los dos b c. y e f. yguales, y q̃ tanto excede al angulo recto el angulo obtuso a c b. quanto el agu

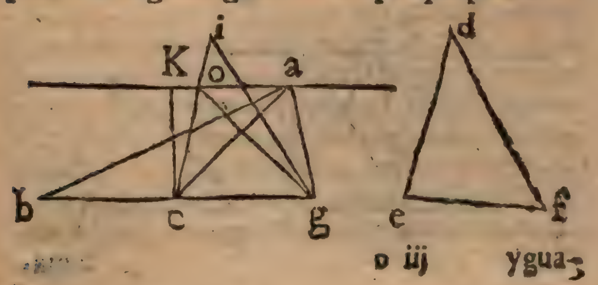



do d e f. es excedido del recto. Estenderemos la linea b c. y haremos c g. ygual a b c. o e f. y lleuaremos de a para g. linea recta, y por a. lleuaremos la recta a k. equidistante a la linea b g. y lleuaremos del punto c. la linea c k. perpendicular sobre b g. Sera por tanto el angulo a c k. el excesso del obtuso a c b. sobre el recto b c k. y el mismo angulo a c k. sera el excesso del angulo recto g c k. sobre el agudo a c g. Luego tanto excede el angulo obtuso a c b. al angulo recto, quãto el recto excede al agudo a c g. y porq̃ pusimos que tanto excede el obtuso a c b. al angulo recto, quanto el agudo d e f. es excedido del recto, por la misma differẽcia luego son excedidos del recto los dos angulos a c g. y d e f. la qual differencia es el angulo a c k. y desto se infiere, que los dos angulos a c g. y d e f. son yguales, por este principio si dos quantidades fueren ygualmente excedidas de dos quantidades yguales, seran essas excedidas entre si yguales. Siendo pues los dos angulos a c g. y d e f. yguales, y el lado a c. ygual al lado e d. y el lado c g. ygual al lado e f. los dos triangulos c a g. y e d f. seran yguales por la .4. del primero libro. Y porque el triangulo a b c. es ygual al triangulo c a g. por

la

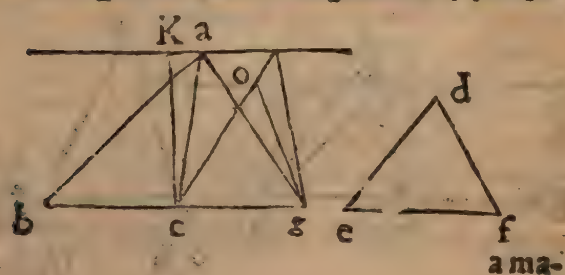
la.38.del primero libro,o por la primera del sexto, yguales seran por tanto los dos triangulos a b c. y e d f. por commun sentencia, y esto queriamos demonstrar.

Pero sea el angulo agudo d e f. mas propinquo al recto, que el obtuso a c b. y los dos lados yguales a los dos lados como de antes. Pornemos c g. ygual a b c. o e f. y haremos enel punto c. con c g. el angulo o c g. ygual al angulo d e f. y la linea c o. necessariamente caera entre la perpendicular c k. y la linea a c. Porque de otra suerte no seria el angulo d e f. q̃ es ygual a o c g. menos distante del recto que el angulo obtuso a c b. Y lleuaremos linea recta del pũto o. para el punto g. por esta causa los dos triangulos a b c. y o c g. que tienen yguales las bases b c. y c g. y estan collocados entre las equidistãtes b g. y a. k. seran entresi yguales. Y porque el angulo o c g. es hecho agudo, el angulo a o c. sera obtuso, porque ambos juntos valen dos rectos, porque son collocados entre las equidistantes b g. y a k. sobre la linea o c. y por esta causa enel triangulo o c a. el lado a c. por ser opposito al angulo obtuso a o c. sera mayor que el lado o c. que es opposito al angulo agudo o a c. Y porque pusimos



yguales a c. y e d. mayor sera luego e d. que o.c. Estenderemos por tanto o c. y haremos c i. ygual a e d. y lleuaremos linea recta de g. para i. y los dos triangulos e d f. y g c i. seran yguales por la 4. del primero libro. Y porque este triangulo g c i. es mayor q̃ el triangulo g o c. el qual es ygual al triangulo a b c. mayor sera luego el triangulo g c i. que el triangulo a b c. y tambien sera mayor q̃ ese triangulo a b c. el triãgulo e d f.

Y pongamos finalmente, que el angulo d e f. es mas distante del recto, q̃ el obtuso a c b. pornemos otra vez c g. ygual a b c. o e f. y haremos enel punto c. cõ la linea c g. el angulo g c r. ygual al angulo d e f. y sera por tanto el angulo g c r. mas distante del recto, que el obtuso a c b. y la linea c r. caera fuera de a c. porque de otra suerte no seria mas distante, y lleuaremos linea recta del punto g. para r. y porque el angulo k c g. es recto, y las lineas b g. y k r. son equidistantes, tambien sera recto el angulo c k r. luego el angulo c a r. exterior del triangulo del triangulo a c k. sera mayor que el interior c k r. el qual es recto, por la. 16. del primero. Obtuso sera por tanto ese angulo c a r. y por esa causa sera agudo el angulo c r a. del triangulo a r c. y porque

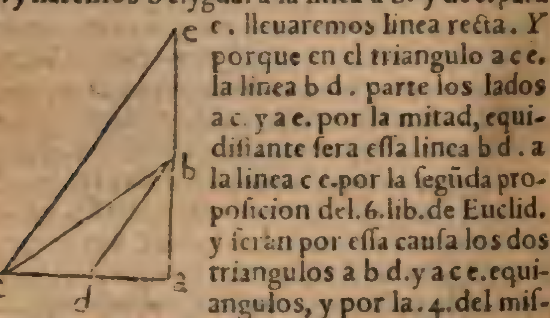



a ma-

a mayor angulo es opposito mayor lado, mayor sera por tanto c r. que c a. y porque c a. y e d. son puestas yguales, mayor sera luego c r. q̃ e d. Cortaremos de la linea c r. la linea c o. ygual a e d. y lleuaremos del punto g. para el punto o. linea recta, y sera el triangulo c o g. ygual al triangulo e d f. por la. 4. del. 1. libro, y el triangulo c r g. por ser mayor que c o g. tambien sera mayor que el triangulo e d f. y porq̃ el triangulo a b c. es ygual al triangulo c r g. porque son fundados en bases yguales y entre lineas equidistantes, mayor sera luego el triangulo a b c. que el triangulo e d f. y es la causa ser el angulo d e f. mas distante del recto, que el obtuso a c b.

Desto se collige, siendo conoscidos los tres lados del triangulo, si podremos estender vn lado, o abreuiarlo, y quanto, sin que se haga mudança en los otros dos lados, ny en la area de lo que antes era. Exemplo: Enel triangulo a b c. sea el lado a b. 3. y a c. 4. y b c. 5. y porque en este exemplo el quadrado de b c. vale tanto como los dos quadrados de a b. y a c. diremos por tanto, que este tal triangulo es rectangulo, y que el angulo recto es b a c. que es opposito al lado b c. y que es el mayor triangulo que puede auer en que el lado a b. sea. 3. y a c. 4. y por esta causa si prolongaremos, o abreuiaremos la base b c. sera la area del triangulo diminuida. Pero porque el angulo b. es agudo, podremos prolongar el lado opposito, que es a c. sin que se haga mudança en los lados a b. y b c. ny en la area, de lo q̃ antes era. Y sera esto quando tanto fuere prolongado el lado a c. que el angulo opposito b. sea hecho ob-

tuſo, y tanto mayor q̃ recto, quanto agora ſiendo agudo es menor que recto, porque llegando el angulo b. a eſſa quantidad, entonces terna el triangulo tanta area ygualmente como agora tiene. Y el modo que ternemos para ſaber quãto ſe deua el lado a c. prolongar, ſera eſte, partiremos a c. por la mitad, en el punto d. y lleuaremos linea recta de b. para d. y tanto prolongaremos a c. haſta q̃ ſea el duplo de la linea b d. porque quando lo fuere, entonces ſera la area deſe triangulo ygual a la area del triangulo a b c. ſin auer mudança en los lados a b. y b c. pero el angulo b. ſera ygual al angulo obtuſo, q̃ le falta paracomplimiento de dos rectos. Para demonſtracion deſto, eſtenderemos la linea a b. por la parte de b. y haremos b e. ygual a la linea a b. y de c. para



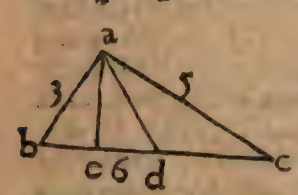

e. lleuaremos linea recta. Y porque en el triangulo a c e. la linea b d. parte los lados a c. y a e. por la mitad, equidiſtante ſera eſſa linea b d. a la linea c e. por la ſegũda propoſicion del. 6. lib. de Euclid. y ſeran por eſſa cauſa los dos triangulos a b d. y a c e. equiangulos, y por la. 4. del miſmo. 6. ternã los lados proporcionales, del lado a c. para el lado a d. ſera como del lado c e. para el lado b d. y porque a c. es duplo de a d. duplo ſera luego c e. de b d. Tenemos luego el triangulo

gulo b c e. enel qual el lado b e. es ygual al lado a b. del triangulo a b c. y el lado b c. es cõmun a entrambos estos triãgulos, pero la base c e. del triangulo b c e. es mayor que a c. base del triangulo a b c. conuiene a saber, es dupla de la linea b d. y la area del triangulo b c e. es ygual a la area del triangulo a b c. por la primera del sexto, por que a b. y b c. son yguales, y el angulo c b e. del triangulo b c e. es aquel obtuso, q̃ con el agudo c b a. del triangulo a b c. cũple dos rectos, y tanto es luego menor q̃ recto el angulo c b a. quãto el angulo c b e. es mayor que recto. Por lo qual si quedando la area del triangulo a b c. en su quãtidad, queremos prolongar la base a c. sin hazer mudança en los lados a b. y b c. sera necessario que abriendo se mas los lados a b. y b c. paraque hagan angulo obtuso ygual al angulo c b e. la base a c. venga a la quantidad del duplo de la linea b d. y porque en este caso es b d. R. 13. sera el duplo della R. 52. Assi que enel triangulo a b c. q̃ tiene de area. 6. si los dos lados a b. y b c. se fuerẽ abriendo mas, de suerte, que el angulo b. vaya creciendo, porque quanto el angulo b. va creciendo, y llegando se a recto, tanto la area va creciendo, como auemos demonstrado, como el angulo b. fuere recto, sera la area maxima, y sera entonces la base a c. R. 34. y la area. $7\frac{1}{2}$. Y despues desto passando el angulo b. de recto, ira luego la area diminuiendo de los. $7\frac{1}{2}$. y tanto que llegare el angulo b. a la quantidad del angulo obtuso c b e. sera en esse punto la base a c. ygual a c e. cõuiene a saber, el doblo de b d. y sera por tanto R. 52. y la area sera. 6. y la cuenta assi lo dize, porque

O v el

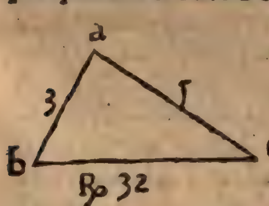
el triangulo e a c. tiene.12.de area, porque tanto se haze multiplicando a e. que es.6. por la mitad de a c. la qual mitad es.2. y si los lados se fueren mas abreuiando, ira la area diminuyendo de los 6. porque como auemos demonstrado, quanto el angulo fuere mas distante del recto, tanto la area sera menor, y es buena especulacion.

Otro exemplo: Sea el lado a b.3. y a c.5. y b c.6. y sera luego la area R. 56. y queriendo saber, si quedando la quantidad de la area, y de los dos lados a b. y a c. y haziendo mudança enel lado b c. lo deuemos, de prolongar, o abreuiar, y quãto, primeramẽte inuestigaremos la qualidad del angulo b a c. opposito a ese lado b c. y hallaremos ser obtuso, porque el quadrado de b c. es.36. pero los quadrados de a b. y de a c. no hazẽ mas que.34. y por esta causa quanto mas el lado b c. fuere ꝑlongado, tanto la area del triangulo sera menor, porq̃ se ira mas apartado del angulo recto el angulo b a c. Pero poderlo emos abreuiar, que de.6. venga a menor quantidad, sin auer mudança en la quantidad de la area, y de los lados a b. y a c. Y porque sepamos quanto b c. se deua de abreuiar, lleuaremos del angulo opposito, que es a. al punto d. medio de la linea b c. linea recta, y diremos conforme a lo que auemos demonstrado en el triangulo rectangulo, que quando ese lado b c. tanto fuere prolongado que sea ygual al duplo dela linea a d. la area del triangulo sera dela mis-




ma

ma quantidad que tiene quando el mismo lado b c. es.6. conuiene a saber, sera R. 56. y sera entonces agudo el angulo b a c. y de tanta quantidad, q̃ con la quantidad del obtuso valga dos rectos Y para conoscer la quantidad de la linea a d. lleuaremos del angulo a. la linea a e. perpendicular sobre b c. y obraremos como enel caso 59. Porque sacando el quadrado de a c. el qual es.25. de los quadrados de a b. y b c. que son.45. quedan.20. y la mitad destos.20. partida por.6. viene.$1\frac{2}{3}$. y tanto sera b e. cuyo quadrado, el qual es.$2\frac{7}{9}$. sacado de.9. quadrado de a b. quedan.$6\frac{2}{9}$. y tanto sera el quadrado de a e. y porque b d. es 3. y b e. es.$1\frac{2}{3}$. quedara d e.$1\frac{1}{3}$. cuyo quadrado es $1\frac{7}{9}$. el qual juntaremos con.$6\frac{2}{9}$. quadrado de a e. y haremos.8. cuya raiz quadrada sera a d. y porque R.8. siendo doblada es R.32. diremos luego que quando el lado b c. el qual antes de se hazer

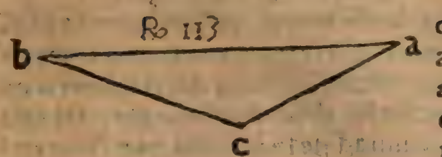



enel mudança es.6. tanto fuere abreuiado, que sea R.32. sera la area del triãgulo la misma R.56. y la prueua assi lo dize. Porque siendo a b. 3. y a c.5. y b c. R.32. sera la sũma de los lados.8. p̃. R.32. cuya mitad es.4. p̃. R.8. de la qual sacando cadavno de los lados, seran las tres differencias. 4. m̃ R.8. y R.8. m̃.1. y R.8. p̃.1. Multiplicando pues.4. p̃. R.8. por.4. m̃. R.8. haremos.8. los quales multiplicando por.7. que se hazen por la multiplicacion de R.8. m̃.1. por R.8. p̃.1. haremos.56. y sera por tanto la area del triangulo R.56. conforme a la doctrina del caso

37. y la mifma quantidad tenia el triangulo, quando el lado b c. era.6.

Pero fi queremos hazer mudança enel lado a b. no la haziendo en los lados a c. y b c.porq̃ el angulo c. es agudo, crefcera el lado a b.de.3. que al prefente tiene,y tambien el angulo c.ira creciendo hafta fer obtufo, y tanto mayor que recto,quanto antes del crecimiento es menor q̃ recto,y fera entonces el lado a b. duplo de la linea que parte la linea a b. por la mitad, la qual fera conofcida lleuando linea perpendicular desdel punto c. fobre a b.eftendida por la parte de a. porque por el angulo b a c. fer obtufo, es forçado caer fuera del triangulo la perpendicular q̃ viene de c.y faber fe ha facilmente la quantidad de la perpendicular, por la area fer ya fabida. Partiremos por tanto R.56.q̃ es la area del triangulo por.$1\frac{1}{2}$. que es la mitad de a b.y verna en la particion R.$24\frac{8}{9}$.y tanto fera perpendicular,por q̃ la area del triangulo es el producto de la perpendicular multiplicada por la mitad de aquel lado fobre q̃ cae,ora la caida fea fuera del triangulo,y ora fea de dentro. Sabida pues la perpendicular,facaremos el fu quadrado del quadrado de a c.y quedara el quadrado de la linea queefta entre la perpendicular y a c. cuya raiz juntaremos cõ la mitad de la linea a b.y el quadrado de la sũma dellas juntaremos cõ el quadrado de la perpendicular,y la raiz de la sũma deftos quadrados diremos que es la linea que viene del pũto c.y parte el lado a b.por la mitad. Obrando por efte modo, hallamos q̃ es efta linea R.$28\frac{1}{4}$. y fera luego el duplo della R.113. y diremos luego que

quan-

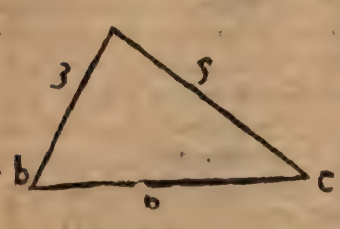



quando el angulo b c a. de agudo que es enel triangulo a b c. que tomamos por exemplo, enel qual a b. es.3. y a c.5 y b c.6. y la area R.56 viniere a ser tan obtuso, que con la quantidad del agudo haga el valor de dos rectos, sin auer mudança en los lados a c. y b c. sera el lado a b. R. 113. y la area sera lo que antes era. s. R. 56. y sera por tanto el crecimiento del lado de 3. para R.113. y la experiencia assi lo dize. Porque siendo a c.5. y b c.6. y a b R. 113. sera la sũma de los tres lados.11. p̃. R.113. cuya mitad es. $5\frac{1}{2}$. p̃. R. $28\frac{1}{4}$. y las differencias desta mitad de los lados a los tres lados son. $5\frac{1}{2}$. m̃. R. $28\frac{1}{4}$. y R. $28\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$. y R. $28\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$. Multiplicando pues. $5\frac{1}{2}$. p̃. R. $28\frac{1}{4}$. por. $5\frac{1}{2}$. m̃. R. $28\frac{1}{4}$. haremos el numero. 2. y multiplicando. 2. por. 28. los quales. 28. se hazen por la multiplicacion de R. $28\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{2}$. por R. $28\frac{1}{4}$. p̃. $\frac{1}{2}$. haremos. 56 y sera luego la area del triangulo R. 56. como era quando el lado a b. era. 6.

Y por Algebra, sin los discursos Geometricos q̃ auemos hecho, siendo nos propuesto el triangulo a b c. cuyos lados son conoscidos, podremos saber, si puede el lado a b. crecer o mẽguar, y quanto, sin auer mudança en la quantidad de los lados, ny en la area. Porque primeramente por los lados podremos saber la quãtidad de la area, por la doctrina del caso. 37. Despues desto propornemos el triangulo a b c. cuya area es conoscida, y los dos lados a c. y b c. son conoscidos, y buscaremos la quãtidad de la linea o lado

a b.

a b.como si fuesse ignoto,y esto haremos obrãdo como enel caso .52. y vernemos a la tercera de las compuestas. *Y* si sacando el numero que esta en compañia del censo de censo, del quadrado de la mitad de los censos,que estan en lugar de cosas,ninguna quãtidad quedare,que es vna çifra, lo mismo sera darla o quitarla de la mitad de los censos,y concluyremos que el caso tiene vna sola respuesta,y lo que viniere sera la quantidad, que de principio pusimos tener a b. y diremos que ese lado a b. no puede ser abreuiado ny prolongado, sin auer mudança en la area,y que los lados a c.y b c.comprehenden con a b.la mayor area,que con otro algun lado pueden cõprehender,y en tal caso el angulo c. sera recto.Pero si sacando del quadrado de la mitad de los censos el numero que esta en compañia del censo de censo, alguna quantidad quedare, en tal caso la su raiz sacada de la mitad de los censos,dara vna quantidad al lado que es opposito al angulo c. y añadida dara otra quantidad differente. Quedara por tanto la misma area,y la misma quantidad de los dos lados a c. y b c. con dos quantidades desiguales,que responden al lado a b. el qual quando fuere la menor,sera opposito a angulo agudo:y quando mayor,sera el angulo obtuso, y la quantidad que de principio ponemos tener a b. sera vna destas dos quan-



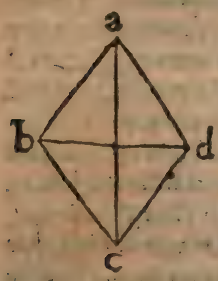
quantidades, y por esta arte alcançaremos si el lado puede crecer o menguar. Exemplo: Sea el lado a b. 3. y a c. 5. y b c. 6. obrando por su regla hallaremos la area ser R. 56. y si queremos saber si puede el lado crecer o menguar, quedando la misma quantidad de area, y de los dos lados a c. y b c. propornemos esta question: El lado a c. del triangulo a b c. es. 5. y b c. es. 6. y la area es R. 56. preguntamos quanta es la linea a b. lado opposito al ángulo c? Pornemos a b. ser. 1. co. y sera luego la sũma de los lados. 11. p̃. 1. co. cuya mitad es. 5$\frac{1}{2}$. p̃. $\frac{1}{2}$. co. y la differẽcia desta mitad a los tres lados sera. 5$\frac{1}{2}$. m̃. $\frac{1}{2}$. co. y. $\frac{1}{2}$. co. m̃. $\frac{1}{2}$. y. $\frac{1}{2}$. co. p̃. $\frac{1}{2}$. Multiplicaremos pues. 5$\frac{1}{2}$. p̃. $\frac{1}{2}$. co. por. 5$\frac{1}{2}$. m̃. $\frac{1}{2}$. co. y haremos. 30$\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{4}$. ce. y multiplicando. $\frac{1}{2}$. co. m̃. $\frac{1}{2}$. por. $\frac{1}{2}$. co. p̃. $\frac{1}{2}$. haremos. $\frac{1}{4}$. ce. m̃. $\frac{1}{4}$. y despues multiplicando estos dos productos vno por otro, conuiene a saber. $\frac{1}{4}$. ce. m̃. $\frac{1}{4}$. por. 30$\frac{1}{4}$. m̃. $\frac{1}{4}$. ce. haremos. 7. ce. $\frac{10}{16}$. m̃. $\frac{1}{16}$. ce. ce. m̃. 7$\frac{9}{16}$. cuya raiz sera la area del triangulo. *Y* porque la misma area es R. 56. yguales seran luego R. 56. y R. V. 7. ce. $\frac{10}{16}$. m̃. $\frac{1}{16}$ ce. ce. m̃. 7$\frac{9}{16}$. y seran luego los sus quadrados yguales, los quales son el numero. 56. y. 7. ce. $\frac{10}{16}$. m̃ $\frac{1}{16}$. ce. ce. m̃. 7$\frac{9}{16}$. y acabada la ygualacion, y reduzido todo a. 1. ce. ce. resultaran finalmente. 1017. p̃. 1. ce. ce. yguales a. 122. ce. Obraremos por la tercera de las compuestas por este modo, la mitad de. 122. es. 61. cuyo quadrado es. 3721. del qual sacaremos. 1017. y quedará. 2704. cuya raiz, la qual es. 52. sacando de. 61. quedan. 9. y dandola a los. 61. hazen. 113. y podra por tanto el censo ser. 9. y tambien podra ser. 113. podra luego la cosa, que es el lado a b. valer. 3. y podra ser R. 113. y la area

sera

ſera la miſma. Enel caſo.52.puſimos el exemplo de quando ay vna ſola reſpueſta,por lo qual no puede el lado crecer ny menguar,por ſer oppoſito al angulo recto, y ſi creſcieſe o menguaſe, la area ſeria menor.

## ❡ De los Rombos.

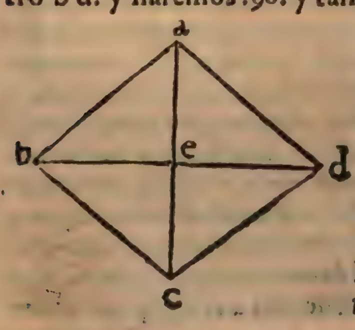
Rombo es figura quadrilatera, en la qual los quatro lados ſon entreſi yguales,pero los angulos no ſon rectos,y en eſto es el Rombo differente del Quadrado,mas tiene los angulos oppoſitos yguales, como por la.8.del primero ſe podra demõſtrar,ſi le hechamos los diametros, y ſeran por tanto yguales a dos rectos los dos angulos ꝗ los dos lados hazen con el vno de los lados, y por eſta cauſa los lados oppoſitos del Rombo es forçado que ſean equidiſtantes. Exemplo: Si los lados del quadrilatero a b c d. ſon yguales, y los angulos no ſon rectos,llamaſe Rombo el tal quadrilatero,y hechandole los diametros a c.y b d. los dos triangulos a b d.y c b d.ſon yguales por la.8.del primero libro: y los angulos b a d.y b c d.que ſon oppoſitos, ſeran yguales : y por la miſma arte




demonſtraremos en los dos triangulos b a c. y d a c. que los angulos a b c. y a d c.ſon yguales. Y porque los quatro angulos del Rombo valen quatro rectos, porque ſe reſuelue en dos triangulos, por eſta cauſa los dos angulos que ſe hazẽ ſobre el lado a b.ſeran ambos ellos juntos ygua-

yguales a dos rectos, y por tanto los dos lados b c. y a d. seran equidistantes. Y por la misma arte quedara prouado que los dos angulos hechos sobre b c. son yguales a dos rectos, y q̃ los dos lados a b. y c d. son equidistantes. Y destos angulos del Rombo, el mayor, q̃ es obtuso, queda opposito al mayor diametro: y el menor, que es agudo, queda opposito al menor diametro. Y no basta la noticia de los lados del Rombo, para conoscer la su area, porq̃ los mismos lados del quadrilatero con differentes angulos comprehenden areas desiguales, y de todo daremos sus reglas.

*65.* Si el lado del Rombo fuere conoscido, y el vno de los diametros tambien fuere conoscido, sera la area conoscida. Exemplo: El lado a b. y cadavno de los otros, sea. 10. y el diametro b d. sea. 16. conosceremos la area por este modo: Del quadrado de a b. el qual es. 100. sacaremos. 64. quadrado de b e. mitad del diametro b d. y quedaran. 36. por el quadrado de a e. cuya raiz, que es. 6 multiplicaremos por. 16. que tiene el diametro b d. y haremos. 96. y tanta sera la area del




Rombo. La razõ desta obra es, q̃ en el triangulo a b d. multiplicando el catheto a e. por b e. que es la mitad de b d. hazemos la area dese triangulo, y porq̃ los dos triangulos a b d. y b d c.

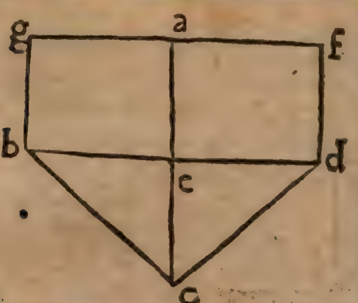
b d c. ſon yguales, por eſta cauſa multiplicando a e. en b d. haremos la area de entrambos los triangulos, y de ambos juntos conſta el Rombo. Que los ſemidiametros b e. y e d. ſean yguales, y los angulos en e. ſean rectos, eſto es muy claro, porque los dos triangulos b a c. y d a c. ſon equi angulos por la. 8. luego en los dos triangulos b. a e. y d a e. los dos angulos en a. ſerã yguales, y por la. 4. concluiremos, que b e. y e d. ſon yguales, y los angulos a e b. y a e d. yguales, y por eſa cauſa ſon rectos.

66. Si la area del Rombo fuere conoſcida, y el vno de los diametros fuere tambiẽ conoſcido, el otro diametro ſera conoſcido, y el lado tambien conoſcido. Porque ſi la area es conoſcida, y el diametro b d. conoſcido, porq̃ la area ſe halla por la multiplicacion del diametro b d. en el catheto a e. partiremos por tanto la area por b d. y verna a e. y el doblo de a e. ſera a c. El lado conoſceremos juntando el quadrado de a e. cõ el quadrado de b e. porque la raiz de la sũma ſera el lado a b. Exemplo: Sea la area. 96. y b d. 16. partiremos. 96. por. 16. y vernan. 6. y tanto ſera a e. cuyo quadrado. 36. sũmado cõ. 64. quadrado de b e. harà. 100. cuya raiz, la qual es. 10. ſera el lado a b.

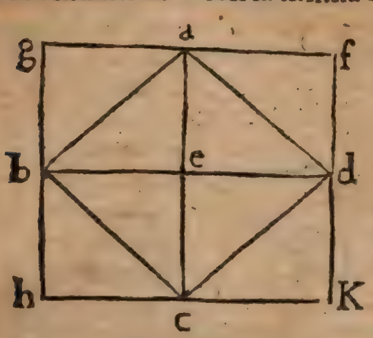
67. Si la area del Rombo fuere conoſcida, y la proporcion de los diametros tambien fuere conoſcida, el lado ſera conoſcido, y los diametros conoſcidos. Exemplo: Sea. 60. la area del Rombo a b c d. y la proporciõ del diametro a c. para el diametro b d. ſea como de. 4. para. 3. Digo, q̃ el lado y los diametros ſeran conoſcidos por eſte modo: Pornemos a c. ſer. 4. co. y ſera

por

por tanto b d.3.co.y a e.sera.2.co. y porq̃la area del Rombo es lo que se haze multiplicando a e. por b d. multiplicaremos.2.co.por.3.co.y haremos.6.censos que seran yguales a.60.que es simple conjugacion. Partiremos.60.por.6.y vernã 10.por valor del censo,y sera luego el valor dela cosa R.10.y porque a e.es.2.co.multiplicaremos R.10.por.2.y haran R.40.y tanto sera a e.y multiplicaremos R.10.por.3.y hará R.90.y tanto sera b d. Y la experiencia assi lo dize,porque R.40.multiplicada por R.90.haze R. 3600. la qual es.60.que pusimos ser la area,y partiremos R.90. por la mitad,y verna R.$22\frac{1}{2}$.que sera b e.Iuntaremos los quadrados de a e.y b e.en vna sũma, y hará $62\frac{1}{2}$.y tanto sera el quadrado de a b. y sera luego a b. R.$62\frac{1}{2}$. Y es este caso semejante al que se trato en los quadrangulos rectangulos altera parte longiores,en los quales siendo la area conoscida,y la proporciõ de los lados conoscida, buscauamos la quantidad de los lados. Porque haziendo el quadrangulo rectangulo b d f g.sobre el diametro b d. y el semidiametro a e. sera necessariamente ygual al Rombo,y el diametro b d.quedara por lado del rectangulo, y la linea a e.sera ygual al otro lado,y la obra sera la misma. Por que hecha la posicion sobre los diame-



tros del Rombo,tomamos la mitad del vno, y proſeguimos la obra aſſi como en los rectangulos. Y por eſta cauſa auemos por eſcuſado multiplicar caſos en los Rombos, porque conuertiendo el Rombo en rectangulo,como auemos hecho, lo que ſe propuſiere del Rombo ſe aplicara al rectangulo, y obrando enel rectangulo, ſacaremos la reſpueſta para el Rombo,con muy poca induſtria. Y con la miſma facilidad obraremos,ſi entendieremos el rõbo deſcrito en el quadrãgulo rectangulo f g h k. cuyos lados ſon los diametros del rõbo,y la area es dupla. Y ſiendo nosdada la area del rombo,tomaremos el duplo por la area del rectangulo,y lo que ſe tratare de los diametros del rombo,ſera como ſi trataſſemos delos lados del rectangulo,y ſi nos dan conoſcidos los diametros,es tanto como darnos ſabidos los lados del rectangulo,y la reſpueſta para la area del rombo,ſe ſacara de la area del rectangulo, porq̃ conſta ſer el rombo la mitad del rectangulo,y el exemplo deſto daremos enel caſo ſiguiente.




68. Si la area del Rombo fuere conoſcida, y lo que viene partiendo el mayor diametro por el menor fuere conoſcido, ſeran los diametros conoſcidos, y el lado conoſcido. Exemplo: La

area

area del Rombo a b c d. sea.120.y siendo partido el diametro a c. por el diametro b d. sea el quociente. $2\frac{2}{5}$.y queremos por estas cosas conoscidas saber la quãtidad de los diametros del Rombo, y su lado. Por que en la figura pasada es el rectangulo duplo del Rombo, sera luego la area del rectangulo.240.y porque los lados del rectangulo son yguales a los diametros del Rombo, pornemos, por tanto el lado menor, q̃ sea f g. ser.1.co.y sera luego el lado f k.2.cosas y.$\frac{2}{5}$.de co.por quãto 2.co.y.$\frac{2}{5}$.de cosa, siendo partidas por.1.co.vienen $2\frac{2}{5}$. Y porq̃ la multiplicacion del vno de los lados del rectãgulo por el otro, haze la area del rectangulo, multiplicaremos por tanto. 1.co.por.2.co. y.$\frac{2}{5}$.de co.y haran.2.censos y.$\frac{2}{5}$.de censo, que serã yguales a.240.y es simple conjugacion. Partiremos pues el numero.240. por el numero de los censos, q̃ es.$2\frac{2}{5}$.y vernã.100.por valor del censo: y sera luego el valor de vna cosa.10.y tanto sera el lado f g.o diametro b d. Y porq̃ el lado f k.partido por.10. vienẽ.$2\frac{2}{5}$. multiplicaremos por tanto 10.por. $2\frac{2}{5}$.y haremos.24.y tanto sera el lado f k. del rectãgulo, o el diametro a c.del Rombo. O si quisieremos, partiremos.240.que vale la area del rectangulo por.10.lado menor, y vernã.24.por el lado mayor. Para conoscer el lado del Rombo, multiplicaremos a f.q̃ es.5.por si misma, y haran 25.y multiplicaremos d f.que es.12.por si misma, y haran.144.estos quadrados juntos hazen.169. cuya raiz, que es 13. sera el lado a d.

¶ Del Romboide.

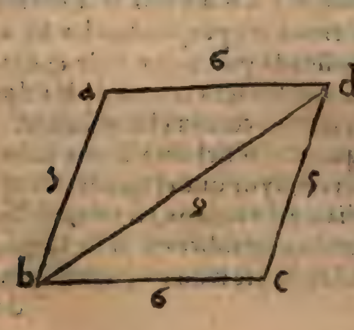
ROmboide es figura quadrilatera, en la qual solamente los lados oppositos son

yguales, y los angulos no ſon rectos, y en eſto es differente del quadrágulo rectangulo, que no es quadrado. Por q̃ la miſma differencia que ay entre eſtas dos figuras, ay tambien entre el rombo y el quadrado. Demonſtro Euclides enel primero libro, q̃ enel quadrilatero ſi los lados oppoſitos fuerẽ equidiſtantes, ſeran tambien yguales, y la cõuerſa ſe puede demonſtrar por la arte de que vſamos enel rombo, de ſuerte que en el romboide los lados oppoſitos ſon yguales y equidiſtantes, porque de vna coſa de ſtas ſe ſigue la otra. Y porque los angulos del romboide ſe pueden variar por muchos modos, y la mudança de los angulos haze diuerſidad en las areas, como de los triangulos auemos demonſtrado enel caſo.64. que es la miſma razon del quadrilatero de lados equidiſtãtes, por conſtar de dos triangulos yguales, por eſta cauſa la noticia de los lados no es baſtante para con ella ſola conoſcer la area, como el quadrilatero de lados equidiſtantes no fuere rectangulo, en que todos los angulos ſon rectos. Es baſtante la noticia del lado para conoſcer la area del quadrado, pero no baſta conoſcer el lado para por el conoſcer la area del rombo. Es la cauſa, que el angulo del rombo no puede ſer recto, y recibe por tanto mucha variedad, y deſto naſce, que la ſu mitad, que el diametro ſeñala, la qual es vn triangulo iſoſceles, puede ſer mayor o menor, ſegun q̃ el angulo del rombo es mas llegado al recto, o mas apartado del en la quantidad, como auemos demonſtrado enel caſo.64. Y eſto no tiene lugar enel quadrado, porque la mitad del es vn trian

gulo

gulo rectangulo isosceles, mayor q̃ el triangulo isosceles, que es la mitad del rombo, y por esta causa, mayor es el quadrado, que el rombo de ygual ambito. Y puesto q̃ los diametros del rombo son desiguales, qualquier dellos lo parte en dos triangulos yguales isosceles, los dos dellos son oxygonios, y los otros dos ambligonios, o obtusiangulos, y es el oxygonio ygual al ambligonio, porq̃ el angulo agudo del oxygonio con el obtuso del ambligonio, hazen juntamẽte dos rectos, por lo qual tanto es el agudo menor que recto, quanto el obtuso es mayor q̃ recto, y por la doctrina del caso. 64. serã yguales. Siendo pues assi, q̃ la noticia de los lados del romboide no es bastante para por ella conoscer la area, sera necessario q̃ allende desto se de conoscido el diametro, o la perpẽdicular q̃ viene del vno delos angulos sobre el opposito lado, y cõ esto sera la area conoscida, como veremos en los casos que se siguen.

69. Si los lados del rõboide, y el diametro fuerẽ conoscidos, sera la su area conoscida. Exẽplo: En el romboide a b c d. sea el lado a d. 6, y a b. 5. y el diametro b d. sea. 9. y queremos conoscer la area.




Porq̃ el rõboide queda partido por el diametro en dos triãgulos yguales, conosceremos la area del triãgulo, o por la perpendicular, o por la do-

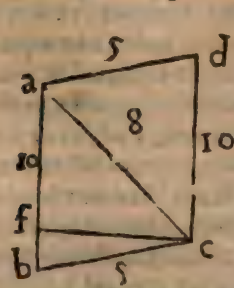
 ctri-

ctrina del caſo.37.y el duplo de la area del triangulo ſera la area del romboide. La sũma de los lados del triangulo es.20.la mitad es.10.y las differencias de.10.a los.3.lados ſon.1.y.4.y.5. Multiplicando.1.por.4.hazen.4.y.4.por.5.hazen.20.y.20.por.10.hazen.200.y ſera luego la area del triangulo a b d.o b c d. R.200.y el duplo,que es R.800.ſera la area del romboide a b c d. Y eneſto del romboide es neceſſario aduertir,ſi el numero que nos dan por quantidad del diametro b d. es menor que los dos lados juntos a b. y a d. o ſi a b. es menor que a d. y b d. o ſi a d. es menor que los dos a b. y b d. porque aſſi cũple que ſea para conſtituir triangulo,porque no ſiendo los numeros del diametro y de los lados tales, el caſo que nos propuſieren ſera impoſſible. Por noticia del catheto del triangulo hallaremos la miſma quantidad de area,porque eneſte caſo el quadrado de b d. ſera mayor que el quadrado de a b. y que el de a d.juntos, y ſera por tanto obtuſo el angulo b a d. y agudos los dos angulos a b d. y a d b. y por eſta cauſa la perpendicular que viniere del angulo a. ſobre b d. caera de dentro del triangulo a b d.y por la doctrina del caſo.33. hallaremos eſa perpendicular ſer R. $9\frac{71}{81}$.la qual multiplicada por.9.que vale el diametro,haran R.800.y eſto ſera la area de los dos triangulos,de los quales conſta el romboide.

Y quando el quadrado del vno de los lados del romboide fuere mayor que el quadrado del otro lado,y del diametro juntos,en tal caſo lleuaremos la perpendicular ſobre eſe lado, la qual ſiendo multiplicada por eſe lado nos dara la area

del

del romboide. Exemplo: Enel romboide a b c d. sea a b.10. y b c.5. y el diametro a c.8. porque el quadrado de.10. es mayor que el de.5. y el de.8. juntos, el angulo a c b. sera obtuso, y la perpendicular c f. caera de dentro del triangulo a b c. conosceremos c f. por la doctrina del caso.33. y multiplicarla emos por.10. y haremos el duplo del triangulo, que es tanto como la area del rõboide. Y sabe, que enel romboide no puede ser q̃ el quadrado del diametro sea ygual a los dos quadrados juntos de los dos lados, porque en tal caso el angulo del romboide, q̃ es opposito al diametro, seria recto, por lo qual cadavno de los otros angulos tambien seria recto, y no seria por esa causa romboide.




Pero puede enel romboide el quadrado del vno de los lados ser ygual a los quadrados del otro lado, y del diametro juntos, como si a b. fuere.10. y a c. 8. y b c. no.5. sino.6. y en tal caso el angulo a c b. sera recto, y multiplicando por tanto a c. por b c. verna la area del romboide.

## ¶ Del Trapezio.

QValquier figura quadrilatera, que no es de las sobredichas, se llama Trapezio. Y puede en el Trapezio auer dos lados oppositos yguales, pero no seran equidistantes, porque si lo fuesen, siendo yguales y equidistantes, tambien los otros dos lados serian yguales y equidistantes, y por esa causa ya no seria Trapezio.

Y puede enel Trapezio auer dos lados oppositos que sean equidistantes,mas no seran yguales,porque se figuiria el mismo inconueniente. Y esto se ve en este quadrilatero a b c d. que es Trapezio,en el qual a b. y c d. son yguales, pero no son equidistantes,y a d.y c b.son equidistãtes, pero no son yguales. Otros Trapezios ay,en los quales dos lados son equidistantes,pero todos quatro son desiguales:y otros ay,en los quales dos lados son yguales,pero no ay en ellos lados equidistantes: y otros ay,en los quales ny ay lados yguales,ny equidistantes.

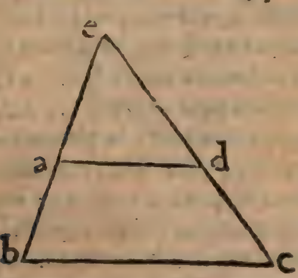
70. Si en el Trapezio a b c d. los dos lados a d. y b c. fueren equidistantes, y todos quatro conoscidos,la su area sera conoscida. Por q̃ pongamos por exemplo que b c.sea.12.y a d.8.y a b.5.y c d.6.y porque b c.en tal caso es mayor que la equidistante a d. lleuando las lineas a b.y c d. para las partes a.y d.es necessario q̃ siendo prolongadas concurran, y hagan triangulo con la base b c. Por que si fuessen equidistantes,porq̃ a d.y b c.son equidistantes,yguales serian luego a d.y b c.y yguales a b.y c d. que es cõtra lo presupuesto, y no seria Trapezio. Concurren por tanto los dos lados a b. y c d. pero no para las partes de b.y de c.porque si para essas partes nos dixeren que cõcorren,siguese que mayor es a d. que b c.y esto es contra el presupuesto. Y q̃ esto si sigua,es muy claro, porq̃ por causa de la equidistancia de las lineas a d.y b c, tal proporcion

aura

aura de a d.para b c. como de toda la linea que ay entre el punto a. y el concurſo, para la linea que ay entre el punto b.y el concurſo. y porque la que ay entre el punto a. y el concurſo,es mayor que la que ay entre el punto b.y el cõcurſo, porque la incluye en ſi, mayor ſera luego a d. que b c.Sera por tanto el concurſo para las partes de a.y d.ſea pues enel punto e.y ſeran luego conoſcidos los dos lados a e.y e d.del triangulo a d e. Porque por la yguałdad de los angulos,y ſemejança de los triangulos e b c.y e a d.ſera por la.4.del.6.tal proporcion de b e.para a e. como de b c. para a d. y ſera luego por la proporcion diuiſa, demonſtrada enel. 5 . tal proporcion de a b. que es la differencia entre b e.y a e.para a e. como ay dela differencia que ay entre b c. y a d. para a d. Y porque la differencia entre b c.y a d. es conoſcida, ſera luego conoſcida la proporcion deſa differencia para a d.que ſe da conoſcida, y la proporcion de a b. para a e. que es eſa miſma,ſera conoſcida,y porque a b.es conoſcida, ſera luego a e. conoſcida. Y la regla ſacada deſta demonſtracion,ſera eſta: De b c.que eneſte caſo es 12.ſacaremos a d.que es 8.y quedaran.4. de differencia, diremos pues por regla de tres, ſi.4.nos dan.8. que es a d. 5.que es a b. quanto nos dara? Multiplicaremos.8.por.5. y harã.40. eſtos.40.partiremos por.4 y vernan.10.y tanto ſera a e. y por el miſmo modo obrando hallaremos e d.ſer.12. ſera luego toda la linea b e. 15. y toda la linea e c.18. Siendo pues el triangulo e b c. de lados conoſcidos, la ſu area ſera conoſcida,y porque el triangulo a d e.tiene los lados

con-

conoſcidos, la ſu area ſera conoſcida, y ſacando vna area de otra, quedara conoſcida la area del Trapezio a b c d. Eſta regla y demonſtracion hecha, para conoſcer la area del Trapezio, en q̃ ay dos lados equidiſtantes, aprouecha para conoſcer ſi el caſo es poſſible. Porque ſi nos propuſieren el Trapezio a b c d. enel qual los lados b c. y a d. ſon equidiſtantes, y nos dixeren, que a b. es. 20. y a d. 10. y c d. 40. y b c. 30. preguntando nos quanto ſea el valor de la area. haziendo le ſu cuenta conforme a la regla que auemos dado, hallaremos eſte caſo ſer impoſſible. Por que demonſtrado auemos, que ſiendo los dos lados b c. y a d. equidiſtantes, y b c. mayor que a d. neceſſariamente los lados a b. y c d. ſiendo prolongados han de cõcurrir para las partes de a. y d. aſſi como en e. pero q̃ los lados del Trapezio tengan las quã




tidades que nos declararon, eſto es impoſſible. Por q̃ ſi tienen eſas quantidades, obrando luego por la regla q̃ ſacamos de la demonſtracion, ſera b e. 30. y c e. 60. y por tanto enel triangulo e b c. los dos lados b e. y b c. ſeran juntos yguales al tercero lado, que es e c. lo qual es impoſſible. Por que en todo triangulo qualesquier dos lados juntos ſon mayores q̃ el tercero, por la. 20. del primero libro. Y el miſmo impoſſible ſe ſigue enel triangulo a e d, por lo qual impoſſible

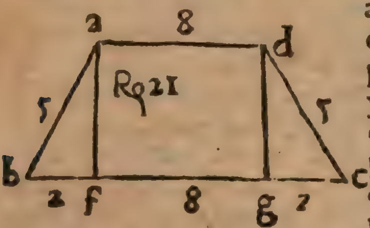
es auer tal dispoficion de Trapezio, qual nos propusieron para manifestar la area que tiene.

71. Enel mismo Trapezio a b c d. enel qual los dos lados a d. y b c. son equidistantes, si los lados son conoscidos, la qualidad de los angulos b. y c. sera conoscida, y tambien las perpendiculares que vienen de a. y de d. sobre b c. seran conoscidas. Por que si los lados a b. y c d. fueren yguales, los dos angulos b. y c. seran yguales y agudos. Es la causa, que si a b. y c d. son yguales, los lados b e. y c e. del triangulo e b c. en la figura del caso pasado, y por la misma demonstracion seran yguales, y seran por tanto yguales los dos angulos b. y c. sobre la base b c. por la. 5. del primero libro, y seran luego agudos, porque no puede auer en vn triangulo dos angulos rectos, ny obtusos. Pero si el lado d c. fuere mayor que a b. el angulo c. sera agudo. Es la causa, q̃ siendo d c. mayor que a b. sera tambien c e. mayor que b e. porque de c d. para a b. es como de e d. para a e. y si c d. es mayor que a b. tambien c d. sera mayor que a e. y luego toda c e. sera mayor que toda b e. por lo qual mayor sera el angulo b. q̃ el angulo c. por ser opposito a mayor lado, y el angulo c. por ser menor, sera agudo, por la razon sobredicha, que no puede auer en vn triangulo dos angulos rectos ny obtusos. Y entonces para conoscer la qualidad del angulo b. sera necessario inquirir la quantidad de a e. y d e. por la regla del caso pasado, para que conste la quantidad de b e. y de c e. y haremos comparacion entre el quadrado de c e. y los dos quadrados de b e. y b c, conforme a la doctrina del caso. 32.

por

porq̃ si fuere hallado menor que esos dos quadrados juntos, el angulo b. sera agudo, y si fuere mayor, sera obtuso, y si fuere ygual a los quadrados, sera recto. Si el lado d c. fuere menor que a b. sera luego a b. mayor que d c. y trataremos de los angulos assi, como quãdo poniamos que d c. fuesse hallado mayor que a b.

Siendo pues conoscida la qualidad de los angulos, facilmente podremos saber la quantidad de las perpendiculares que vienen de a. y d. sobre la base b c. Porque si los angulos b. y c. son agudos, como en esta figura, las perpendiculares a f. y d g. caeran dedentro del Trapezio, y si los lados a b. y c d. fueron yguales, los dos angulos b. y c. seran yguales. Y porq̃ el quadrilatero a d g f. es de lados equidistantes, yguales seran luego las perpendiculares, y yguales las dos lineas a d. y f g. y por la ygualdad de los lados a b. y c d. los quadrados de a f. y b f. seran yguales a los dos quadrados de d g. y c g. y sacando de vna y otra parte los quadrados de a f. y d g. que son yguales, quedaran entresi yguales los quadrados de b f. y c g. y esas lineas b f. y c g. seran yguales, y sera cada vna dellas conoscida, porque son ellas juntas el excesso de b c. sobre a d. Sacaremos por tanto el quadrado de b f. del quadrado de a b. y quedara conoscido el quadrado de a f. Exemplo: Sea b c. 12. a d. 8. a b. 5. y d c.



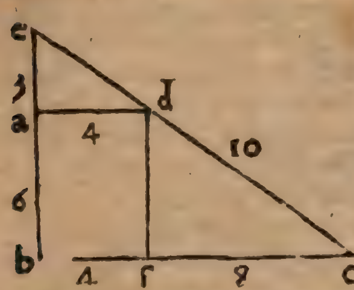
y d c.5. ſera luego f g.8. y b f. 2. cuyo quadrado, que es.4. ſacado de.25. que el quadrado de a b. quedaran.21. por el quadrado de la perpendicular a f. y ſera por tanto a f. R.21.

Mas pongamos en la miſma figura los angulos b.y c.agudos, pero los lados a b.y c d. deſiguales, a b. 5. c d. 6. b c.12. y a d.8. y inquiriremos la quantidad de la perpendicular por eſta arte. El quadrado de c d.ſera.36.y el de a b.ſera 25. y la differencia dellos ſera.11.por lo qual los dos quadrados de d g.y de c g. juntos,excederã a los quadrados de a f.y de b f.juntos en elos 11. Sacando luego de entrambas las sũmas los quadrados de las perpendiculares d g.y a f.que ſon yguales,y las quantidades que quedan aun ſerã deſiguales, por la miſma differencia que entre las sũmas auia.Excedera luego el quadrado de c g. al quadrado de b f. en.11. y porque la linea f g.es.8.ſeran las dos lineas b f. y c g.juntas los 4.que quedan de.12. Pornemos luego b f. ſer.1. co. y ſera por tanto c g.4 m̃.1.co.cuyos quadrados ſon .1. ce. y.1. ce. p̃.16. m̃. 8.co. juntaremos con el.1.ce.quadrado de b f.11. y ternemos.1 ce. p̃.11.iguales a.1.ce.p̃.16 m̃.8.co. Ygualando hallaremos que.5.ſon yguales a.8.co. partiremos 5.por.8. y vernan . $\frac{5}{8}$. por valor de vna coſa, la qual es b f. cuyo quadrado.$\frac{25}{64}$.ſacaremos de.25. quadrado de a b.y quedaran.24$\frac{39}{64}$. por el quadrado de a f. ſera luego la perpendicular a f. o d g.R.24$\frac{39}{64}$. y deſta obra de Algebra ſe puede ſacar regla facil para caſos ſemejantes.

Y ſi en eſtos Trapezios de dos lados equidiſtantes, continuando los otros dos lados haſta

el

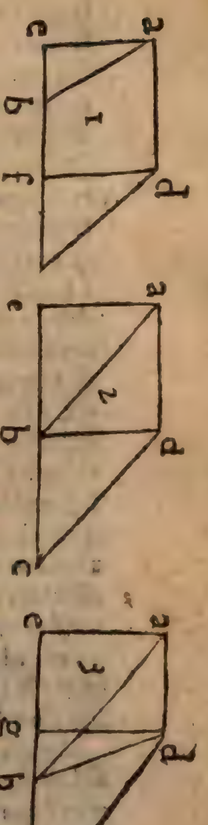
el concurſo, hallaremos que el vno de los angulos ſobre la baſe es recto, ſera el modo muy mas facil, porque el menor lado de los dos oppoſitos que no ſon equidiſtantes, ſera la miſma perpendicular. Exemplo: Enel Trapezio a b c d. el lado a b. ſea.6. a d.4. b c.12. y c d. 10. y porque c d. es mayor que a b. mayor ſera el angulo b. que el angulo c. y ſera por tanto agudo el angulo c. y porque prolongãdo a b. y c d. haſta el punto e. del concurſo, hallamos q̃ b e. es.9. y e c.15. conforme a la regla del caſo.70. y es el quadrado de 15. ygual a los dos quadrados de .9. y de . 12 . pronunciaremos por eſta cauſa al angulo b. por recto, y la linea a b. ſera perpendicular ſobre b c. y la otra perpendicular, la qual es d f. ſera tambien .6.




Pero ſi en eſtos Trapezios de dos lados equidiſtantes el angulo b. fuere obtuſo, aſſi como en la ſiguiente figura, en tal caſo ſiempre la perpendicular a e. que viene del punto a. cae de fuera del Trapezio, de ſuerte que el punto e. es antes del punto b. y la razon deſto auemos dado hablando de los triangulos enel caſo.33. Mas, la perpendicular que viene del punto d. puede caer ſobre b c. por tres modos differentes, porq̃ o caera de dentro del Trapezio en f. entre b. y c. como en la primera figura, o caera en b. aſſi como en

la ſe-

la ſegunda, o cortando al lado a b. caera en g. entre los puntos e. y b. aſſi como en la tercera. Y por qualquier modo que eſto ſea, por vna miſma regla podremos conoſcer la quãtidad de la perpendicular. *Y* para eſto deuemos de ſaber, que en la primera figura la linea f c. la qual eſta entre el punto c. y la perpendicular que viene del punto d. excede a la linea e b. la qual eſta entre el punto b. y la perpendicular que viene de a. y el exceſſo es ygual a aquel exceſſo por el qual el lado b c. excede al lado a d. Porque e f. y a d. ſon yguales, y por eſta cauſa tanto excedera la linea b c. a la linea a d. quanto excede a la linea e f. ſacaramos de b c. y de e f. la commun linea b f. y quedaran por tãto las lineas f c. y e b. deſiguales por la miſma differencia, por la qual la linea b c. excede a la linea e f. y por conſeguiente a la linea a d. Y en la ſegũda figura es lo miſmo, porque la linea b c. excede a la linea e b. por el exceſſo en que la miſma b c. excede a la linea a d. por q̃ a d. y e b. ſon yguales. *Y* en la tercera figura tambien la linea g c. la qual eſta entre el punto c. y la perpendicular q̃ viene de d. excede tanto a la linea e b. quãto b c. excede al lado a d. Por que a d. y e g. ſon yguales, y por tanto quanto b c. excediere a e g. tãto excedera al lado a d. demos a b c.



y a e g. la commun linea b g. que esta en medio, y constituiremos de vna parte la linea g c. y de la otra sera constituida la linea e b. q̃ guardaran la misma differencia que tienen b c. y e g. porq̃ si a quãtidades desiguales dieremos vna misma quantidad, resultaran desiguales por la misma differencia que antes auia.

Y deuemos de notar, que en qualquier destas tres figuras la linea que jaze entre el punto c. y la perpendicular q̃ viene del punto d. haze vn quadrado, el qual excede al quadrado dela linea e b. por aquella differencia por la qual el quadrado de d c. excede al quadrado de a b. y esto demonstraremos en la primera figura. El quadrado de d c. es ygual a los dos quadrados de d f. y f c. y el quadrado de a b. es ygual a los dos quadrados de a e. y e b. y por tanto los primeros dos quadrados juntos excederan a los dos segundos juntos, por la misma differẽcia por la qual el quadrado de d c. excede al quadrado de a b. sacaremos los dos quadrados de las perpendiculares d f. y a e. que son yguales, y quedara la misma differencia entre el quadrado de f c. y el quadrado de e b. y esa misma differencia aura entre los quadrados de d c. y a b. y esta demonstracion sirue en todas tres figuras.

Agora daremos regla para conoscer la quantidad de la perpendicular en qualquier destas tres figuras, y q̃ sirua en todas, y pornemos exemplo en la primera, porque el mismo modo ternemos en las otras. Porque la linea f c. excede tanto a la linea e b. quanto la linea b c. excede a la linea a d. como auemos demonstrado,

saca-

ſacaremos a d.de b c.y quedara conoſcido el exceſſo de f c.ſobre e b. Iten,porque tanto excede el quadrado de d c. al quadrado de a b.quāto el quadrado de f c. excede al quadrado de e b. ſacaremos el quadrado de a b. del quadrado de d c. y quedara conoſcido el exceſſo del quadrado de f c. ſobre el quadrado de e b. Y ſiendo eſto aſſi conoſcido,podremos por Algebra conoſcer la quantidad de e b. y ſacaremos el ſu quadrado del quadrado de a b. y quedara conoſcido el quadrado de a e. y ſera luego conoſcida eſa perpendicular a e.O por la miſma arte conoſceremos f c.cuyo quadrado ſacaremos del quadrado de d c.y quedara conoſcido el quadrado de la perpendicular d f. Exemplo: El lado a d.ſea.10. a b.6. b c.15.y d c.8. ſacaremos.10.de.15.y quedaran.5.y tanto ſera el exceſſo de f c.ſobre e b. y ſacaremos.36.quadrado de.6. de.64.quadrado de.8.y quedaran.28. y tanto ſera el exceſſo del quadrado de f c.ſobre el quadrado de e b. Tenemos luego dos quantidades f c.y e b.la mayor excede a la menor en.5. y el quadrado de la mayor excede al quadrado de la menor en.28. y ſiendo aſſi conoſcido el exceſſo actual,y el potencial,facilmente por Algebra conoſceremos la quantidad de cadavna dellas. Por que pornemos la menor ſer.1.co.y ſera luego la mayor.1.co. p̄.5. y ſeran los quadrados 1.ce. y.10.co. p̄.1.ce.p̄.25. daremos al menor,que es.1.ce. los.28. y ternemos.1.ce. p̄.28. yguales a

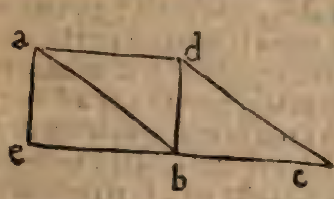
10.co. p̃.1.ce. p̃.25. Ygualando quedaran.10.co. yguales al numero.3.que es simple conjugacion, partiremos.3. por.10. y vernan. $\frac{3}{10}$. por valor de la cosa, y tanto sera e b. cuyo quadrado es. $\frac{9}{100}$. los quales sacados de . 36 . quedara el quadrado de la perpendicular a e.35 $\frac{91}{100}$.cuya raiz sera a e.

Desta obra hecha por Algebra sacaremos regla facil enel Trapezio, que tiene angulo obtuso sobre la base, y dos lados equidistantes. Multiplicaremos por si los dos lados no equidistãtes haziendo quadrados, y del quadrado mayor sacaremos el menor, y de lo q̃ quedare sacaremos el quadrado de la differencia, que ay entre los lados equidistantes, y lo que quedare partiremos por el duplo dela dicha differẽcia, y el quociente sera la linea e b . cuyo quadrado sacaremos del quadrado de a b . y la raiz de lo q̃ quedare sera a e.y en esta obra siempre entendemos que las perpendiculares vienẽ sobre el lado mayor de los dos equidistãtes, aque llamamos base, y al menor de los dos equidistantes llamamos cabeça . Enel mismo exemplo obraremos assi: 8. por si multiplicados hazen.64. y.6.por si hazen.36. sacando.36.de.64. quedan.28. y de.15.sacando.10.quedan.5.que multiplicados por si hazen.25.los quales sacaremos de.28.y quedarã.3. estos.3.partiremos por.10.duplo de.5.y vernan $\frac{3}{10}$. que sera e b. cuyo quadrado . $\frac{9}{100}$. sacaremos de.36.y quedaran.35 $\frac{91}{100}$.cuya raiz sera la perpendicular a e. y esto acontece en la primera figura de las tres.

Y pongamos en otro exemplo a d. 6. a b.10. b c.15. y d c. 17. para conoscermos la perpendicular

cular

cular, sacaremos de.289. quadrado de.17. el quadrado de.10. y quedaran.189. destos sacaremos.81. quadrado de.9. differencia de.6. y.15. y quedaran 108. los quales partiremos por.18. duplo de.9. y vernan.6. que sera e b. cuyo quadrado.36. sacaremos de.100. y quedaran.64. quadrado de.8. y diremos por tanto, que la perpẽdicular es.8. y por que e b. es hallada.6. sera ygual de a d. y acontecera esto en la. 2. figura.




Y pongamos en otro exemplo a d.3. a b.10. y b c.12. y d c.17. para conoscer la perpendicular, sacaremos.100. quadrado de.10. de.289. quadrado de.17. y quedaran.189. destos sacaremos.81. quadrado de.9. que es la differencia entre.12. y.3. y quedaran.108. los quales partiremos por.18. duplo de.9. y vernan.6. que sera e b. cuyo quadrado que es.36. sacando de.100. quedarã.64. quadrado de la perpendicular, y sera luego la perpẽdicular 8. como antes, puesto que la base y la cabeça son de differentes quantidades, pero la differencia entre ellas es la misma. Y esto acontece en la tercera figura, porque siendo a d.3. no puede e b. ser. 6. sino passando e b. del punto en que cae la perpendicular que viene del punto d.

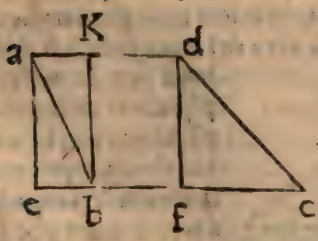
72. Si los lados del Trapezio que tiene dos lados equidistantes fueren conoscidos, la su area sera conoscida por otro modo differẽte del caso 70. Por que por la doctrina del caso.71. sabremos quanta sea la perpendicular, por la qual multi-

plicaremos la mitad de la sũma de los dos lados equidiſtãtes, que ſon la baſe y la cabeça, y el producto ſera la area del Trapezio. Por que en la primera figura del caſo paſado, en la qual los angulos b. y c. ſon agudos, ſi los lados a b. y c d. ſon yguales, juntando a d. con b c. ternemos b f. y c g. que ſon yguales, y dos vezes f g. y ſera luego la mitad de la sũma la linea f g. con b f. o con c g. Y porque el rectangulo a f g d. ſe haze por la multiplicacion de la perpendicular a f. en f g. y el triangulo a b f. por la multiplicacion de a f. por la mitad de b f. por eſta cauſa, ſi multiplicaremos la perpendicular en b f. ternemos los dos triangulos a b f. y d c g. y porque la miſma perpendicular multiplicada por f g. haze el rectangulo, como auemos dicho, multiplicando por tanto la perpendicular por la mitad de la sũma de los dos lados equidiſtantes ternemos la area del Trapezio. Y en la miſma figura ſi los lados a b. y c d. fueren pueſtos deſiguales, la mitad de la sũma de los dos lados equidiſtãtes ſera f g. y la mitad de b f. con la mitad de c g. y porque la area del triangulo a b f. es el producto de la multiplicacion de la perpendicular a f. por la mitad de b f. y la area del triangulo d c g. es el producto de la multiplicacion de la miſma perpendicular, o de ſu ygual d g. por la mitad de c g. y la area del rectangulo a f g d. es el producto de la multiplicaciõ de la miſma perpendicular por f g. por tanto en la primera figura en la qual los angulos ſobre la baſe del trapezio ſon agudos, y la baſe y la cabeça ſon equidiſtantes, la area ſe halla multiplicando la perpendicular por la mitad

tad desos dos lados equidistantes.

Y quando el angulo b. es recto, es lo mismo. Porque la mitad de los dos lados equidistantes es la linea b f. y la mitad de f c. y porque el quadrangulo a b f d. se haze por la multiplicacion del catheto en b f. y la area del triangulo d f c. se haze por la multiplicacion del catheto en la mitad de f c. sera luego la area del trapezio lo que se haze multiplicando el catheto en la mitad de la sūma de los dos lados equidistantes.

Y quando el angulo b. es obtuso, es lo mismo. Por que en la primera figura de las tres de angulo obtuso, lleuando del punto b. la perpendicular b k. sobre e c. sera muy claro q̄ la sūma de los dos lados equidistantes a d. y b c. es tanto como f c. y a k. y dos vezes b f. y sera luego la mitad de la dicha sūma la mitad de f c. y la mitad de a k. y la linea b f. juntamēte, y por q̄ la area del triangulo d f c. es lo q̄ se haze multiplicando la perpendicular por la mitad de f c. y la area del triangulo a b k. es lo que se haze multiplicando la perpendicular por la mitad de a k. y la area del rectangulo b f d k es lo que se haze multiplicando la perpendicular por b f. y destas tres figuras .s. triangulo d f c. y triangulo a b k. y quadrangulo b f d k. es compuesta la area del trapezio. sera luego la area del trapezio lo que se haze multiplicando la perpendicular por la



mitad dela sũma delos dos lados equidiſtantes.

Y en la ſegunda figura de las tres del angulo obtuſo, es eſto aun muy claro, porque multiplicando la perpendicular por la mitad de la linea a d. haremos la area del triangulo a b d. y multiplicando la perpendicular por la mitad de la linea b c. haremos la area del triangulo d b c. y porque deſtas dos areas es compueſta la area del trapezio, por tanto la multiplicacion de la perpendicular por la mitad de los dos lados equidiſtantes haze la area del trapezio.

Y en la tercera figura del angulo obtuſo, es la miſma prueua, por que el rectangulo a e g d. es duplo del triangulo a b d. porque ſon colocados entre las equidiſtantes e c. y a d. y tienen la miſma baſe a d. y por que el miſmo rectangulo ſe haze por la multiplicacion de la perpendicular por a d. luego la area del triangulo a b d. ſe hara por la multiplicacion de la perpẽdicular por la mitad de a d. Y porque la area del triangulo d b c. ſe haze por la multiplicacion de la miſma perpẽdicular por la mitad de b c. y deſtos dos triangulos cõſta la area del trapezio a b c d. ygual ſera luego la area del trapezio a lo que ſe haze multiplicando la perpendicular por la mitad de los dos lados a d. y b c.



Luego ſi queremos ſaber quãta ſea la area del trapezio, ſaberemos primeramente por la doctrina del caſo.71. la quantidad de la perpendicular,

lar, y multiplicandola por la mitad delos dos lados equidistantes, q̃ son base y cabeça, haremos la area del tal trapezio. Exemplo enel primero trapezio del caso . 71 . enel qual la base es.12. y la cabeça.8.hallamos la perpẽdicular ser R.21.y porque.12.con 8.hazen.20.multiplicaremos.10.por R.21. y haremos R.2100. y tanto sera la area.

Y enel segundo, enel qual la base es.12. y la cabeça.8.pero el vno de los lados era.5.y el otro.6. hallamos la perpendicular ser R.$24\frac{39}{64}$. multiplicaremos por tanto.10. por R. $24\frac{39}{64}$. y haremos R. $2460\frac{15}{16}$. y tanto sera la area.

Y en el tercero trapezio, enel qual la base es.12. y la cabeça.4.era la perpendicular.6.ygual al vno de los dos lados, por el angulo del trapezio ser recto. Y porque.12.con.4.hazen.16.la mitad, que es.8. multiplicaremos por .6. y haremos.72. y tanto sera la area.

Y en el quarto trapezio, que es el primero de angulo obtuso sobre la base, por q̃ la cabeça es 10.y la base.15.la mitad de ambos juntos sera.$12\frac{1}{2}$. que multiplicados por R.$35\frac{91}{100}$. q̃ fue hallada la perpendicular, harã R.$5610\frac{15}{16}$.y tanto sera la area.

Y enel quinto trapezio, que es el segundo del angulo obtuso, la cabeça es.6.y la base.15.y la mitad de ambos juntos es.$10\frac{1}{2}$.y porque la perpendicular fue hallada.8.multiplicaremos.$10\frac{1}{2}$. por 8. y haremos.84. y tanto sera la area.

Y enel sexto trapezio, que es el tercero de angulo obtuso, la cabeça es.3. y la base.12. y la mitad de ambos juntos es.$7\frac{1}{2}$.los quales siendo multiplicados por .8 . que fue hallada la perpendicular, hazen.60. y tanto sera la area.

Los diametros destos trapezios podremos facilmente conoscer. Por que en el primero, en el qual los dos lados no equidistātes son yguales, la linea b f. es.2. y assi quedara f c.10. cuyo quadrado, que es.100. juntamente con.21.quadrado de la perpendicular a f. haran.121.cuya raiz sera el diametro que va de a.para c. El otro diametro es ygual deste. Pero en este caso muy mas facilmente podremos conoscer el diametro por la arte que traemos en el capitulo .20. del segundo libro *De ratione nauigandi*, tratando de las distancias de los lugares del orbe.

Y en el segundo trapezio tambien sera conoscido el diametro. Porque sacaremos.$\frac{5}{8}$.que vale b f.de.12. que es b c. y quedaran.$11\frac{3}{8}$. cuyo quadrado juntaremos cō.$24\frac{39}{64}$.quadrado de la perpendicular a f. y el quadrado desa sūma sera el quadrado del diametro.

Y enel tercero, por que el angulo b.es recto, y los quadrados de a b y de b c. juntos hazen.180. sera el diametro a c. R.180.

Y enel quarto, por que la linea e b. es.$\frac{3}{16}$. sera el lado e c.del triangulo rectangulo.$15\frac{3}{16}$. y por que el quadrado dela perpendicular es.$35\frac{91}{166}$.juntar lo emos con el quadrado de.$15\frac{3}{16}$.y la raiz de la sūma dellos sera el diametro a c.

Y enel quinto, porque la linea e b.es 6. sera e c. 21.y la perpendicular a e.es.8. haremos los quadrados, y la raiz de la sūma dellos sera el diametro, que va de a. para c. Y enel sexto, por que la linea e b. es.6. sera e c.18. y la perpendicular es 8. haremos los quadrados, y la raiz de la sūma dellos sera el diametro que va de a. para c.

Y por que tratamos de los trapezios prolixamente, para que mas esto constase por sus principios, y este es nuestro intento en esta obra, que los practicos quedē scientes, recogeremos agora lo sobredicho en vna sola regla, que todo comprehenda, la qual por su demonstracion prouaremos, y sin la doctrina del caso.70.

73. Siendo nos propuesto vn trapezio de dos lados equidistantes, de los quales el mayor se llama base, y el menor cabeça, y todos quatro lados son conoscidos, si queremos saber la quantidad de la perpendicular q̃ viene sobre la base, y la qualidad de los angulos, y quāta sea la area, haremos assi: Sacaremos del base la cabeça, y si los dos lados fueren propuestos yguales, multiplicaremos por si la mitad de la differēcia que ay entre la base y cabeça, haziendo quadrado, el qual sacaremos del quadrado del lado, y la raiz de lo que quedare, sera la perpendicular. Multiplicaremos por tanto la perpendicular por la mitad de la sūma de la base y cabeça, y haremos la area del trapezio, cuyos angulos sobre la base seran yguales y agudos, y los otros que se hazē con la cabeça seran yguales y obtusos.

Pero si los dos lados son propuestos desiguales, sacaremos el quadrado del menor del quadrado del mayor, y si lo que quedare fuere ygual al quadrado de la differēcia que ay entre la base y cabeça, en tal caso el lado menor sera la perpendicular que con la base haze angulo recto, y el otro angulo sobre la base sera agudo, y los otros dos angulos que los lados hazen con la cabeça, seran los que quedan de quatro rectos .s.

vno

vno dellos es recto,el qual haze el lado menor, y el otro es obtuſo,el qual haze el lado mayor. La area conoſceremos multiplicando la perpendicular por la mitad de la sũma de la baſe y cabeça. Pero ſi la differencia de los quadrados de los dos lados fuere hallada menor que el quadrado de la differencia de la baſe y cabeça,en tal caſo los angulos del trapezio ſobre la baſe ſeran agudos,y los otros dos ſobre la cabeça ſerã obtuſos. Sacaremos pues la differencia que ay entre los quadrados de los lados del quadrado de la differencia de la baſe y cabeça, y lo q̃ quedare partiremos por el duplo de la dicha differencia de baſe y cabeça, y lo que viniere en la particiõ ſera la linea que jaze entre la perpendicular,q̃ ſe junta con el lado menor,y el angulo agudo propinquo.Eſta linea multiplicaremos en ſi miſma haziendo quadrado,el qual ſacaremos del quadrado del lado menor,y la raiz de lo que quedare ſera la perpendicular, la qual multiplicando por la mitad de la baſe y cabeça,verna la area del trapezio conoſcida.

Y ſi hecha comparacion entre la differẽcia de los quadrados de los lados y el quadrado de la differẽcia de la baſe y cabeça,hallaremos mayor la differencia de los quadrados de los lados,que el quadrado de la differencia de la baſe y cabeça; en tal caſo el angulo que haze la baſe cõ el lado menor ſera obtuſo,y el otro que haze cõ el lado mayor ſera agudo,y por tanto los otros dos angulos, que los lados hazen con la cabeça, ſeran los que quedan de quatro rectos. Y para conoſcer la perpendicular,ſacaremos el quadrado de

la dif-

la differencia de la base y cabeça, de la differentia de los dos quadrados de los lados, y lo q̃ quedare partiremos como antes por el duplo de la dicha differencia de base y cabeça, y lo que viniere en la particion sera la linea q̃ jaze de fuera del trapezio entre el menor lado y la perpendicular, el quadrado desta linea sacaremos del quadrado del lado menor, y la raiz de lo que quedare sera la quantidad de la perpendicular. La qual multiplicaremos por la mitad de la sũma de la base y cabeça, y ternemos sabida la area del trapezio.

En sũma, quando los lados son propuestos desiguales, hazemos comparacion entre la differencia de los quadrados de los lados y el quadrado de la differencia de la base y cabeça, y si los hallamos yguales, dezimos que el lado menor es la perpendicular, y el angulo que haze con la base es recto, y el otro es agudo. Pero si los hallamos desyguales, sacamos la menor quãtidad de la mayor, y lo q̃ queda partimos por el duplo de la dicha differencia de la base y cabeça, y lo que viene en la particion multiplicamos en si mismo, y el producto sacamos del quadrado del menor lado, y la raiz de lo que queda dezimos ser la perpendicular, la qual en toda disposicion multiplicamos por la mitad de la sũma de la base y cabeça, y hazemos la area del trapezio. Y quanto a los angulos, si hallamos que es menor la differencia de los dos quadrados de los lados que el quadrado de la differencia de la base y cabeça, dezimos que los angulos sobre la base son agudos. Mas hallando la mayor, es obtuso el angulo

gulo que el menor lado haze cō la base, porque el otro que el lado mayor haze, es agudo en toda disposicion.

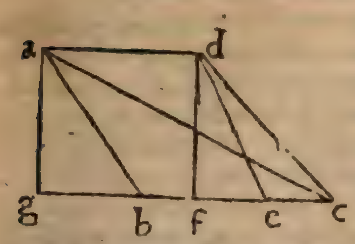
Quanto a los diametros, quando los dos lados son yguales, auemos de sacar de la base la mitad de la differēcia que entre ella y la cabeça ay, y el quadrado de lo que quedara, se juntara con el quadrado de la perpendicular, porque la raiz desa sūma sera el diametro. Y si los lados son desiguales, y el menor dellos fuere hallado perpendicular sobre la base, juntaremos su quadrado con el de la base, y la raiz desa sūma sera el diametro del trapezio, que va desde lo alto del menor lado hasta el concurso del lado mayor cō la base. Pero si son desiguales, y no fuere el menor lado perpendicular sobre la base, y los angulos fueren hallados agudos sobre la base, sacaremos de la base la linea q̃ en la particion vino, y el quadrado de lo que quedare juntaremos cō el quadrado de la perpendicular, y la raiz de la sūma que hizieron sera el diametro que va desde lo alto del lado menor. Y si el angulo que el menor lado haze con la base, por la regla q̃ auemos dado fuere hallado obtuso, en tal caso juntaremos con la base la linea que vino en la particion, y el quadrado de todo junto juntaremos con el quadrado de la perpendicular, por que la raiz desa sūma sera el diametro, que va desde lo alto del menor lado.

La demonstracion sera esta, vsando de las figuras pasadas. Sea a b. menor que c d. lleuaremos del punto d. la linea d e. equidistante a la linea a b. y por que el quadrilatero a b e d. es de

lados

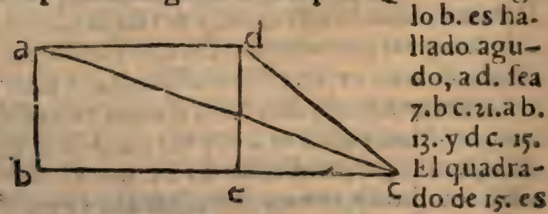
lados equidistantes, yguales será por tanto los dos lados a b. y d e. y conoscida sera la linea e c. la qual queda sacando de la base b c. la linea b e. que es ygual a la linea a d. Pongamos q̃ el quadrado de c d. se halle exceder al quadrado de d e. en menor quantidad que lo que es el quadrado de c e. agudo sera luego el angulo d e c. por que si fuese recto exceder lo hia en tanto, y si fuese obtuso, excederlo hia en mayor quantidad. Y porque el angulo d c e. es menor q̃ ese angulo d e c. por ser opposito a menor lado en el triãgulo c d e. sera por esa razõ agudo, y lleuando del punto d. linea perpendicular sobre e c. la qual sea d f. es forçado caer entre los puntos e. y c. y por la.13. proposicion del segundo libro de Euclides, el quadrado de c d. sera menor que los quadrados de d e. y e c. quanto es el duplo de lo que se haze de c e. en e f. luego el quadrado de c d. con el duplo de lo que se haze de c e. en e f. es tanto como los dos quadrados de d e. y e c. y sacando de entrambas estas sũmas el quadrado del lado d e. quedara de la vna el solo quadrado de e c. y de la otra quedara el excesso del quadrado de c d. sobre el quadrado de d e. con el duplo de lo q̃ se haze de c e. en e f. ygual quedara por tanto el quadrado de e c. al excesso del quadrado de c d. sobre el quadrado de d e. con el duplo de lo que se haze de c e. en e f. Sacaremos

mos pues del quadrado de la linea c e. la qual es el excesso de la base sobre la cabeça, el excesso del quadrado de c d. sobre el quadrado de d e. y quedara el duplo de lo que se haze de c e. en e f. y esto vale tanto como lo que se haze del duplo de c e. en e f. y por que el quadrado de c e. es conoscido, y el excesso del quadrado de c d. sobre el quadrado de d e. es conoscido, lo que queda, que es lo que se haze del duplo de c e. en e f. sera conoscido. Y por que el duplo de c e. es conoscido, partiremos eso que queda por el duplo de c e. y lo que viniere en la particion sera e f. la qual sera conoscida. Sacaremos el quadrado de e f. del quadrado de d e. q̃ es ygual al menor lado, y la raiz de lo q̃ quedare sera la perpendicular d f. Y que el angulo a b c. sea agudo es muy claro, por que las lineas a b. y d e. son hechas equidistantes, y ygual sera por tanto el angulo d e c. que es exterior, y agudo al interior a b c. Para conoscermos el diametro a c. lleuaremos del pũto a. sobre b c. la perpendicular a g. y por que a b. es ygual a d e. y a g. a d f. en los dos triangulos rectangulos b a g. y e d f. yguales seran por tanto b g. y e f. y por que e f. es la que vino en la particion, y es por esa causa conoscida, tambien b g. sera conoscida, la qual sacaremos de b c. que se propuso conoscida, y quedara g c. conoscida, cuyo quadrado juntaremos con el quadrado de la perpendicular a g. que es ygual a d f. y haran vna sũma conoscida, y la raiz desa sũma sera el diametro a c. Mas pongamos, que el quadrado de c d. es hallado exceder el quadrado de d e. en mayor quãtidad que lo que es el quadrado de e c. la qual linea




nea es el excesso dela base sobre la cabeça, obtuso sera luego el angulo d e c. del triangulo c d e. Porq̃ si el excesso fuese tanto, el angulo d e c. seria recto, y si el excesso fuese menor, seria agudo. lleuaremos del punto d. sobre b c. la perpendicular d f. y sera forçado caer fuera del triangulo c d e. Sacaremos pues el quadrado de e c. del excesso del quadrado de c d. sobre el quadrado de d e. y quedara el duplo delo que se haze de e c. en e f. por la. 14. del segundo, y esto vale tanto, como lo que se haze del duplo de c e. en e f. Luego si partieremos eso que quedo por el duplo de c e. verna e f. cuyo quadrado sacaremos del quadrado dela linea d e. que es ygual al menor lado, el qual es a b. y la raiz delo q̃ quedare, sera la perpendicular d f. Y que el angulo a b c. sea obtuso, es muy claro, porque es ygual al exterior d e c. que auemos demonstrado ser obtuso, y la causa dela ygualdad es porque las lineas a b. y d e. son equidistantes, y el angulo d c e. es agudo, porque el angulo d e c. es obtuso enel triangulo c d e. El diametro a c. sera conoscido, porque las perpendiculares a g. y d f. son yguales, y las dos a b. y d e. yguales en los quadrilateros de lados equidistantes, por lo qual en los dos triangulos rectangulos e d f. y b a g. los dos lados e f. y b g. seran yguales. Iuntaremos pues b g. con b c. y toda la linea c g. sera conoscida,

cuyo quadrado pornemos en vna sũma con el quadrado de la perpendicular a g. y la raiz desa sũma sera el diametro a c. Y pongamos finalmẽte que la differẽcia delos quadrados de d c. y d e. es ygual al quadrado de c e. la qual es la differencia entre la base y cabeça del trapezio, recto sera luego el angulo c e d. del triangulo c d e. y recto tambien el interior a b c. entre las equidistantes a b. y d e. y multiplicando el lado a b. por la mitad dela sũma dela base y cabeça, sera conoscida la area del trapezio, y el diametro sera conoscido, haziendo sũma del quadrado del lado a b. y del quadrado de la base b c. porque la raiz desa sũma sera la quãtidad del diametro, y a esto sirue la presente figura. Exemplo: Quãdo el angulo b. es hallado agudo, a d. sea 7. b c. 21. a b. 13. y d c. 15. El quadrado de 15. es




225. del qual sacãdo 169. quadrado de 13. quedan 56. y de 21. q̃ es la base sacar la cabeça, q̃ es 7. quedan 14. cuyo quadrado es 196. y sera luego el angulo b. agudo, destos 196. sacaremos 56. y q̃daran 140. los quales partiremos por 28. duplo de 14. y vernan 5. cuyo quadrado 25. sacaremos de 169. y quedaran 144. cuya raiz 12. sera la perpendicular, la qual multiplicaremos por 14. mitad de base y cabeça, y haremos 168. y tãta sera la area del trapezio. El diametro sera 20. porque de 21. sacar 5. quedan 16. cuyo quadrado 256. sũmado con

144. quadrado dela perpendicular, hazen 400. cuya raiz ſera el diametro a c. en ſu figura.

Exemplo quando el angulo b. es obtuſo: Sea a d 7. b c. 16. a b. 10. y d c. 17. el quadrado de 17. es 289. del qual ſacando 100. quadrado de 10. quedã 189. delos quales ſacando 81. quadrado de 9. que es la differencia dela baſe y cabeça, quedan 108. los quales partiendo por 18 que es duplo de 9. vienẽ 6. cuyo quadrado 36. ſacando de 100. quedan 64. cuya raiz 8. ſera la perpendicular, la qual multiplicando por 11½. mitad dela baſe y cabeça, hara 92. y tanta ſera la area del trapezio. El diametro ſera R. 548. porque juntando 6 con 16. haremos 22. cuyo quadrado, que es 484. pornemos en vna sũma con 64. y haran 548. cuya raiz es a c. Penſo Oroncio Fineo que la noticia de los quatro lados del trapezio que tiene dos lados equidiſtantes, no era baſtante para conoſcer la area, porque dize, que ſe mida el diametro, y que quedando aſſi el trapezio partido en dos triangulos de lados conoſcidos, las areas deſos triangulos ſeran conoſcidas, y la area del trapezio, que delos dos triangulos conſta, ſera conoſcida. Y no ve que por la noticia delos quatro lados, ſi los dos ſon equidiſtantes, ſe ſabe la area, y la perpendicular, y los diametros, y el cõcurſo de dos lados, y la qualidad delos angulos, como auemos demõſtrado. De ſuerte, que enel trapezio que el toma por exemplo para inquirir la area, no era mas neceſſario dezir, ſino proponer aſſi: Tenemos vn trapezio que de baſe tiene 20. y la cabeça a ella equidiſtãte tiene 10. y el menor lado delos dos es 10. y el mayor es 16. y que-

remos ſaber la quantidad de la area, y quanta ſea la perpendicular, y quanto ſea qualquier delos diametros, y la qualidad delos angulos, y prolongando los dos lados, quanto les falta para llegar al concurſo. Principalmente que el diametro no ſe puede conoſcer, ſino ſabiendo primero quanta es la perpendicular, y quien conoſce la perpendicular, luego conoſce la area del trapezio multiplicandola por la mitad dela sũma dela baſe y cabeça. Verdad es, que en aquel capitulo. 20. del ſegũdo libro *De ratione nauigandi*, que auemos alegado, enſeñamos a conoſcer el diametro del trapezio, enel qual dos lados ſon equidiſtantes, y los otros dos ſon yguales, ſin noticia dela perpendicular. Y ſi pretendia Oroncio, que el diametro ſe mediese mechanicamente, ya eſo no ſeria conoſcer por cuenta y Geometria. Y para mechanicamente medir, mejor ſeria medir la perpẽdicular, porque eſto es mas propinquo para ſaber quanta ſea la area del trapezio. Y tiene otro incomodo el conoſcer la area del trapezio por noticia de los triangulos de que conſta, el qual es, que la quantidad ſe nõbra por binomio, ſi la area del vno delos triangulos, o de entrambos fuere irracional, ſaluo ſi las dos areas fueren communicantes, porque en tal caſo pueſto que ninguna dellas ſea numero, ſe podran nombrar ſimplemente. Como ſi el vno delos triangulos del trapezio tuuieſe de area R.8. y el otro fueſe R.32. porque partiẽdo 32. por 8. vienen 4. que es numero quadrado, cuya raiz es 2. por eſta cuenta R.32. tiene en ſi dos raizes de 8. ygualmente, y R.8. con R.32. ambas juntas

tas

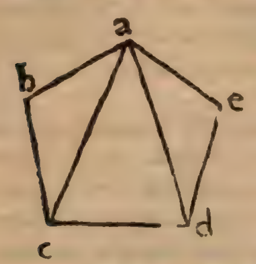
tas, seran tanto como tres raizes de 8. y porque R 8. multiplicada por 3. haze R. 72. por esta causa diremos que la area del trapezio es R. 72. Otro exemplo: La area del vno de los triangulos sea R. 8. y la area del otro sea R. 18. partiendo 18. por 8. vienen 2 $\frac{1}{4}$. cuya raiz es 1 $\frac{1}{2}$. y por esta causa R. 18. terna en si la raiz de 8. vna vez y media, y por esta causa seran auidas por communicantes, y R. 18. con R. 8. juntas, seran tanto como dos raizes y media de 8. y porque R. 8. multiplicada por 2 $\frac{1}{2}$. haze R. 50. diremos luego, que la area del trapezio es R 50.

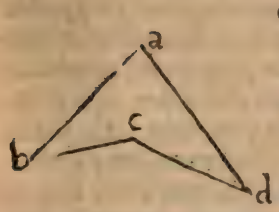
74. Si los quatro lados del trapezio, que no tiene lados equidistantes, y el diametro, fueren conoscidos, la area sera conoscida. Porq̃ queda ese trapezio partido en dos triangulos de lados conoscidos, los quales triangulos por esa causa seran conoscidos, y todala area del trapezio, q̃ dellos consta, sera conoscida.

¶ *Pentagonos, y otras figuras de muchos lados.*

75 Si los lados del Pentagono, o de otra qualquier figura de muchos lados, fuerẽ conoscidos la area sera conoscida con ayuda de instrumẽto mechanico. Porque aun q̃ algunas figuras multilateras tengan Regla especial para por sola la noticia delos lados podermos saber la area, es pero Regla general en toda figura rectilinea pasando del triangulo, resoluerse en tantos triangulos, quantos son los angulos o lados que tiene, menos dos, y por los triangulos conoscer la area. Exemplo: Qualquier quadrilatero se puede partir en dos triangulos, que son menos dos que quatro. y el pentagono se puede partir en

tres triangulos, que son menos dos que 5. y el exagono en 4.triangulos, que son menos dos q̃ 6.y assi por lo consiguiente en las otras figuras. Y la arte que ternemos para partir en triangulos, sera lleuar lineas rectas del vno delos angulos a todos los otros angulos, excepto alos dos angulos vezinos de entrambas las partes, como en esta figura pentagona vemos. En la qual lleuando del angulo a. lineas a los angulos c. y d. quedara partido en tres triangulos, y por aquy se conosce quantos angulos rectos, valen los angulos interiores de qualquier figura rectilinea. Porque del numero delos angulos sacãdo dos, quedara el numero de triangulos en los quales se resuelue, y porque los angulos de cada vno delos triangulos valẽ dos rectos, doblando por tanto ese numero que queda, ternemos el numero de angulos rectos, que valen los angulos interiores dessa figura rectilinea. Exemplo del pentagono: De 5. sacar 2. quedan 3. que son tres triangulos en que se resuelue, y porque el duplo de 3. es 6. diremos por tanto, que los 5. angulos interiores del pẽtagono valen 6. angulos rectos. Y tratamos delas figuras rectilineas, en las quales el numero de los lados es ygual al numero de los angulos interiores, porque ay otras figuras rectilineas, en las quales el numero de los lados no es ygual al numero delos angulos, como en este

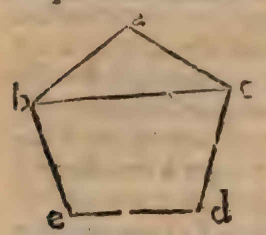




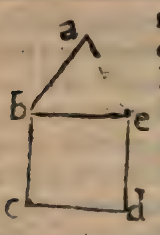

este quadrilatero a b c d que tiene solos tres angulos interiores, los quales valē menos que dos rectos. Y partida la figura rectilinea en triangulos, como dicho auemos, mediremos con algun mechanico instrumēto, las lineas por las quales la tal figura es partida en triangulos. Y seria aptissimo instrumento vna Regla partida en partes yguales, y cadavna de las partes sera de aquella medida por la qual notamos los lados desa figura rectilinea. Porque si nos dizen, q̃ los lados tienen tantos palmos, sera la regla partida en palmos. y por esta arte serā los lados de los triangulos conoscidos, y por noticia de los lados, podremos conoscer la area dela figura rectilinea, por ser compuesta delos triangulos, cuyas areas son conoscidas conforme a sus reglas.

Y algunas vezes bastara para conoscer la area dela figura rectilinea medir vna sola linea, como enel pētagono equilatero y equiāgulo a b e d c. la linea b c. Porque sacando delos angulos a b e. y a c d. que son yguales, los dos angulos a b c. y a c b. que son yguales, por el triangulo b a c. ser isosceles, quedaran por tanto yguales c b e. y d c b. y porq̃ los dos angulos b e d. y c d e. son yguales, y los quatro angulos del quadrilatero b c d e. valē 4. rectos, yguales serā luego a dos rectos los dos angulos e b c. y b e d. porq̃ son la mitad delos 4. angulos del quadrilatero, y serā por esta causa equidistantes las dos lineas b c. y e d.

y porque b c.es mayor que a b.por ser opposita a mayor angulo enel triangulo b a c.mayor sera tambien que e d. Desto se sigue que el quadrilatero b c d e.es trapezio de dos lados equidistãtes.s. b c.base,y e d.cabeça,y los otros dos lados b e.y c d.que no son equidistantes,son yguales. Podremos luego conoscer la area deste trapezio por la doctrina del caso.73. y porque la area del triangulo a b c.se conosce, porque los lados se dan conoscidos, y la area del pentagono cõsta de la area del trapezio, y dela area del triangulo,resultara por tãto conoscida la area del



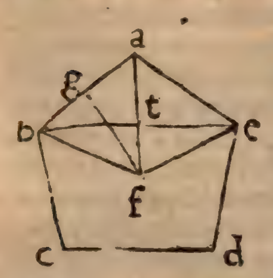

pentagono. Y lo mismo podremos saber en el pentagono equilatero, puesto que no sea equiangulo,si fuere compuesto de vn triangulo, y de vn quadrilatero de lados equidistantes.Como si hiziesemos el quadrado b c d e.y sobre el lado b e.hizieremos el triágulo equilatero a b e. manifiesto es,que en tal disposicion el pẽtagono a b c d e.es equilatero,pero no es equiangulo, y sera la su area conoscida,porque consta de la area del quadrado, y dela area del triangulo equilatero,q̃ son conoscidas,y en esto no interuiene mas que la noticia del lado del pentagono. Y porque en las figuras equilateras y equiangulas basta la noticia delos lados para conoscer las areas, puesto




que

que enel pentagono a b e d c. equilatero y equiangulo diximos que se midiese la linea b c. trataremos agora delas figuras rectilineas equilateras y equiangulas por si.

76. Si el lado del pẽtagono equilatero y equiangulo fuere conoscido, el semidiametro del circulo circũscripto, y el semidiametro del circulo inscripto, y la cuerda del angulo pentagonico, y la area, seran conoscidos.




Exemplo: Enel pentagono a b c d e. equilatero y equiangulo, y en qualquier otra figura rectilinea equilatera y equiangula, es demonstrado en el quarto libro de Euclides, q̃ partiendo los dos angulos propinquos a. y b. por la mitad, por las lineas a f. y b f. las quales enel punto f. concorrẽ, es ese punto f. centro del circulo circũscripto, de suerte que la linea a f. sera el semidiametro, y partiendo el lado a b. por la mitad en g. y lleuando la linea f g. los angulos en g. seran rectos, por la 8. proposiciõ del primero, o tercera del tercero. Y por esta causa la linea f g. sera semidiametro del circulo inscripto. Põgamos pues el lado a b. ser 4. y porque por Euclides es demonstrado en el libro. 13. q̃ siendo la linea b e. la qual es cuerda del angulo pentagonico, partida en la proporcion que tiene el medio y dos extremos, sera la parte mayor ygual al lado a b. y porque esa parte mayor se da en este caso conoscida, por q̃ pu-

ſimos a b . ſer 4. y la proporcion es conoſcida, conoſcida ſera luego la linea b e. que es vno de los extremos por Regla de tres . Porque partiremos el numero.2.en la proporcion del medio y dos extremos,diziendo aſſi conforme a ſu regla: El quadrado de 2. es 4. y la mitad de 2. es 1. cuyo quadrado es 1. juntaremos eſtos dos quadrados 4.y 1.y haran 5.y ſera por tanto la parte mayor del numero 2.R.5.m̄.1.y lo que queda de 2.q̄ es 3.m̄.R.5. ſera la parte menor.Y hecho eſto, diremos por Regla de.3. ſi R.5.m̄.1. vienen de 2. partido en la dicha ꝓporcion,4.de q̄ quantidad vernan? Multiplicaremos 4.por 2.y haremos 8. los quales partiremos por R.5.m̄.1.por eſte modo,multiplicaremos R.5.m̄.1.q̄ es el partidor,por R.5.p̄.1.y haremos 4.y eſte quedara por partidor, y multiplicaremos tambien 8.por R.5.p̄.1.y haremos R. 320. p̄. 8. los quales partiremos por 4.y verna R.20 p̄.2.y tāto ſera el valor dela linea b e.

Y lo miſmo verna obrando por Algebra,porque ſiendo la parte mayor dela linea b e.4. pornemos la menor ſer 1 co. y ſera luego toda la linea b e.4.p̄.1 co. Y porque tanto ſe haze multiplicando b e.en la parte menor,como la mayor en ſi miſma,multiplicaremos 4.p̄.1 co. por 1 co. y haran 4 co.p̄ 1 ce.que ſeran yguales a 16.y eſta es la primera conjugacion delas cōpueſtas, cuya obra ſera eſta:La mitad de 4.es 2. que multiplicados en ſi,hazen 4.y eſtos juntando con 16. haremos 20.y diremos por tanto,que R.20.m̄.2.es el valor de 1 co . que es la parte menor , la qual juntando con los 4. parte mayor,haremos R.20. p̄ 2. y tanto ſera la linea b e.

El

El ſemidiametro a f. conoſceremos por eſte modo. Demonſtrado es enel. 13. libro de Euclides, que ſiendo vna linea partida en la proporcion del medio y dos extremos, la parte mayor ſera lado del exagono, y la menor lado del decagono, figuras deſcriptas en vn miſmo circulo, y q̃ el quadrado del lado del exagono, con el quadrado del lado del decagono, entrambos juntos en vna sũma, hazẽ vn quadrado, cuya raiz es lado del pentagono deſcripto en el miſmo circulo. Y porq̃ tenemos partido el numero 2. en eſta ꝓporcion q̃ tiene el medio y dos extremos, y la parte mayor es R. 5. m̃. 1. y la proporcion q̃ ha de toda la linea, la qual es 2. para la parte mayor, eſa miſma ha de la parte mayor para la menor, por eſta cauſa ſi puſieremos la parte mayor ſer 2. ſera la parte menor R. 5. m̃. 1. y porq̃ el quadrado de 2. es 4. y el quadrado de R. 5. m̃ 1. que es la parte menor, es 6. m̃. R 20. haran eſtos dos quadrados juntos en vna sũma 10. m̃. R. 20. cuya raiz ſera lado del pentagono, ſiendo 2. la parte mayor, q̃ es lado del exagono, y ſiendo la parte menor, q̃ es lado del decagono, R. 5. m̃. 1. Pero porque nos puſimos el lado del pentagono ſer 4. cuyo quadrado es 16. diremos por Regla de tres: Si ſiendo el quadrado del lado del pentagono 10. m̃. R. 20. es el quadrado del lado del exagono 4. quando el miſmo quadrado del lado del pẽtagono fuere 16. quanto ſera el quadrado del lado del exagono? Multiplicaremos 16. por 4. y haran 64. eſtos partiremos por 10. m̃. R. 20. por eſte modo, multiplicaremos primeramente 10. m̃. R. 20. por 10. p̃. R. 20. y haran 80. que ſera partidor ſimple, y mul-

ti-

tiplicaremos tambien los 64. por 10. p̃. r. 20. y haran 640.p̃.r.81920. los quales partiremos por 80.y vernan 8.p̃.r.12 $\frac{4}{5}$. que sera el quadrado del lado del exagono,y la su raiz lado del exagono descripto en aquel circulo, enel qual el lado del pentagono es 4. Y porque el lado del exagono es ygual al semidiametro del mismo circulo, lo qual es demonstrado enel. 4. de Euclides, sera luego el semidiametro del circulo,que enesta figura es a f.r.v.8 p̃.r.12 $\frac{4}{5}$.

Y lo mismo hallaremos obrando por otro modo: Siendo el numero 2. y partido en la proporcion del medio y dos extremos,tal proporcion aura de 3.m̃.r.5. parte menor para r.5.m̃. 1. parte mayor,como dela misma parte mayor para 2.y porque siendo tres quantidades ordenadas en continua proporcion,tal proporcion ha de la primera para la tercera, como del quadrado dela primera para el quadrado dela segunda, por esta causa tal proporcion aura del quadrado del lado del decagono, para el quadrado del lado del exagono,como de 3.m̃.r.5 . para el numero 2 . y por la conjunta proporcion,tal proporcion aura del quadrado del lado del decagono con el quadrado del lado del exagono , ambos juntos,para el quadrado del lado del exagono,como dela primera quantidad y tercera ambas juntas,que son 5.m̃.r.5.para 2. que es la tercera . Y diremos entonces por Regla de tres, si 5. m̃. r. 5. nos dan 2. que nos dara 16. quadrado del lado del pentagono? Multiplicaremos 16. por 2.y haran 32. los quales partiremos por 5. m̃.r.5.multiplicando primero assi los 32. como

los

los 5.m̃.R.5.por 5.p̃.R.5. y partiendo despues vn producto por el otro, y sera el quociẽte como de antes 8.p̃.R.12 $\frac{4}{5}$. y tanto sera el valor del quadrado del lado del exagono, el qual es ygual al semidiametro, y sera por tanto el semidiametro a f. R.V.8.p̃.R.12 $\frac{4}{5}$. Esto pues sabido, facilmente conosceremos la quantidad dela linea f g. la qual es semidiametro del circulo inscripto, porque sacaremos 4. que es el quadrado de a g. de 8.p̃. R.12 $\frac{4}{5}$. quadrado de a f. y quedaran 4. p̃. R. 12 $\frac{4}{5}$. por el quadrado de f g. y sera luego f g. R. V.4. p̃. R. 12 $\frac{4}{5}$.

La area del pentagono conosceremos multiplicando la linea f g. por la mitad dela sũma de los lados, la qual es 10. Multiplicaremos pues 10. por R.V.4.p̃.R.12 $\frac{4}{5}$. y haran raiz vniuersal desta sũma 400.p̃.R.128000. y tanta sera la area del pẽtagono equilatero y equiangulo, cuyo lado es 4. La razon desta obra es, que lleuãdo lineas del centro f. a todos los angulos, queda partido el pentagono en 5. triãgulos isosceles todos yguales, y que multiplicando el catheto f g. por la mitad de a b. hazemos la area del triãgulo a f b. y por esta causa multiplicando f g. por la mitad delos cinquo lados, la qual es 10. porq̃ pusimos el lado ser 4. ternemos la area delos 5. triangulos, delos quales consta el pentagono.

Iten, podremos conoscer quanta es la area del pentagono, multiplicando el semidiametro a f. y vn quarto del por la linea b e. que es cuerda del angulo pentagonico, la qual ya fue conoscida. Porque la linea b t. que es mitad de b e. es catheto enel triãgulo a b f. sobre la base a f. semi-

dia-

diametro del circulo, por esta causa si multiplicaremos b t. por toda la base a f. haremos el duplo del triangulo a b f. y si multiplicaremos t e. por a f. haremos por la misma razon otro tãto, y todo esto junto sera la area de quatro triangulos yguales al triangulo a b f. y porque tanto se haze multiplicando b e. en a f. como b t. en a f. y t e. en a f. y juntando lo, luego multiplicando toda la linea b e. en toda la linea a f. haremos la area de quatro triangulos yguales al triangulo a b f. y por esta causa multiplicãdo la misma b e. por la quarta parte dela linea a f. haremos la area de vn solo triangulo ygual al triãgulo a b f. y multiplicandola por a f. y $\frac{1}{4}$. de a f. haremos los 5. triangulos, en los quales se diuide el pentagono. Y lo mismo haremos multiplicando b e. por a f. y el producto por 1 $\frac{1}{4}$. Pero porque no multipliquemos tanto numero de raizes sordas, lo mejor de todo es, quando el lado del pentagono fuere numero, como eneste caso, obrar por el primero modo, multiplicando el semidiametro del circulo inscripto por la mitad delos lados.

77. Si el diametro del circulo fuere conoscido, el lado del pentagono equilatero y equiangulo enel descripto sera conoscido, y la cuerda del angulo pentagonico, y el semidiametro del circulo enel pentagono inscripto, y la area del pentagono tambien sera conoscida.

Porque presupuesta la doctrina del caso passado, en el qual todas las lineas fueron conoscidas, las vnas en comparacion delas otras, si pusieremos agora de nueuo, que vna delas dichas lineas sea la quantidad que quisieremos, todas

las

las otras en comparacion della ſeran conoſcidas por la Regla de.3. Y entonces multiplicando la cuerda del angulo pentagonico, por el ſemidiametro a f.y por la quarta parte del miſmo ſemidiametro,ſera la area del pentagono conoſcida. Pero ſi mas nos pluguiere,podremos conoſcer cadavna delas lineas conforme ala doctrina del caſo paſado. Exemplo: Pongamos que el ſemidiametro a f. es 4. Digo, que todas las otras lineas a eſte reſpecto ſeran conoſcidas,porq̃ partiremos la linea a f.que es ygual al lado del exagono en la proporcion del medio y dos extremos,la parte mayor ſera ygual al lado del decagono deſcripto enel miſmo circulo , como fue demonſtrado porCampano en la.3.propoſicion del lib.14.de Euclides. Diremos por tãto aſſi,el quadrado de 4.es 16.y el quadrado de 2.q̃ es la mitad de 4.es 4.q̃ juntos hazen 20. y ſera luego la parte mayor R. 20. m̃.2. y eſto ſera el lado del decagono.Y porq̃ los quadrados del lado del exagono y del lado del decagono juntos,hazen el quadrado del lado del pentagono deſcripto en el miſmo circulo,juntaremos por eſta cauſa con 16.quadrado de 4. el quadrado de R.20. m̃.2. el qual es 24.m̃.R.320.y harã.40.m̃.R.320.cuya raiz vniuerſal ſera el lado del pentagono, y el binomio deſte reciſo,el qual es 40.p̃.R.320.ſera el quadrado dela cuerda del angulo pentagonico.Y la razon por que ſiendo el quadrado del lado del pentagono 40.m̃.R.320 . dezimos que 40. p̃. R. 320.es el quadrado dela cuerda del angulo pentagonico,es eſta.Demonſtro Campano en la.4. propoſicion del libro.14.de Euclides, q̃ el quadrado

drado del ſemidiametro del circulo es la quinta parte de la sũma de los quadrados del lado del pentagono deſcripto enel miſmo circulo, y dela cuerda del angulo pentagonico. Y porque puſimos el ſemidiametro a f. ſer 4. ſera el ſu quadrado 16. y eſtos 16. ſeran la quinta parte delos dichos dos quadrados, y ſeran luego 80. los dos quadrados juntos. *Y* por que el quadrado del lado del pentagono es 40. m̃. R. 320. ſera por tanto el quadrado de la cuerda del angulo pentagonico, lo que reſta ſacando de 80. los 40. m̃. R. 320. y es lo que reſta 40. p̃. R. 320. y ſera luego el lado del pentagono R. V. 40. m̃. R. 320. y la cuerda del angulo pentagonico R. V. 40. p̃. R. 320. El ſemidiametro del circulo inſcripto, que es f g. conoſceremos por eſte modo: Porque el quadrado de qualquier quãtidad es quadruplo del quadrado dela mitad deſa quantidad, y el quadrado de a b. es 40. m̃. R. 320. ſera por eſta cauſa el quadrado de a g. 10. m̃. R. 20. el qual ſacaremos de 16. quadrado de a f. y quedaran 6. p̃. R. 20. y tanto ſera el quadrado de f g. y ſera luego f g. R. V. 6. p̃. R. 20. La area del pentagono conoſceremos multiplicando el ſemidiametro con $\frac{1}{4}$ del, que ſon 5. por la linea b e. la qual es R. V. 40. p̃. R. 320. y haran R. V. 1000. p̃. R. 200000. Aſſi q̃ juntando 1000. con la raiz de 200000. la raiz deſa sũma ſera la area del pentagono.

Conforme a eſta miſma demonſtracion y doctrina, ſi nos dan conoſcida la cuerda del angulo pentagonico, conoſceremos por ella las otras quantidades. Exemplo: Sea la cuerda b e. 8. partilaemos en la proporcion del medio y dos extre-

tremos, diziendo assi, 8 en si hazen 64. y 4. en si hazen 16. y sera todo junto 80. sera luego la parte mayor R.80.m̃.4. que sera el lado del pentagono descripto enel mismo circulo. Y porque entrambos los quadrados juntos. s. el del lado del pentagono, y el dela linea b e. son el quincuplo del quadrado del semidiametro, multiplicaremos R.80.m̃.4. en si misma, y haremos 96. m̃. R.5120. y el quadrado de 8. es 64. y todo junto, es 160.m̃. R. 5120. La quinta parte desta sũma es 32.m̃.R.204 $\frac{4}{5}$. cuya raiz vniuersal sera el semidiametro, el qual multiplicaremos por 10. que es la cuerda b e. con vn quarto della misma, y haremos R.V.3200.m̃.R.2048000. y tanto sera la area del pentagono, porque tanto vale multiplicar a f. por b e. y $\frac{1}{4}$. de b e. como b e. por a f. y $\frac{1}{4}$. de a f. Es la razon, que tanto haze multiplicar a f. por b e. como b e. por a f. y que tanto haga multiplicar b e. por el quarto de a f. como a f. por el quarto de b e. y esto generalmente en todas las quantidades, y sus partes, de vna misma denominacion, es esta la prueua. Porque de b e. para el quarto dela misma b e. es la proporcion que ha de a f. para el quarto dela misma a f. tenemos luego 4 quantidades proporcionales, la primera es b e. la segũda es el su quarto, la tercera es a f. y la quarta es el su quarto, por lo qual tanto se hara multiplicando la primera por la quarta, quanto la segunda por la tercera. Y si nos dan conoscida la area del pentagono equilatero y equiangulo, por ella podremos conoscer el lado. Exemplo sea la area 10. y porque la proporcion que qualquier figura rectilinea

tiene para la ſemejante figura, es la proporcion delos quadrados delos lados deſtas miſmas figuras, y ſabemos, que quando el lado del pentagono es 4. es la area R.V.400.p̃.R.128000. diremos por tanto por Regla de.3. Si R.V.400.p̃.R.128000. nos da 10. quanto nos dara 16. quadrado de 4? Multiplicaremos 16. por 10. y haran 160. para partir por R. V. 400. p̃. R. 128000. y para tener partidor ſimple, multiplicaremos R.V.400 p̃.R. 128000. por R.V.400. m̃ R.128000. y harã R.32000. que ſera el partidor. Y multiplicaremos tambiẽ los 160. por R. V. 400. m̃. R. 128000. y haran R.V.10240000. m̃. R.838860800000000. la qual partiremos por R. 32000. y verna en la particion R.V. 320. p̃. R. 81920. y eſte ſera el quadrado del lado del pentagono equilatero y equiangulo, cuya area es 10. y la raiz deſta raiz vniuerſal ſera el lado del pentagono.

## ¶ *El Autor deſta obra, a los Lectores.*

Pareſciome bien auiſaros delos libros de Algebra, que haſta ora ſon venidos a Eſpaña, para que los leaes con juizio, y eligaes el q̃ fuere de mas prouecho. El primero de todos q̃ yo ſepa, fue la sũma de Arithmetica y Geometria, que compuſo Fray Lucas de Burgo excellẽte Arithmetico, dela qual todos deſpues nos auemos aprouechado. Pero trata de Algebra tan ſin orden, que reſuelue muchas queſtiones por eſta arte, antes de hazer mencion della, y començando de hazer el diſcurſo, antes de llegar al cabo,

bo, pone en sũma la conclusion, que no es para aprendizes. Por esta causa viendole tan gran falta en la doctrina, tome ha muchos años este trabajo de componer este libro, y antes que entendiesse en lo hazer imprimir, y auiendolo ya cõmunicado a muchos, que del sacaron lo que bien les parescio, vino otra sũma de Hieronymo Cardano, la qual compuso con emulacion de Fray Lucas, porque haze vn capitulo de sus yerros. En tanto que le nota por yerros los descuidos o inaduertencia en el sũmar, partir, o multiplicar, en q̃ no cabia ignorancia. Este Autor tuuo enel principio orden, mas despues escriue confusamente, y haze de todo vna ensalada mal hecha, y despues embio otro libro de Algebra, que es vn chaos. Despues destos Nicolao Tartalla muy gran maestro de cuenta y buẽ Geometra, noto los yerros de entrambos, en los libros que compuso, y despues de su muerte, vino al presente vn libro, que en su casa se hallo, enel qual separamente trata de Algebra. El qual libro en la orden, y clareza, y enel estylo muestra ser suyo, principalmente que va enel allegando lo que en los otros libros auia escripto, y por el se puede muy mejor deprẽder esta arte, que por los libros de Fray Lucas y Cardano. Pero toda via no es obra absoluta, porque remete los Lectores alos otros libros suyos, y presuppone algunas Reglas que no fueron por el demonstradas, ny se hallan en los libros de Euclides, del qual toda esta doctrina procede. Y tambien tiene otra falta, que los menos casos que trae, en que va praticando el Algebra, son

de Arithmetica, y los mas son de Geometria, muy difficiles, y de operacion muy prolixa. y en los quales el mismo se embaraça muchas vezes, como a baxo monstrare, siendo el muy excercitado en esta arte. Yo en este my libro siempre lleuo orden, y los casos de Arithmetica y Geometria q̃ son mas difficiles, van ala postre, que es doctrina de Aristoteles, y assi en los faciles, como en los difficiles, hago los necessarios discursos. Demuestro todas las Reglas de q̃ vso, y no allego a otro Autor sino a Euclides, y onde conuiene, ny traigo mas que lo necessario. Algun tanto me alargue en las proporciones, por el gusto que de aquella materia tenia. No cupo en my la emulacion que esotros Autores tuuieron, ny otro ningun respecto, saluo aprouechar a los estudiosos desta arte, que no la saben, Los doctos emenden las faltas que hallarã, pero no me arguyan de yerros que no fueren cometidos por ignorancia.

Nicolao Tertalla enel su libro de Algebra, en el folio. 2. diziendo, como vna dignidad ha de ser multiplicada por otra, y queriendo dar razon, porque siendo vna dignidad multiplicada por otra, es el producto otra dignidad, la qual tiene por segno o denominacion el compuesto de las denominaciones delas dos dignidades que fueron multiplicadas, como si multiplicamos vna cosa por vn censo, viene vn cubo, porque la denominacion de cosa es 1. y la del censo es 2. que juntas en vna sũma, hazen 3. que es la denominacion del cubo, dize que ya por el fue demonstrado enel. 8. libro, fo. 131. en el correlario dela

octaua

octaua, que al multiplicar en la proporciõ Geometrica, responde el sũmar en la proporciõ Arithmetica. Y que por quanto las denominaciones delas dignidades van continuadas en proporcion Arithmetica 1. 2.3.4.5. 6. y cetera, y las mismas dignidades van continuadas en proporcion Geometrica, porque cosa, censo, cubo, censo de censo, relato primo, censo de cubo, y cetera, guardã vna misma proporciõ Geometrica, por esta causa dize, que multiplicando dos dignidades vna por otra, es el producto otra dignidad, cuya denominacion sera el numero compuesto delas dos denominaciones de las mismas dos dignidades. Y en esto se embaraço mucho, porq̃ aquel su correlario que allega, dize vna verdad, que ninguna cosa le sirue para el proposito que quiere demonstrar, la qual es esta: Si 4 quantidades fueren ordenadas en continua proporciõ Arithmetica, assi como son 2.3.4.5. el compuesto delas dos extremas que son 2. y 5. y hazen 7. sera ygual al cõpuesto de las dos del medio, que son 3. y 4. porque tambien hazen 7. Y si otras 4. quantidades fueren ordenadas en continua proporcion Geometrica, como son 3.6.12.24. tanto se hara multiplicando la primera, que es 3. por la quarta, que es 24. como si multiplicaremos la segunda que es 6. por la tercera, que es 12. porq̃ cada vno delos dos productos es 72. Y por tanto al sũmar de las quantidades ordenadas en proporcion Arithmetica, responde el multiplicar en las quantidades ordenadas en proporciõ Geometrica. Y no es necessario, que la proporciõ sea continua, por que en estas 4. quantidades

2.3.6.7. tanto hazen 2. con 7. como 3. con 6. y en estas quatro 2.4.5.10. tanto se hara multiplicando 2. por 10. como 4. por 5. y todas estas Reglas tienen su demonstracion. Pero lo que el pretendia demonstrar, es cosa muy differente, y es Regla verdadera distincta daquel su correlario. Ny dize bien, que porque la cosa es la primera dignidad, tiene la vnidad por segno o denominacion. Y sobre esto se vea lo que en esta materia tengo escripto en el Capitulo del multiplicar las dignidades, enel qual todo esto se hallara demonstrado.

Enel fol. 7.8. y 9. haze las demonstraciones de los capitulos de las conjugaciones compuestas. Mas si trataremos de numeros compuestos de vnidades indiuisibles, quando el numero de las cosas fuere impar, no podran seruir los capitulos, ny las sus demonstraciones. Y por esta causa hize otras Reglas, en las quales no es necessario tomar la mitad del numero delas cosas, y esto se hallara enel cap. segũdo, dela tercera parte principal deste libro.

Enel folio. 11. cap. de como se ha de hazer la posicion en los casos, o quesitos, dize, que algunas vezes es necessario hazer dos posiciones, juntando este termino quantidad, porq̃ de otra manera affirma, que difficultosamente podria venir a capitulo. Y el quesito enel qual muestra esta necessidad, es este: Busquemos dos numeros, que tanto se haga multiplicando el vno dellos por 4. y juntando 16. quanto se hara multiplicando el otro por 8. y sacando 4. y q̃ allende desto, el vno multiplicado por el otro, haga 12.

Po

Pone que el vno destos dos numeros sea 1 co. y que el otro sea vna quantidad, y haze en el discurso dos ygualaciones, en la primera conclude, que 4 co. p̃. 20. son yguales a 8. quantidades, y haze la particion, y en la segunda viene despues a concludir, que 1 ce. p̃. 5 co. son yguales a 24. Mas que en este mismo caso baste vna sola posicion, y vna sola ygualacion, en la qual 1 ce. p̃. 5 co. son yguales a 24. y con mucho menos discurso, y mas facil, monstrarlo emos assi: Pornemos el primero numero ser 1 co. el qual multiplicado por 4. hara 4 co. y juntandole 16. ternemos 4 co. p̃ 16. Y porque este primero numero, el qual pusimos ser 1 co. siendo multiplicado por el segundo, ha de hazer 12. sera luego el segũdo numero $\frac{12}{1\ co.}$ y este segundo numero, multiplicaremos por 8. y haremos $\frac{96}{1\ co.}$ quitemos le 4. y quedarã $\frac{96}{1\ co.}$ m̃. 4. que seran yguales a 4 co. p̃. 16. Ygualaremos restaurando lo diminuto, y resultaran $\frac{96}{1\ co.}$ yguales a 4 co. p̃. 20. y multiplicando en ✠ ternemos finalmente 4 ce. p̃. 20 co. yguales a 96. y reduziendo todo a vn censo, quedaran 1 ce. p̃. 5 co. yguales a 24. que es la primera delas compuestas, y en esto mismo acabe el Tartalla con dos posiciones, y con mas trabajo al doble, y obrando hallaremos el valor dela cosa ser 3. y este sera el primero numero, y porque el segundo es lo que viene partiendo 12 por el primero, sera por esta cuenta 4. Ya vn no tengo visto caso, q̃ resoluiendose por la Regla de quantidad, no lo

podamos tambien resoluer haziendo la posiciõ en las dignidades communes, sin vsar dela quantidad. Y lo que deste Autor voy entendiendo, es hazer todo muy trabajadamente, como en este caso, y en otros adelante se vera.

Enel folio.13. enel caso en q̃ 5 ce. p̃. 8. son yguales a 100. m̃. R. 20 ce. dize, que para hazer la ygualacion, es necessario quitar la raiz delos extremos dela ygualacion, la qual obra es prolixa, y sera por tanto mejor por R. 20 ce. tomar co. R. 20. y verna sin trabajo ala primera delas cõpuestas.

Enel folio. 14. enel cap. de como auemos de inquirir, si podremos tomar las raizes delos extremos dela equacion, aun que escriue largo, toda via estando en las sus palabras, ligeramente el Lector podra caer en yerro, si no estuuiere auisado. Porque dize, que enel trinomio de dignidades, si los numeros delas dos dignidades fueren quadrados, y las mismas dignidades tambien fueren quadradas, en tal caso podremos tomar la raiz del tal trinomio. Mas si en el trinomio no vuiere dos numeros quadrados, y las dignidades no fueren quadradas, no podremos tomar la raiz del tal trinomio. Pero lo contrario desto prouaremos ser possible, porque este trinomio 9 ce. ce. p̃. 4. ce. p̃. 10. no tiene raiz quadrada, puesto que los dos numeros 9. y 4. son quadrados, y las dignidades ce. ce. y ce. son quadradas, porque ce. ce. tiene por raiz al censo, y el censo tiene por raiz la cosa. Iten, este trinomio 10. ce ce. p̃. 7 ce. p̃. cu. R. 280. tiene por raiz este binomio ce. R. 10. p̃. co. R. 7. De manera, que si resoluiendo algun quesito viniessemos a parar en

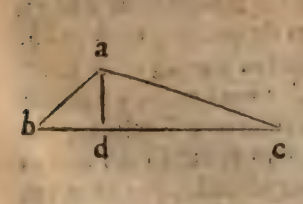
10.

10 ce.ce.p̃.7 ce.p̃ cu.R.280.yguales al numero 80. pronunciaremos que ce.R.10 p̃.co.R.7.son yguales a R.80. que es la primera conjugacion de las compuestas,y partiendo todo por R.10.para reduzir la ygualacion a 1 ce. podremos obrar por ella,y manifiesto es,que ningun numero del dicho trinomio es quadrado. Iten, fuera razon, que dixera qual delas raizes auemos de tomar, quando el trinomio de dignidades tuuiere dos raizes differentes. Porque este trinomio 9 ce.ce. p̃.16 ce m̃.24 cu. tiene dos raizes, la vna es 3 ce. m̃.4 co.y la otra es 4 co m̃.3 ce.por quãto qualquier dellas siẽdo en si misma multiplicada,haze 9 ce.ce p̃ 16 ce.m̃.24 cu.y no era esto cosa para dexar de dezir,porque sin este auiso,el capitulo que haze para inuestigar las raizes delos extremos dela ygualacion,no tiene fructo.Iten,porq̃ el mismo effecto es tomar las raizes delos extremos dela ygualacion,que abatirlos mismos extremos, partiendolos par vn cõmun partidor, vuiera de dezir como esto se auia de hazer.Exemplo si nos dixeren assi:Busquemos vn numero,que multiplicado por 6. haga tanto como el su cubo con el su quadrado, y mas 4. Auemos dicho enel capitulo de la ygualacion, que pues 6 co.son yguales a 1 cu.p̃.1 ce p̃.4.sacaremos de entrambos los extremos 1 ce. p̃. 4. y quedaran 6 co.m̃.1 ce m̃. 4. yguales a 1 cu. y sacaremos de entrambos estos extremos la vnidad, y quedaran 6 co.m̃.1 ce.m̃.5. yguales a 1 cu. m̃. 1. y estos teran commun partidor,el qual sera 1 co.m̃.1. el qual justamente los partira, y seran los quocientes 1 ce.p̃.1 co.p̃.1. y 5.m̃.1 co.que seran entresi

yguales,y restaurando lo diminuto,y sacando lo superfluo,resultarã finalmente 1 ce.p̃.2 co.yguales a 4. que es la primera delas compuestas, y vino por esta arte a capitulo manifiesto,y el valor dela cosa es R.5.m̃ 1.

Enel fo. 15. cap. de como lleuaremos los rotos dela yguala cion, da para esto dos modos,y el primero dize,que sera sacando el menor quebrado del mayor, y esto enel su exemplo puede bien ser,porq̃ pone que 2 ce p̃. $\frac{10\ co.}{3\ ce.}$ sean yguales a 10.p̃ $\frac{15}{4\ co.}$ y multiplicando los dos quebrados en ✠. luego saberemos,que menor quebrado es $\frac{10\ co.}{3\ ce.}$ que $\frac{15}{4\ co.}$ por quanto 10 co.por 4 co. hazen 40 ce. y 15.por 3 ce. hazen 45 ce. De manera,que $\frac{10\ co.}{3\ ce.}$ queda reduzido a este $\frac{40\ ce.}{12\ cu.}$ mas $\frac{15}{4\ co.}$ quedara reduzido a este quebrado $\frac{45\ ce.}{12\ cu.}$ Pero esta Regla no puede ser vniuersal, porque las mas vezes no podemos saber,qual delos dos quadrados es el mayor. Por que este quebrado $\frac{10}{1\ co.}$ comparado a este $\frac{20}{1\ ce.}$ hallaremos q̃ pueden ser yguales,y puede el primero ser mayor,y puede ser menor,segun fuere el valor dela cosa,que aun nos es ignota,antes para conoscer quanto sea el valor desa cosa, hazemos la yguala cion. Porque si el valor dela cosa fuere 2. seran yguales,y si fuere 3. mayor quebrado sera $\frac{10}{1\ co.}$ q̃ $\frac{20}{1\ ce.}$ pero si el valor dela cosa fuere $1\frac{1}{2}$ menor q̃brado sera $\frac{10}{1\ co.}$ que $\frac{20}{1\ ce.}$ y quanto sea el valor dela cosa nos es ignoto.

Iten por que no ley los quesitos de Arithmetica, dire lo que note en los de Geometria. Los quesitos 27.y 28.y 29. son vn mismo quesito en Fray Lucas, y en Cardano, los quales este autor reprehende con mucha razon, porque su operacion no sirue sino en triangulo oxigonio. Y por tanto este Autor para satisfazer en los triangulos ambligonios y rectangulos, de vn caso hizo tres, y fue costreñido a esto, porque resuelue este quesito por noticia de la perpendicular, y por esta causa le cõuino conoscer la qualidad delos angulos, y desta manera de vn caso hizo tres. Mas este mismo caso, que es el caso 58. en la nuestra Algebra, tratamos vniuersalmẽte, sin auer necessidad de conoscer la qualidad delos angulos, ny la perpenpicular, y en muy pocas palabras, y con mucha facilidad.




El caso .30. es este: En el triangulo a b c. el angulo a. sea recto, y los tres lados juntos, sean 60. y multiplicãdo a b. por a c. y el producto por la perpẽdicular a d. sea lo que se haze tanto como el quadrado de todos tres lados juntos, como si fuessen vna linea, y queremos saber cadavno delos lados por si, y la perpendicular, y la area. Este caso resuelue por la tercera delas cõpuestas, la qual es menos euidente, como se muestra en este mismo caso, porque dubdãdo el Autor enel fin dela operacion si juntaria la raiz, la qual enel su discurso es $5\frac{1}{2}$. con la mitad del numero delas cosas,

o ſi la ſacaria, concluyo diziendo, que ſe deuia de ſacar, porque ſi la juntaſſe no quadraria con lo que el caſo preſupone. Y por tanto mejor ſera reſoluer eſte queſito, de manera, que venga la ygualacion ala primera delas compueſtas. Y no aura neceſſidad antes de acabar la obra, de tentar ſi quadra o no quadra con el ſu preſupueſto, por vn modo, o por el otro. Pornemos pues la baſe b c. ſer 30. m̃. $\frac{1}{2}$ co. y porque todos los tres lados ſon 60. ſeran luego los dos lados a b. y a c. 30. p̃. $\frac{1}{2}$ co. y el exceſſo delos dos lados ſobre la baſe ſera 1 co. y el quadrado delos dos lados juntos, como de vna linea, ſera 900. p̃. $\frac{1}{4}$ ce. p̃. 30 co. y el quadrado de b c. ſera 900. p̃. $\frac{1}{4}$ ce. m̃. 30 co. Y porque por la quarta del ſegundo libro de Euclides, el quadrado de los dos lados juntos, es ygual alos quadrados del lado a b. y de a c. juntamente con el duplo del rectangulo de a b. en a c. ſacaremos por tanto de 900. p̃. $\frac{1}{4}$ ce. p̃. 30 co. el quadrado de b c. el qual es 900 p̃. $\frac{1}{4}$ ce m̃. 30 co. y es ygual alos dos quadrados de a b. y a c. por la. 47. propoſicion del primero de Euclides, y lo que queda, que es 60 co. ſera el duplo del rectangulo de a b. en a c. y la mitad deſto, que es 30 co. ſera lo que ſe haze de a b. en a c. y es el duplo del triangulo rectangulo a b c. Y porque lo ſe haze de a b. en a c. multiplicado por la perpendicular, es ygual al quadrado de la ſũma de los tres lados, el qual es 3600. partiremos por tanto eſtos 3600. por las 30 co. que ſon lo que ſe haze de a b. en a c. y el quociente ſera la perpendicular a d. y es eſte quociẽte $\frac{3600}{30\ co.}$ el qual quebrado traido

amenos

a meños roto es $\frac{120}{1\,co}$. Y porque la multiplicaciõ dela perpendicular por la base toda, haze el duplo dela area del triangulo, como en su luguar auemos demonstrado, multiplicaremos luego, $\frac{120}{1\,co}$. por 30. m̃. ½ co. que es la base, y haremos $\frac{3600.\tilde{m}.60\,co}{1\,co.}$. que seran yguales a 30 co. Ygualaremos, multiplicando en ✱. y ternemos 30 ce. yguales a 3600. m̃. 60 co. y restaurando lo diminuto, y reduziendo todo a 1 ce. resultaran finalmẽte 1 ce. p̃. 2 co. yguales a 120. que es la primera de las compuestas, y la obra sera esta: La mitad de 2. es 1. cuyo quadrado que es 1. juntaremos con 120. y haran 121. cuya raiz es 11. y destos 11. sacaremos 1. y quedaran 10. por valor dela cosa. y porq̃ la base es 30. m̃. ½ co. sera por esta cuenta 25. y los dos lados juntos, seran 35. y porque la perpendicular es $\frac{120}{1\,co}$. sera luego 12. y porque el duplo del triangulo es 30 co. que valen 300. la mitad q̃ es 150. sera la area del triangulo. El valor de cada vno de los dos lados saberemos por el arte del Autor.

El caso. 31. resuelue con mucho trabajo. En el triangulo a b c. en el qual el angulo a. es recto, pone que la sũma delos tres lados sea 60. y que la perpendicular a d. siendo multiplicada por el diametro del circulo inscripto enel dicho triangulo, haga 60. y inquire la quantidad de cada vno delos lados por dos modos. Y enel segundo, vsa deste presupuesto, que en los triangulos rectangulos, los dos lados que contienen el angu-

gulo recto, exceden al lado opposito al angulo recto en la quantidad del diametro del circulo inscripto enel mismo triangulo. El qual presupuesto prueua por experiencia, mas esta por my demonstrado enel caso. 39. dela Algebra en los casos de Geometria, adonde tambien demonstramos, que si el angulo fuere agudo, el excesso delos dos lados sobre la base, sera mayor que el diametro, y si fuere obtuso, sera menor. Mas por que allende deste presupuesto, aun se ayuda este Autor de otras Reglas para resoluer este quesito, lo quise hazer con mucho menos trabajo, y vengo a parar en lo mismo, que el al cabo dize. Pornemos pues que la base b c. es 30. m̃. $\frac{1}{2}$ co. y seran luego los dos lados juntos, 30. p̃. $\frac{1}{2}$ co. y la differẽcia, que es 1 co. sera por el presupuesto, ygual al diametro del circulo inscripto. Y porq̃ el semidiametro multiplicado por la mitad delos tres lados, haze la area del triangulo, como auemos demonstrado enel caso. 37. de Geometria, luego si multiplicaremos el diametro, que es 1 co. por 30. que es la mitad delos tres lados, haremos 30 co. y tanto sera el duplo de la area del triangulo. Y porque el caso dize, que el diametro del circulo multiplicado por la perpendicular, haze 60. sera luego la perpendicular lo q̃ viene partiendo 60 por la perpẽdicular, y esto es $\frac{60}{1\ co.}$ y porque la misma perpendicular multiplicada por la base, haze el duplo dela area del triangulo, multiplicaremos $\frac{60}{1\ co}$. por 30. m̃. $\frac{1}{2}$ co. y haremos $\frac{1800.\ \tilde{m}.\ 30\ co.}{1\ co.}$ q̃ sera el duplo de la area,

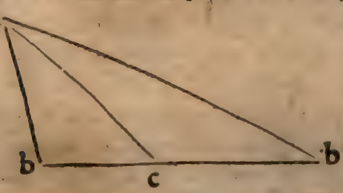
la

la qual auiamos hallado ſer 30 co. Yguales ſeran por tanto 30 co. y $\frac{1800.\tilde{m}.30\ co.}{1\ co.}$ Multiplicaremos eſtas quantidades en ✚.y haremos 30 ce.yguales a 1800. m̃. 30 co. y reſtaurando lo diminuto, ternemos 30 ce.p̃.30 co.yguales a 1800.y partiendo todo por el numero delos cenſos,reſultaran finalmente 1 ce. p̃.1 co. yguales a 60. y aſsi acaba el miſmo Autor enel ſegundo diſcurſo,pero con mas trabajo.

Enel caſo. 32.no redarguie al aduerſario ſufficientemente.

Enel caſo. 34. inquire primeramente, quanto ſea el lado del quadrado inſcripto enel triangulo,y deſpues dize,como ſe ha de deſcreuir el quadrado enel triangulo,y todo haze muy prolixamente y muy trabajadamente. Eſte miſmo caſo trate muy facilmẽte,y es el caſo 62.de la nueſtra Algebra en los caſos de Geometria.

Enel caſo.36.ſe mueſtra eſte Nicolao Tartalla muy ignorante,ſiendo el pero muy excercitado en Arithmetica y Geometria,y no tiene eſcuſa.




Por que toma el triangulo a b c. en el qual b c. ſea 20. y a c. 30. y la area 200.y inquire por eſtas coſas la quantidad del tercero lado que es a b. Y manifieſto es,que el angulo a c b. el qual es oppoſito al lado a b.puede ſer agudo,y puede ſer obtuſo,ſiendo a c. 30. y b c. 20. y la area 200. pero quando fuere agudo, ſera el lado a b.menor, y quan

quando fuere obtuſo,ſera mayor, y del caſo no conſta ſer agudo, ny conſta ſer obtuſo. porque ora ſea agudo,ora ſea obtuſo, la area no creſce, ny mengua. Y en tal caſo que la area no creſce ny mengua, y los dos lados ſon los miſmos, el angulo agudo con el obtuſo juntos, hazen dos angulos rectos en valor, como vemos en eſta figura, en la qual ſon dos triangulos, el ſiniſtro a b c. y el dextro a b c. y los dos lados b c. ſiniſtro, y c b. dextro ſon yguales, y el lado a c. es commun,y porque enel triangulo a b c.ſiniſtro el angulo a c b.es agudo,y enel triangulo a b c. dextro, el angulo a c b.es obtuſo, mayor ſera el tercero lado a b.del triãgulo dextro,que el tercero lado a b.del triãgulo ſiniſtro,y eſto ſe prueua por la. 24. propoſicion del primero libro de Euclides. Pero los dos triangulos ternan areas yguales por la.38.del miſmo primero libro,por que las baſes b c.y c b.ſon yguales. Aſſi que ſiendo nos propueſto el triangulo a b c.enel qual b.c.ſea 20.y a c.30.y la area 200.no podemos por eſtas coſas conoſcer la quãtidad del angulo a c b. porque puede ſer agudo, como en el triangulo ſiniſtro,y puede ſer obtuſo,como enel dextro. Mas inueſtigaremos la quantidad del lado a b. aſſi enel triangulo en el qual el angulo a c b. es agudo,como enel triangulo enel qual el angulo a c b.es obtuſo,y eſto ſin noticia dela perpendicular,porq̃ baſta lo que fue propueſto,y el modo ſera eſte:Pornemos para mayor facilidad en la operacion,que el lado a b. ignoto qualquier que el ſea, ſer 2 co. y ſeran luego todos los tres lados 50.p̃.2 co. y la mitad dellos ſera 25.p̃.1 co.

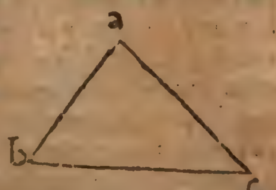
y la differencia desta mitad a cadavno delos lados sera 1 co.p̃.5. y 1 co.m̃.5. y 25.m̃.1 co.y obrãdo conforme al nuestro caso.37. de los casos de Geometria,conosceremos la area,porque 25. p̃. 1 co. por 25.m̃.1 co. hazen 625.m̃.1 ce. y 1 co.p̃.5. por 1 co.m̃.5. hazen 1 ce. m̃. 25. y este 1 ce. m̃. 25. por 625.m̃.1 ce. hazen 650 ce.m̃.1 ce.ce.m̃.15625. y este producto sera ygual alo que se haze multiplicado en si misma la area del triangulo,la qual pusimos ser 200.y sera el producto dela area en si misma 40000.que sera ygual a 650 ce.m̃.1 ce.ce. m̃.15625. y restaurando lo diminuto, ternemos 650 ce. yguales a 1 ce.ce. p̃. 55625. y obraremos como quando cosas son yguales a censo y numero.Porque multiplicaremos en sy.325.que es la mitad del numero de los censos, y haremos 105625. delos quales sacaremos 55625. y quedaran 50000. cuya raiz sacaremos delos 325. y lo q̃ queda es 325. m̃. R. 50000. que sera valor del censo, enel triangulo en el qual el angulo a c b. es agudo. Y juntaremos la dicha raiz con los 325. y haremos 325.p̃.R.50000. que sera el valor del cẽso,enel triãgulo enel qual el angulo a c b. fuere obtuso. Y porque pusimos el lado a b.que es ignoto,ser 2 co.que es la raiz de 4 ce. multiplicaremos por tanto el censo por 4.y haremos 1300.m̃.R.800000.que sera el quadruplo del censo,enel triangulo adonde el lado a b. es menor, y es opposito al angulo a c b. agudo,y esse lado a b. menor sera la raiz vniuersal de 1300. m̃. R. 800000.y el quadruplo del cẽso,mayor sera 1300. p̃. R. 800000. y la su raiz vniuersal sera el valor de

de 2 co. conuiene a saber la quantidad del lado a b. mayor, el qual es opposito al angulo a c b. obtuso. Y si de principio pusieramos el lado a b. ignoto, ser 1 co. no tuuieramos necessidad de quadruplar el censo, por que siendo el lado a b. 1 co. la raiz vniuersal del censo que viniere sera el mismo lado a b. mas poniendo que sea 2 co. o auemos de quadruplar el censo, o no lo quadruplaremos, pero duplaremos la su raiz vniuersal para que sepamos la quantidad de a b. Y Nicolao Tartalla penso, que el lado ignoto era vno, y de vna sola quantidad, y por esta causa la raiz del numero que quedo, dixo que auiamos de sacar dela mitad del numero delos censos, y que no la juntassemos, porque la experiencia lo no padescia. Pero la verdad es, que siendo nos propuesto este caso, la area de vn triangulo es 200. y el vno delos lados es 20. y el otro 30. y queremos conoscer, quanto es el tercero lado: respõderemos que el tercero lado puede ser R.V.1300. m̃. R.800000. y que puede ser R.V.1300. p̃. R.800000. Y no puede tener vna sola respuesta, sino quando el angulo opposito al lado ignoto fuere recto, y esto se manifiesta en la operacion: porque sacando del quadrado de la mitad del numero delos censos, el numero que esta en compañia del censo de censo, ninguna quantidad quedara, quando el angulo fuere recto. Vease lo que tengo escripto enel caso. 52. y 64. de la nuestra Algebra sobre casos semejantes. Y en la explicacion dela cosa bastara el Autor preponer al censo la nota de raiz vniuersal, como hecho auemos

mos

mos, mas paresce que trabajaua por hazer obscuro lo que de suyo es claro.

El caso. 42. dela Algebra de Nicolao Tartalla es este: En el triangulo a b c. el ducto del lado a b. que sea menor, en a c. que sea lado mayor, es 300. y el diametro del circulo circũscripto es 25. y el diametro del circulo inscripto, es 8. y queremos saber, quanto es cadavno de los lados, y quanta sea la area. En este caso, hasta partir dos cosas q̃ es valor delos dos lados en tales dos partes, q̃ la vna multiplicada por la otra, haga 300. va distincto. Pero da quy en delante va haziẽdo vn discurso intricado por los quadrados de los mismos dos lados, para conoscer la perpendicũlar en las mismas partes de la cosa. Y para esto presupone algunas reglas, que por el no fueron demonstradas, que no es buena doctrina, y por tanto quise resoluer este caso por otro modo mas facil. Enel caso. 54. dela nuestra Algebra fue demonstrado, que si el ducto de a b. en a c. fuere partido por la quantidad del diametro del circulo circũscripto, el quociente sera la perpẽdicular q̃ viene del angulo a. sobre la base b c, assi cayendo de dentro del triangulo, como cayendo de fuera. Partiremos por esta causa 300. por 25. y el quociente q̃ es 12. sera la quantidad de la perpendicular que viene de a sobre b c. Y porque enel caso. 53. dela misma nuestra Algebra fue demonstrado, que la



proporcion que tiene essa misma perpendicular para el semidiametro del circulo inscripto en el mismo triangulo a b c. essa misma proporcion aura dela sũma delos tres lados para la base b c. y la proporcion de la perpendicular que es 12. para el semidiametro del circulo inscripto, que es 4. es tripla, ternan luego todos los tres lados juntos proporcion tripla para la base b c. Y por tanto si pusieremos b c. ser 1 co. los dos lados a b. y a c. juntos, seran 2 co. y porque el ducto de a b. en a c. es 300. partiremos estas 2 co. que son los dos lados a b. y a c. juntos, en tales dos partes, q̃ la vna multiplicada por la otra haga 300. y obrando por la. 7. regla delos medios proporcionales, que es la misma de q̃ vsa Nicolao Tartalla, diremos assi: La mitad de 2 co. es 1 co. cuyo quadrado es 1 ce. del qual sacaremos 300. y quedara 1 ce. m̃. 300. sacaremos de 1 co. la raiz de 1 ce. m̃. 300. y tambien juntarlaemos, y resultara por el lado menor, que pusimos ser a b. 1 co. m̃. R. V. 1 ce. m̃. 300. y por el lado mayor, que es a c. 1 co. p̃. R. V. 1 ce. m̃. 300. Daquy en delante obraremos por la doctrina del caso. 37. dela nuestra Algebra, por esta arte. La mitad delos tres lados es 1 co. $\frac{1}{2}$. sacaremos por tanto de 1 co. $\frac{1}{2}$. el lado b c. que es 1 co. y quedara por differencia $\frac{1}{2}$ co. y la differencia de a b. sera $\frac{1}{2}$ co. p̃. R. V. 1 ce. m̃. 300. y la differencia de a c. sera $\frac{1}{2}$ co. m̃. R. V. 1 ce. m̃. 300. Estas 4 quantidades multiplicaremos, la primera por la segunda, hara $\frac{3}{4}$ ce. y la tercera por la quarta, hara $\frac{1}{4}$ ce. m̃. 1 ce. m̃. 300. y boluiendo a multiplicar vn ducto por el otro. s. $\frac{3}{4}$ ce. por $\frac{1}{4}$.

ce.

ce.m̃. esta quantidad 1 ce.m̃.300. haremos $\frac{1}{16}$ ce. ce.menos esta quantidad $\frac{3}{4}$.ce.ce m̃.225 ce. y este vltimo producto sera el quadrado dela quantidad dela area del triangulo a b c. Y porque enel caso.37. fue demonstrado, que la multiplicacion dela mitad delos lados del triangulo por el semidiametro del circulo en el inscripto haze la area del mismo triãgulo, multiplicaremos 1 co. $\frac{1}{2}$. que es la mitad de los tres lados por 4. que es el semidiametro del cirçulo inscripto, y haran 6 co. que seran la area del triangulo, y porq̃ el quadrado de 6 co. es 36 ce. sera luego 36 ce. lo que se haze multiplicando la area en si misma. Y porque enel discurso que hezimos, concluimos que la misma area multiplicada en si, hazia $\frac{1}{16}$ de ce.ce. menos esta quantidad ( $\frac{3}{4}$ ce. ce. m̃. 225. ce.) yguales seran luego entresi 36 ce. y $\frac{1}{16}$ ce.ce. m̃. esta quantidad ( $\frac{3}{4}$ ce.ce.m̃.225 ce.) Ygualaremos restaurando primeramente el defecto, que es esta quantidad $\frac{3}{4}$ ce. ce. m̃. 225 ce. y ternemos $\frac{1}{16}$ ce.ce. yguales a 36 ce. p̃. $\frac{3}{4}$ ce.ce.m̃.225 ce. y restauraremos el otro defecto que es 225 ce. y ternemos $\frac{1}{16}$ ce.ce p̃ 225 ce. yguales a 36 ce. p̃. $\frac{3}{4}$ ce. ce. y sacaremos de entrambos los extremos el superfluo, que es 36 ce. y quedaran $\frac{3}{4}$ ce.ce. yguales a $\frac{1}{16}$ ce. ce. p̃. 189 ce. y sacaremos finalmente los $\frac{1}{16}$ ce ce. y resultaran $\frac{9}{16}$ ce.ce. yguales a 189 ce. y abatiremos destas dos dignidades, la denominacion del censo, y quedaran finalmente $\frac{9}{16}$ ce. yguales al numero 189. que es simple conjugacion. Partiremos por tanto 189. por $\frac{9}{16}$. y verna 336. por valor de 1 censo, y el valor dela cosa sera

 R.336.

R.336. y tanto sera la base b c. y porque el lado a b. era 1 co.m.R.v.1 ce.m.300. y 1 ce.m.300. es 36. cuya raiz es 6. sera luego 6. la raiz vniuersal, y sera por esta cuenta el lado a b.R.336.menos 6. y el lado a c.sera R.336. y mas 6. y porque la area era 6 co. multiplicaremos por 6. el valor de la cosa que es R.336.y el producto que es R.12096. sera la area.

Quãdo Nicolao Tartalla en la resoluciõ deste caso parte la differencia delos quadrados delos dos lados por la quantidad dela base,y el quociente saca dela misma base,y lo que queda,parte en dos partes yguales, quiere por aquel modo partir la base en tales dos partes,que el quadrado dela mayor exceda al quadrado dela menor en la differēcia delos quadrados delos dos lados,y es la regla nona del capitulo delos medios proporcionales en la nuestra Algebra, la qual en esse lugar demonstramos. *Y* lo que mas abaxo trae en la resolucion del mismo caso,tambien tiene su demonstracion. Pero como dicho tengo,es aquel modo suyo muy intricado,y presupone reglas que nunca por el fueron demonstradas, y por esta causa no aprouecha para los que son aprendizes, ny tan poco para los doctos, porque no ternan dello necessidad. Empero el dicho Nicolao Tartalla fue grandissimo Arithmetico,y hallo capitulos nueuos de cosas y cubo yguales a numero,y los cõpañeros deste, de los quales haze mencion enel su libro de las inuenciones,los quales capitulos no son aun diuulgados,y de creer es,que si biuiẽdo el diuulgara

gara esta su Algebra que anda impressa, la embiara tan emendada, que no vuiera en ella que apuntar. Y porque auiendo vos dicho q̃ hallo capitulos nueuos me podriades dar culpa, por no los traer en este my libro, os dare desto alguna razon. Dize enel dicho libro delas inuẽciones, q̃ auiendole pedido Hieronymo Cardano Regla para saber el valor dela cosa, quando cosas y cubo son yguales a numero, le monstrara este su inuento eneste soneto.

*Quando chel cubo con le cose apresso*
*Se agualia a qualche numero discreto*
*Trouan dui altri differenti in esso,*
*Dapoi terrai questo per consueto*
*Ch'el lor producto sempre si eguale*
*Al terzo cubo delle cose neto,*
*El residuo poi suo generale*
*Delli lor lati cubi ben sotrati*
*Varra la tua cosa principale.*

Y dize mas, que la declaracion desta regla le dio en este exemplo. 1.cu.p̃.3 co.son yguales a.10.y q̃ le dio el Cardano su fe, y prometio jurando le por los sanctos Euangelios, q̃ no diuulgaria esta su regla en ninguna obra que publicasse, puesto que enella quisiese confessar, q̃ del la deprendiera. Y porque despues desto el dicho Hieronymo Cardano diuulgo vna obra, en la qual trae la mesma regla, confessando que la deprendiera del mismo Nicolao Tartalla, pero que teniendo la Regla, facilmẽte por si hallara la demonstracion, enojose mucho desto, o por

 que

que no le cumplio la promessa, o porque escriuio que el primero inuentor fuera Scipio Ferreo Bononiense, del qual la deprendiera Antonio Maria Florido Veneciano, y que apertando mucho en vna disputa este Antonio Maria a Nicolao Tartalla, hallara tambien la misma Regla el dicho Tartalla, el qual se aquexa tanto, y habla con tanta passion, que paresce auer perdido el seso. Mas pues este Nicolao Tartalla tanto celaua los sus inuentos, y tanto pesar recebia por que otro los diuulgasse, puesto que confesase auer los del deprendido, no vuiera de atribuir assi los libros de ponderibus de Iordano, los quales puso por obra suya enel dicho libro suyo delas inuenciones, los quales libros de Iordano yo tengo escriptos de mano, y fueron trasladados de la libreria de San Victor de Parys. Mas boluiendo a nuestro proposito principal, la exposicion del soneto es esta: Que busquemos dos quantidades, que la mayor exceda la menor enel numero propuesto, que eneste exemplo es .10. y que sean tales, que multiplicando la vna por la otra, hagan tanto como es el cubo de la tercia parte del numero de las cosas, las quales en este exemplo son 3. y la tercia parte dellas es 1, cuyo cubo tambien es 1. y que estas dos quantidades busquemos o por algebra, o por otra qualquier via, y seran estas dos quantidades R.26.p̃.5. y R.26.m̃.5. porque la mayor excede la menor en 10. y el ducto de la vna en la otra es 1. Y dize entonces, que de la raiz vniuersal cubica de la mayor sacando la raiz vniuersal cubica de la menor,

nor, ſera lo que queda el valor dela coſa, quando 1.cu.p̃.3.co. fueren yguales a.10.cõuiene aſaber R.V.cu. R.26 p̃.5. m̃. R.V.cu.R.26. m̃.5. y eſto prometio que demõſtraria con las otras ſus reglas nueuas. *Y* el mas facil modo que podremos tener, para hallar las dos quantidades que manda que buſquemos con las condiciones ſobredichas, ſera eſte: Multiplicaremos enſi la mitad del numero propueſto, que ha deſer la differencia delas dos quantidades, y con el producto juntaremos el cubo dela tercia parte del numero de las coſas, y la raiz de todo junto, y la mitad del miſmo numero haran vn binomio, el qual tomaremos por la primera quantidad, y el reciſo deſte binomio ſera la ſegunda quantidad. Exemplo: Si queremos ſaber quales ſerã las dos quantidades, que vna exceda a la otra en. 10. y q̃ multiplicando la vna por la otra, hagan 1. obraremos aſſi, la mitad de 10. es 5. que multiplicados enſi, hazen 25. con los quales juntaremos 1. y ſeran 26. y diremos por tanto, que eſte binomio R.26.p̃.5. ſera la mayor quãtidad, y R.26.m̃.5. ſera la menor. Otro exemplo en quantidades racionales: Si queremos ſaber quales ſerã aquellos dos numeros, que el mayor excede al menor en. 10. y que multiplicando vno por otro, hagan 39. obraremos aſſi, la mitad de 10. es 5. q̃ multiplicado en ſi, haze 25. con los quales juntaremos 39. y haran 64. cuya raiz que es 8. juntaremos con 5. y haran 13. y tanto ſera la mayor quantidad, y de 8. ſacando 5. quedaran 3. por la menor quantidad, y aſſi es que 13. exceden a 3. en

10. y 13. por 3. haze 39. Esta Regla sacamos dela operacion que se haze por Algebra, porque pusimos la mayor quantidad en este exemplo ser 1.co. p̃.5. y la menor 1.co. m̃.5. y multiplicando 1.co. p̃.5. por 1.co. m̃.5. hazen 1.ce. m̃.25. que seran yguales a 39. y ygualando auemos de juntar los 25. con 39. y quedarã entonces yguales 64. a 1.ce. y sera por tanto el valor dela cosa la raiz de 64. Y no sera luego necessario hazer mas, que multiplicar en si la mitad del numero, que ha de ser el excesso, y juntar el producto con el numero que se ha de hazer por la multiplicaciõ dela mayor quantidad por la menor, y ternemos el censo, y la raiz dese censo con la mitad del dicho numero, sera la quãtidad mayor, y la raiz del mismo cẽso, menos la dicha mitad, sera la menor. Es esta Regla nueua de Nicolao Tartalla q̃ trae en este Soneto muy cierta, para saber el valor de la cosa, quando cosas y cubo son yguales á numero, y aun q̃ el dize q̃ no se puede dar della exemplo en quantidades discretas, vos lo daremos. Sean 1.cu. p̃.9.co. yguales al numero 26. y queremos saber quanto es el valor dela cosa: Obraremos assi, la mitad de 26. es 13. que multiplicados en si, hazen 169. y porque las cosas son 9. la tercia parte dellas sera 3. cuyo cubo sera 27. estos 27. con 169. hazen 196. y sera por tanto el binomio R.196. p̃.13. y el su reciso sera R.196. m̃. 13 y sacando la raiz vniuersal cubica de R.196. m̃ 13. de la raiz vniuersal cubica de R.196. p̃.13. lo que queda sera el valor dela cosa, que mostraremos ser 2. porque la raiz de 196. es 14. que con 13. son 27.

cuya

cuya raiz cubica es 3.y sera por esta cuenta el numero 3.raiz cubica de 27.el qual numero 27.vale tanto como la R.196.p̃.13.Mas R.V.cu.R.196.m̃.13.sera vnidad, porque de 14. que es R.196. sacar 13. queda 1.y tanto vale el reciso R.196.m̃.13.y la raiz cubica de 1.es 1.y pues la raiz cubica del binomio era 3.y la raiz cubica del reciso es 1.y sacando 1.de 3. quedan 2. sera luego el valor dela cosa 2. De manera q̃ R.V.cu.R.196 p̃.13 m̃.R.V.cu.R.196.m̃.13.es quantidad racional, la qual resulta sacando vna quantidad racional de otra racional. Otros exemplos daremos, en los quales la raiz cubica del binomio es quantidad irracional, y tambien la raiz cubica del reciso es quantidad irracional, mas lo que queda sacando vna raiz dela otra es numero, que sera el valor de la cosa. Exemplo. Sean 1.cu.p̃.6.co. yguales al numero 20.la mitad de 20.es 10. que multiplicados ensi, hazen 100. y porque las cosas son 6.el tercio dellas, sera 2. cuyo cubo es 8. y este numero 8. con los 100.hazen 108. y sera luego el binomio R.108 p̃.10. y el reciso sera R 108.m̃.10. y sera por tanto el valor dela cosa R.V.cu.de R.108.p̃.10.menos R.V.cu.de R.108.m̃.10.la qual monstraremos ser el numero 2.Porque la raiz cubica deste binomio R.108.p̃.10. es este binomio R.3.p̃.1. como consta multiplicando R.3.p̃.1.en si, y el producto otra vez por R.3.p̃.1.Mas la raiz cubica deste reciso R.108 m̃.10.es este reciso R.3.m̃.1.como cõsta multiplicando en si R.3.m̃.1. y el producto otra vez por R.3.m̃.1. y manifiesto es, que sacando R.3.m̃.1.de R.3.p̃.1.quedã 2.Y sera luego el valor

dela

dela cosa 2. que concorda con el exemplo, porq̃ el cubo de 2. es 8. y 6 co. valen 12. y todo junto es 20. pero R.3.p.1. y R.3.m.1. que son las raizes cubicas del binomio, y del reciso son quantidades irracionales. Otro exẽplo: Sean 1 cu.p̃.3 co. yguales a 14. la mitad de 14. es 7. que multiplicados en si, hazen 49. y porque las cosas son 3. el tercio dellas sera 1. cuyo cubo tambien sera 1. q̃ con 49. seran 50. y sera por tanto el binomio R. 50.p̃.7. y el reciso R.50. m. 7. y el valor dela cosa sera R.V.CU.R.50.p̃.7. menos R.V. CU. R. 50. m̃. 7. puesto que Nicolao Tartalla dize en este exemplo en la platica que tuuo con Ricardo Ventuorthe gentil hombre Ingles, que el valor de la cosa es R.V.CU.7.p̃.R.41. menos R.V.CU.7.m̃.R.41. Pero erro en la cuenta por inaduertẽcia, o vuo yerro en entrambas las impressiones, por que no es sino lo que diximos, que monstraremos ser el numero 2. Porque R.2.p̃. 1. es raiz cubica de R.50.p̃. 7. como consta multiplicando en si R. 2.p̃.1. y el producto por ella misma, y R.2.m̃.1. es raiz cubica deste reciso R.50. m̃. 7. como consta multiplicandola por si misma, y ella misma por el producto. *Y* manifiesto es, que sacando R. 2. m̃.1. de R.2.p̃.1. quedan 2. que sera el valor de la cosa, la qual hallauamos ser R.V.CU.R.50.p̃.7. menos R.V.CU.R.50.m̃. 7. y concorda con el exemplo, porque siendo la cosa 2. el cubo sera 8. y el valor de 3 cosas, sera 6. y todo junto 14. Dize Nicolao Tartalla sobre este exemplo, q̃ este capitulo rescibe dos Reglas, y que la vna dellas nos auia de dar el valor de la cosa racional, que en

en este exemplo es 2.y esta Regla no es hallada, y que la otra que el hallo, nos da el valor de la cosa irracional, que monstramos ser R.V.cu.R. 50.p̄.7. menos R.V.cu.R.50.m̄.7. Y dize, que los antiguos creyendo, que el capitulo de cosas y cubo yguales a numero,recebia vna sola Regla, la qual seruiria assi en las conclusiones racionales,como en las irracionales,buscauan la Regla con numeros apostados,los quales ya por experiencia auian conoscido,y no con otros,assi como en este exemplo,enel qual poniendo la cosa ser 2.y el valor de 3 co.6. el cubo es 8. y todo junto 14. y teniendo sabido que siendo 1 cu. p̄. 3 co. yguales a 14. el valor dela cosa es 2.buscauan Regla,la qual le diese 2.por valor dela co. Y quanto a esto que el dize,auemos de entender que su intencion no seria q̃ responden dos valores dela cosa,el vno racional,y el otro irracional,quando cubo y cosas son yguales a numero,porque esto es impossible.Porque en este exemplo, si el valor dela cosa que es irracional, es menor que 2. valdran las 3 cosas menos que 6.y el cubo menos que 8. y todo junto menos que 14. Y si es mayor que 2. valdran las 3 cosas mas que 6. y el cubo mas que 8. y todo junto mas que 14. Mas el verdadero sentido deue ser este, que por la Regla que aun no es hallada,nos vernia el valor dela cosa racional descubiertamente, que en este exemplo concluiria ser 2. o raiz quadrada de 4. o cuba de 8. o raiz de la raiz de 16.que es lo mismo.Pero por la regla que el hallo, puesto que la cosa sea quantidad racional, vie-

viene ella miſma explicada por quantidades irracionales. Porque R.V.cu.R.50 p̃. 7. es quantidad irracional,porque es R.2.p̃.1. y R.V.cu.R.50. m̃.7. tambien es quantidad irracional,la qual es R.2.m̃.1. Mas ſacando la vna irracional dela otra irracional,queda por valor dela coſa vna quantidad racional,la qual es 2. aun que la Regla no concluye 2.ſino diziendo que es vna quantidad irracional menos otra irracional. Pero toda via vn profiado diria que eſta expoſicion que yo imagino daquel dicho del Autor,no ſatisfaze, porque el dize, que el capitulo de coſas y cubo yguales a numero reſcibe dos Reglas .ſ. la que aun no es hallada,la qual daria quantidad racional,y eſta que por el fue hallada,que da quantidad irracional por la manera declarada, y podria inſtar diziendo, que quando 1 cu. p̃ 3 co. fueren yguales a 10 . ninguna Regla podra auer que de por valor dela coſa quantidad racional, y que ſiendo 1 cu.p̃.9 co. yguales a 26 .no puede eſta ſu Regla concluir por valor dela coſa quantidad irracional. Porque R.V.cu.R.196.p̃.13.m̃ R. V.cu.R.196.m̃.13. en ningun ſentido que le puedan dar, ſe puede dezir quantidad irracional. Mas dexando eſtos tales binomios a parte, cuyos nombres ſon quantidades diſcretas ; a los quales raras vezes aconteſce la ygualacion venir, dezimos delos otros binomios y reciſos, q̃ la noticia que por ellos nos viene del valor dela coſa es muy confuſa. Porque los binomios y reciſos en los quales no ha quebrado ; las mas de las vezes aconteſce no ſer cubos , por quanto

para

para que sean cubos,es necessario que del su nõbre que es numero se pueda sacar vn numero cubo,y que el numero que queda sea partible en tres yguales numeros sin quebrado , y que las raizes cubas sacadas por entrambos los nõbres concorden vna con otra. Es la causa,que el nõbre del binomio cubo que es numero , tiene en su compañia la raiz quadrada de vn cierto numero,y no de otro,y el nombre que es raiz tiene en su cõpañia vn cierto numero y no otro, y es esto cosa rara. Binomio cubo es R.108.p̃.10. mas no hara binomio cubo , el mismo numero 10.en compañia de otra raiz, ny essa raiz en cõpañia de otro numero,y binomio cubo es R.50. p̃.7.pero no lo sera.7.en compañia de otra raiz, ny lo sera essa raiz en compañia de otro numero. Y porque en este binomio R.26.p̃.5. sacando del numero 5 . la vnidad que es cubo, queda el numero 4.que no se puede partir en tres partes yguales sin quebrado,no sera por esta causa cubo esse binomio R.26 p̃. 5. y quedara por tanto muy cõfusa la noticia del valor dela cosa,quando 1 cu. p̃.3 co . fueren yguales al numero 10. y en los otros casos semejantes . Porque lo que se podra colligir es,que el valor dela cosa esta entre dos terminos notos y desiguales: Es el menor termino,aproximando las raizes cubas del binomio y del su reciso, la quantidad que queda sacando de lo que es vn poco menos que la raiz cuba del binomio, lo que es vn poco mas que la raiz cuba del reciso.Y es el mayor termino lo que queda sacando delo que es vn poco

mas

mas que la raiz cuba del binomio, lo que es vn poco menos que la raiz cuba del reciso. Y si viniere la yguala cion a binomio y reciso, en los quales ha quebrados, es muy difficil saber si son cubos. y puesto que nos los den por cubos, es toda via difficil acertar en la diuision que de los nombres del binomio auemos de hazer, para hallarmos la raiz cuba, como auemos dicho en el cap.15. del tratado delas proporciones. Pero si enel binomio no vuiere quebrado, facil sera conoscer si es cubo, y si lo fuere, luego hallaremos la su raiz cuba, y sacando la del reciso dela del binomio, el valor de la cosa resultara noto claramente. *Y* no es siempre difficil acertar en la diuision de los nombres del binomio q̃ tiene quebrado, como veremos en este exemplo: Sean 1 cu. p̃. 1 co. yguales a 10. y queremos saber el valor dela cosa, diremos assi, La mitad de 10. es 5. cuyo quadrado es 25. y porque la cosa es 1. multiplicaremos $\frac{1}{3}$ en si cubicamente, y haremos $\frac{1}{27}$. el qual juntaremos con 25. y haran 25 $\frac{1}{27}$. y sera por tanto el binomio R.25 $\frac{1}{27}$. p̃. 5. y el reciso R.25 $\frac{1}{27}$. m̃. 5. y sera el valor dela cosa R.V.cu. R.25 $\frac{1}{27}$. p̃. 5. menos R.V.cu.R.25 $\frac{1}{27}$. m̃. 5. Cumple luego inquirir, si el dicho binomio R.25 $\frac{1}{27}$. p̃. 5. es cubo, y esto haremos buscandole la raiz cuba por entrambos los nõbres, puesto que aun no sabemos si es cubo, y esto tentaremos por esta manera: Sacaremos del numero 5. nombre menor la vnidad, porque es cubo, y quedaran 4. cuyo tercio es 1 $\frac{1}{3}$. y si el dicho binomio es cubo, y la diuision del numero 5. es bien acertada, la

raiz

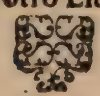
raiz cuba de 1. que tambien es 1. sera el nombre menor dela raiz cuba binomica que buscamos, y partiendo 1 $\frac{1}{3}$. por esse nombre menor, la raiz quadrada delo que viene, que es 1 $\frac{1}{3}$. sera el nombre mayor, y toda la raiz cuba del dicho binomio sera R.1 $\frac{1}{3}$.p̃.1. Y si la dicha diuision fue biẽ acertada, partiendo el numero 5. enel cubo 1. y enel numero 4. y el binomio es cubo, pues viene por mayor nombre R. 1 $\frac{1}{3}$. es forçado que sacando el cubo dessa R. 1 $\frac{1}{3}$. de la R. 25 $\frac{1}{27}$. nombre mayor del binomio, y partiendo lo que queda en tres partes yguales, y essa tercia parte siendo partida por el nombre mayor opinado, que es R.1 $\frac{1}{3}$. venga vna quantidad, cuya raiz sera el nombre menor que de principio hallamos, no lo affirmando hasta la fin desta operaciõ, la qual sera esta. El cubo de R.1 $\frac{1}{3}$. es R.2 $\frac{10}{27}$. la qual sacaremos dela R. 25 $\frac{1}{27}$. por su Regla, porque partiremos 25 $\frac{1}{27}$. por 2 $\frac{10}{27}$. y vernan 10 $\frac{9}{16}$. cuya raiz es 3 $\frac{1}{4}$. destos 3 $\frac{1}{4}$. sacaremos la vnidad, y quedaran 2 $\frac{1}{4}$. y por estos 2 $\frac{1}{4}$. multiplicaremos R.2 $\frac{10}{27}$. y haran R.12. y esta es la que queda, la qual partiremos en tres partes yguales, y sera cadavna dellas R. 1 $\frac{1}{3}$. esta R. 1 $\frac{1}{3}$. partiremos por el nombre mayor opinado, que tambien es R.1 $\frac{1}{3}$. y verna 1, cuya raiz, que tambien es 1, sera el nombre menor. Y porque concorda esta operacion con la primera, el dicho binomio R.25 $\frac{1}{27}$. p̃. 5. sera jusgado por cubo, y q̃ la su raiz cuba fue bien hallada, la qual es R.1 $\frac{1}{3}$.p̃.1. y la raiz cuba del su recisο sera R.1 $\frac{1}{3}$. m̃.1. y porque el valor dela cosa fue hallado ser R.V.CU.R.25 $\frac{1}{27}$.p̃.5.m̃.R. V. CU. R.

$257\frac{1}{3}$. m̃.5. ſacaremos R.1 $\frac{1}{3}$. m̃.1. que es raiz cuba del reciſo, dela R 1 $\frac{1}{3}$. p̃.1. que es raiz cuba del binomio, y quedara el numero 2. por valor dela coſa. Daquy colligiremos, que quando el binomio es cubo, el valor dela coſa es muy claro, pero quando no es cubo, como quando poniamos q̃ 1 cu. p̃. 3 co. fueſſen yguales a 10. y venia por valor dela coſa R. V. cu. R. 26. p̃. 5. m̃. R. V. cu. R. 26. m. 5. el valor dela coſa es obſcuro, porque R. 26. p̃. 5. no es cubo, ny tan poco el ſu reciſo. Mas toda via mejor es tener ſciencia por qualquier modo que ſea, que ignorancia, y tomamos por remedio la dicha Regla, porque tambien quãdo el cenſo y las coſas ſon yguales al numero, ſi el quadrado dela mitad de las coſas junto con el numero propueſto no hazen numero quadrado, es el valor de la coſa vna raiz ſorda, menos el numero que es la mitad de las coſas. Y ſi Nicolao Tartalla fue inuentor deſta Regla, como ſe cree, tengo paramy, que no quiſo componer libro de Algebra de Reglas nueuas, eſperando de hallar otra mejor Regla de coſas y cubo, yguales a numero, y otras para otras conjugaciones dependentes deſta. Y ſi eſto aſſi es, no vuiera de tener tanta gloria conſigo por la inuenciõ deſta Regla, porque habla tanto en ella, y encareçala tanto, que haze faſtidio. Y lo peor es, que ſe haze inuentor de otras Reglas muy antiguas, y communes, que todos tenemos. Dize, que en el anño de. 536. la noche de San Martin, la qual fieſta dize que cayo entonces en ſabado, fantaſticando enel lecho, quando no podia dormir, hallo

llo cap.general al cap.de censo de cubo y cubos, yguales a numero, y para otros cap. delas mismas dignidades,siendo esto doctrina muy commun,la qual trae Fray Lucas, y dela qual todos auemos vsado, antes que el tal cosa fantasticasse, y yo la traigo en la. 3. parte principal deste libro cap.4. Y es la Regla,que quando tres dignidades fueren proporcionales, y la menor fuere numero : pornemos en el lugar de las otras dos dignidades cosas y censo. y obraremos assi como quando las 3 dignidades son numero,co. y ce. pero lo que viniere sera valor de aquella dignidad,en cuyo lugar posimos las cosas. Y aquellas dignidades diximos ser proporcionales,cuyas denominaciones se exceden por yguales differencias,como son numero,cubo,y censo de cubo, porque la de numero es cifra, y la del cubo 3. y la del censo de cubo 6. y por la misma razon son proporcionales numero, censo,y censo de censo, como en el mismo cap. mas largamente esta escripto. Y quanto a la sobredicha regla de cosas y cubo yguales a numero,no dubdamos que sea cierta,porque tiene demonstracion, mas lo que pretendemos es manifestar el valor dela cosa,y esto se alcança por ella las menos vezes. Porque quando el binomio es cubo, podemos le hallar la raiz binomica cuba, de la qual sacamos la raiz cuba del reciso, y lo que queda es el valor de la cosa, la qual es el duplo del menor nombre dessa raiz. Pero quando el binomio no es cubo, puesto que el valor de la cosa sea quantidad racional, declarasse por essa

Regla tan obscuramente, que nadie podra atinar al valor dela cosa. Exemplo: Sea 1 cubo. p̃. 3 co. yguales a 36. y queriendo saber por la Regla el valor dela cosa, multiplicaremos en si la mitad del numero, la qual es 18. y hara 324. y por que el tercio del numero delas cosas es 1. su cubo sera 1. el qual juntaremos con los 324. y haran 325. y sera luego compuesto el binomio R. 325. p̃. 18. y sera el su reciso R. 325. m̃. 18. y conforme ala Regla sera el valor dela cosa R. V. cu. R. 325. p̃. 18. m̃. R. V. cu. R. 325. m̃. 18. y era por tanto necessario sacar de la raiz cuba del dicho binomio la raiz cuba del su reciso, porque lo q̃ quedasse seria el valor dela cosa. Mas esto no se puede hazer, porque el binomio R. 325. p̃. 18. no es cubo, y es la razon, que el numero 18. que es el nombre menor, no se puede partir en tales dos partes, q̃ la vna sea numero cubo, y la otra sea diuisible en tres numeros yguales sin quebrado; como diximos que se halla en todos los binomios cubos. Queda luego en este caso el valor dela cosa muy obscuro, el qual por vna reglilla sabemos, que es el numero 3. Porque quando el quadrado y el cubo del numero delas cosas son juntamente yguales al numero que nos proponen ygual a las cosas con el cubo, esse numero delas cosas es el valor de vna cosa. Y en esto veremos la imperfection de la dicha regla, que siendo 3. como de antes, el valor dela cosa, seran 1 cu. y 9 co. yguales a 54. y buscando el valor de la cosa por la Regla, hallaremos que es R. V. cu. R. 756. p̃. 27. menos R. V. cu. R. 576. m̃. 27. y porq̃ el nu-

numero 27.no se puede partir en tales dos partes, que la vna sea numero cubo, y la otra sea diuisible en tres numeros enteros sin quebrado, no sera por tanto binomio cubo R. 756. p̃. 27. no tiene luego raiz binomica cuba, ny tan poco el su reciso, y queda por essa causa obscuro el valor dela cosa, quando 1 cu.p̃.9 co. son yguales a 54. el qual por otra reglilla sabemos q̃ es 3. porque la raiz quadrada de 9. es raiz cuba de la mitad de 54. Ny aura Arithmetico de tan sotil ingenio, que proponiendole estas dos quantidades R.V.CU.R.325.p̃.18.m̃.R.V.CU.R.325.m̃.18. y R.V.CU.R.576.p̃.27.m̃.R.V.CU.R.576.m̃.27. pueda conoscer que son yguales, y vale pero cadavna dellas 3. y el impedimento es, venir el valor de la cosa explicado por quantidades irracionales, y los binomios las mas de las vezes no seren cubos. Y aquy acabo esta obra, supplicando alos Lectores, que no me quieran dar culpa, por no traer esta Regla de co. y cu. yguales a numero, y las otras de dignidades disproporcionales, por sus principios, porque el trabajo era grande, y muy chico el loor, principalmẽte no me contẽdando aquella manera de notificar el valor dela cosa. Alla lo hallaran todo tratado por el Cardano, o bien o mal. Y si Dios nos diere a entender otro mejor modo, traerloemos en otro Libro.



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google